

М. БАГЕРИ

**КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ НА ШАХМАТНОЙ ДОСКЕ
В ИРАНЕ X в.**

Шахматы – игра древняя, но популярная до сих пор. Вид и правила этой игры с течением времени менялись, но ее главные особенности остались неизменными. Существовали поля размером 10×10 и 4×16 , а также версия с круглой доской (римская), с четырьмя кольцами, содержащими по 16 квадратов внутри.

Несмотря на то что шахматы запрещались некоторыми направлениями ислама, согласно ряду источников они были широко распространены в исламской цивилизации. Известные шахматисты упоминались в исторических книгах, и многие трактаты о шахматах дошли до нас на персидском и арабском языках. Кроме истории шахмат, их вариаций и правил, в некоторые книги были включены эндшпили с предложением читателю продумать концовку игры. Также там встречаются несколько математических головоломок, основанных на перемещении шахматных фигур по доске. Одна из них – очень популярная так называемая «Задача о ходе коня», также известная как задача Эйлера.

Задача о ходе коня – это задача о соответствующей шахматной фигуре, начинающей движение с клетки доски и совершающей Г-образные движения таким образом, что каждая из клеток будет посещена единожды за 63 хода. Если первая клетка достигаема одним ходом от последней, то путь называется замкнутым. Это соответствует гамильтонову пути в теории графов. Существует несколько миллиардов решений этой задачи, в том числе около 122 000 000 замкнутых, или так называемых гамильтоновых.

Выдающийся математик Леонард Эйлер (1707–1783) интересовался этой проблемой, он также работал над установлением связи между задачей о коне и магическими квадратами. В следующем пути коня, придуманном Эйлером, мы начинаем из угла (клетка 1) и совершаем Г-образные ходы, которым поставлены в соответствие номера от 2 до 64. Сумма целых чисел от 1 до 64 равна 2080, что в свою очередь является произведением 8 и 260. При этом сумма чисел в каждой строке, ряду и по диагонали равна 260. Конечно, это особенный магический квадрат с дополнительными свойствами: он может быть разделен на четыре квадрата 4×4 (посередине – вертикальной и горизонтальной линией), в каждом из которых сумма строк и столбцов будет постоянна и равна 130. Видно, что решение не является замкнутым (клетки 1 и 64 не могут быть соединены ходом коня).

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

Существует 242 различных цикла коня, магических или полумагических (с нефиксированной суммой диагоналей), большая часть которых замкнута (гамильтонова).

Однако возможна постановка задачи, где стартовая клетка должна прилегать к центру квадрата. Понятно, что если путь коня гамильтонов, то мы можем преобразовать задачу так, чтобы конь начинал с произвольной клетки. Здесь приведен еще один магический квадрат Эйлера.

50	11	24	63	14	37	26	35
23	62	51	12	25	34	15	38
10	49	64	21	40	13	36	27
61	22	9	52	33	28	39	16
48	7	60	1	20	41	54	29
59	4	45	8	53	32	17	42
6	47	2	57	44	19	30	55
3	58	5	46	31	56	43	18

Желающим получить больше информации о работе Эйлера, а также о современных модификациях задачи о ходе коня (трехмерный случай, случай с доской со стороной меньше 8 клеток, другие способы передвижения коня и т. д.) можно порекомендовать предисловие к труду Эйлера «Алгебраические комментарии к теоремам комбинаторики и задачам на перестановки», написанное Л.-Г. дю Паскье¹. Эйлер представил свои записи о магических квадратах в Петербургской академии наук в октябре 1776 г. Они были опубликованы в 1849 г. и переизданы в 1862 и 1923 гг.

Далее будут представлены интересные шахматные задачи из арабского манускрипта, хранящегося в Стамбуле и имеющего отношение к задаче о ходе

¹ *Pasquet, L.-G., du. Preface de l'editeur // Euleri, L. Commentationes algebraicae, ad theoriā combinationum et probabilitatum pertinentes / Euleri, L. Opera omnia. Lipsia; Berolinum, 1923. Vol. VII. P. XII–XIII, XVII–XVIII.*

коня. Он называется «Книга о шахматах (антология) из собрания Адли, аль-Сауди и других» («Китаб аль-шатрандж мин та лиф аль-Адли ва л-Сауди ва гайруха») и находится в Сулеймановой библиотеке в коллекции «Лала Исмаил Эфенди» (*Lala Ismail Efendi*), где маркирован как MS 560 (142 фолиантов 1140 г.). Факсимиле этого манускрипта опубликовал профессор Фуат Сезгин в Институте истории арабско-мусульманских наук Франкфуртского университета им. И. В. Гёте. Манускрипт считается старейшим и наиболее ценным из сохранившихся работ по истории шахмат.

Ибн Надим в своей библиографической работе «Аль-Фихрист» упоминает аль-Адли как автора первой книги о шахматах, а также добавляет, что он обычно играл в шахматы в присутствии халифа аль-Муттавакила (861)². Его полное имя было Абу л-Аббас Ахмад аль-Адли и, возможно, он являлся игроком в шахматы Абу л-Аббас Ахмад ибн Мухаммед аль-Сарахси (898), упомянутым Ибн Аби Усайбия (XIII в.) в «Уюн аль-Анба фи табакат аль-Аттима» и Хаджи Халифе (XVII в.) в «Кашф аль-Зунун». Также его звали аль-Адли аль-Руми, возможно, из-за того, что большую часть жизни он провел в Азии. Сарахс существует и ныне, он расположен в северо-западной части Ирана. Абу Закария Яхья ибн Ибрагим аль-Хаким, автор арабского трактата «Восхищение арабов: мысли вслух о великих шахматах» («Нужат алараб аль-укюль фи аль-шатрандж аль-макюль»), сохранившегося в манускрипте, находящемся в Манчестере (Библиотека Джона Райландса, MS Arab 59), связывает решение задачи о ходе коня с задачей аль-Адли. Это первое упоминание о нем.

Аль-Сауди (976) был родом из маленького города Саула на юго-восточном побережье Каспийского моря, турком по происхождению. Он был шахматным учителем у трех халифов: аль-Муктафи, аль-Муктадира и аль-Раади. Его имя было упомянуто историками ибн Халликаном, Масуди и Садафи, которые ставили в пример его блестящее умение играть.

По мнению Сезгина, анонимный составитель этого манускрипта жил в период между X и первой половиной XII в. Так что мы можем предположить, что рукопись была составлена около десяти веков назад. Европейские ученые, занимающиеся историей шахмат, не имели представления о трактате до 1881 г., когда А. ван дер Линде опубликовал новую версию немецкой книги об истории шахмат.

Первые 24 листа содержат очень интересную информацию об истории шахмат. Заключительные 136–142 листы содержат стихи на шахматную тему. В пяти из семи стихов содержались решения задачи о ходе коня или более сложных ее модификаций. Ключ, позволяющий связать решения и стихи, можно найти на обороте листа 74 (по-видимому, листы 74 и 75 смещены и должны быть поменены местами с листами 135 и 136), где каждая клетка шахматной доски обозначена двумя буквами, образующими буквенную систему координат (по аналогии с декартовой), основанную на широко используемой абжадии. Строки нумеруются от 1 до 8 (снизу вверх), но записываются соответствующими буквами (А, В, G, D, E, W, Z и H). Столбцы именованы буквами Y, K, L, M, Q, R, S и T (справа налево), которые соответствуют 10, 20, 30, 40, 100, 200, 300 и 400. Нумерация столбцов не продолжена, возможно,

² Kitāb al-Fihrist / G. Flügel (Hrsg.). Leipzig, 1871. Bd. 1. S. 155.

для того, чтобы избежать похожих букв, которые могут быть ошибочно приняты друг за друга.

TH	SH	RH	QH	MH	LH	KH	YH
TZ	SZ	RZ	QZ	MZ	LZ	KZ	YZ
TW	SW	RW	QW	MW	LW	KW	YW
TE	SE	RE	QE	ME	LE	KE	YE
TD	SD	RD	QD	MD	LD	KD	YD
TG	SG	RG	QG	MG	LG	KG	YG
TB	SB	RB	QB	MB	LB	KB	YB
TA	SA	RA	QA	MA	LA	KA	YA

Каждая поэма содержит 32 куплета (64 строки), и первые две буквы каждой строки дают координаты шахматной клетки. Первое стихотворение приписывается некоему «Таиру» и показывает нам решение задачи при начале движения из клетки AY (правый нижний угол).

35	40	47	44	61	8	15	12
46	43	36	41	14	11	62	9
39	34	45	48	7	60	13	16
50	55	42	37	22	17	10	63
33	38	49	54	59	6	23	18
56	51	28	31	26	21	64	3
29	32	53	58	5	2	19	24
52	57	30	27	20	25	4	1

Вторая поэма, написанная Абу Бакр Дурайдом, раскрывает то же самое решение, но в других стихах. Третья и четвертая поэмы, чьи авторы неизвестны, также дают это же решение. В пятой поэме всего 10 строк, а в шестой – 65, но соответствия координатам не найдено.

Седьмая поэма авторства Али ибн Абд-Аллах аль-Ширази была преподнесена правителю Аби Наср Мухаммад ибн Ахмаду. Она также содержит 32 куплета (64 строки), которые объясняют решение для случая, когда шахматная фигура поочередно двигается по правилам коня и по правилам слона. Следует заметить, что слон, в отличие от современных шахмат, мог делать диагональный ход только на две клетки. Это интересное дополнение к задаче о ходе коня. Последовательность ходов представлена в таблице на обороте 75-го листа. Здесь представлены последовательные целые числа в обозначениях абжадии, показывающие позицию шахматной фигуры на каждом шаге.

49	42	40	51	9	34	36	11
47	52	54	45	39	12	14	33
41	50	48	43	37	10	8	35
55	44	46	53	15	32	38	13
61	22	16	63	5	26	28	7
19	56	58	21	31	64	2	25
17	62	60	23	29	6	4	27
59	20	18	57	3	24	30	1

На 74-м листе представлена таблица, которая таким же способом показывает нам решение задачи о ходе коня, когда стартовая клетка расположена на одном из центральных полей. Решения в первом и четвертом стихах замкнуты, но решение в этой таблице получено не переносом начальной клетки в этих замкнутых решениях, а иначе.

32	35	30	25	8	5	50	55
29	24	33	36	51	56	7	4
34	31	26	9	6	49	54	57
23	28	37	12	1	52	3	48
38	13	22	27	10	47	58	53
19	16	11	64	61	2	43	46
14	39	18	21	44	41	62	59
17	20	15	40	63	60	45	42

В конце этой книги приведен пример другого дополнения к задаче о ходе коня. В этом случае мы начинаем из угла и двигаем шахматную фигуру в соответствии с ходами коня и королевы попеременно. Опять же, ход королевы тогда – это один диагональный шаг, что отличается от принятого сейчас хода.

37	14	16	35	33	18	24	31
15	36	34	17	19	32	30	25
13	38	48	11	21	26	28	23
39	12	10	49	27	20	22	29
9	42	40	47	61	50	52	63
43	8	46	41	51	60	62	53
45	6	4	59	57	2	64	55
7	44	58	5	3	56	54	1