

А. Л. АНДРИАНОВ

Л. В. КАНТОРОВИЧ КАК СОЗДАТЕЛЬ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В данной статье рассмотрена история возникновения линейного программирования из конкретных задач экономики 1930-х гг. в контексте математических исследований Л. В. Канторовича (прежде всего, его работ по функциональному анализу). Особое внимание уделено первой публикации Канторовича на эту тему – работе 1939 г. «Математические методы организации и планирования производства», родившейся в результате решения так называемой «задачи фанерного треста». Проведена оценка этой и других довоенных работ Канторовича с современной точки зрения. Кроме того затронут ряд вопросов, касающихся исследований Леонида Витальевича 1940–1960-х гг., а также развития и применения методов, появившихся в работе 1939 г. Другая обсужденная в статье тема – история признания вклада Канторовича в экономическую науку. Сейчас его приоритет в создании линейного программирования бесспорен, однако так было не всегда. В связи с этим в статье освещены те сложности, с которыми пришлось столкнуться идеям линейного программирования и их автору на пути к признанию как на родине в СССР, так и в рамках мирового научного сообщества.

Ключевые слова: линейное программирование, Л.В. Канторович, оптимизация, разрешающие множители, фанерный трест.

Введение

Одно из отличий капиталистической экономики от социалистической состояло в том, что первая обладает естественным аппаратом, позволяющим определять цены и ренты на все виды товаров и услуг и наблюдать за тенденциями их изменений. Этим аппаратом являются рынки и биржи, считающиеся принципиально стихийными механизмами, параметры которых характеризуют эту экономику и не регулируются искусственно. В социалистической экономике, не обладавшей таким аппаратом, возникала необходимость в некоторых показателях, которые могли бы служить ориентирами при управлении ею. Требовалась разработка научных методов определения этих показателей.

Имелось еще одно важное отличие капиталистической экономики от социалистической. Для первой более характерна оптимизация работы одной отдельно взятой компании, а во второй чаще возникала задача оптимизации функционирования группы предприятий в составе целой отрасли или вообще всей системы взаимосвязанных объектов. Эти обстоятельства сыграли определенную роль в том, что модели и методы линейного программирования

(ЛП) впервые появились в СССР. Они оказались эффективным средством решения экономических задач, что способствовало их разработке в качестве инструмента проведения плановых расчетов.

Первые попытки использования математического и статистического анализа для решения экономических задач в нашей стране датируются 1910–1920-ми гг., когда появились работы Е. Е. Слуцкого¹ и А. А. Конюса² по моделям потребления, Г. А. Фельдмана по моделям роста³, Н. Д. Кондратьева по «длинным циклам»⁴, шахматный балансовый анализ экономики, выполненный в ЦСУ СССР⁵, впоследствии математизированный и усовершенствованный В. В. Леонтьевым на материале экономики США⁶, идея Л. П. Юшкова оптимальных подходов к понятию норматива эффективности⁷, впоследствии развитая В. В. Новожиловым⁸.

Первые исследования по ЛП можно отнести к 1938–1939 гг., основателем этой принципиально новой для своего времени области математики был Леонид Витальевич Канторович (1912–1986). Они были начаты в Ленинградском университете при решении им «задачи фанерного треста»⁹, которая заключалась в оптимальном распределении работы по станкам. Критерием оптимальности плана служило существование так называемых разрешающих множителей для всех ингредиентов продукции и ресурсов. Эти разрешающие множители получили экономическую интерпретацию и позднее были названы объективно обоснованными оценками (ООО)¹⁰.

В разработке этого направления важнейшую роль сыграли идеи предшествовавшего математического творчества ученого, в котором одно из центральных мест занимали исследования по функциональному анализу и, в частности, по изучению полуупорядоченных пространств – еще одному направлению, которое основал Канторович, на этот раз уже в области математики.

В данной статье мы проанализируем пути рождения ЛП из конкретных задач экономики 1930-х гг. в контексте математических исследований Кан-

¹ *Slutsky, E. E.* Sulla teoria del bilancio del consumatore // *Giornale degli economisti e rivista di statistica*. 1915. Vol. 51. № 1. P. 1–26.

² *Конюс А. А.* Проблема истинного индекса стоимости жизни // *Экономический бюллетень Конъюнктурного института*. 1924. № 9–10. С. 64–72.

³ *Фельдман Г. А.* К теории темпов народного дохода (под углом зрения народного хозяйства СССР) // *Плановое хозяйство*. 1928. № 11, 12. С. 146–170. № 12, С. 151–178.

⁴ *Кондратьев Н. Д., Опарин Д. И.* Большие циклы конъюнктуры. М., 1928.

⁵ См.: *Применение математики в экономических исследованиях* / Ред. В. С. Немчинов. М., 1959.

⁶ *Леонтьев В. В.* Количественный анализ соотношений «Затраты–Выпуск» в экономической системе США. М., 1936.

⁷ *Юшков Л. П.* Основной вопрос плановой методологии // *Вестник финансов*. 1928. № 10. С. 27.

⁸ *Новожилов В. В.* Измерение затрат и их результатов в социалистическом хозяйстве // *Применение математики в экономических исследованиях*...

⁹ *Канторович Л. В.* Математические методы организации и планирования производства. Л., 1939.

¹⁰ *Канторович Л. В.* Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., 1959.

торовича (прежде всего, по функциональному анализу), затронем его исследования 1940–1960-х гг., коснемся развития ранее зародившихся методов, а также признания вклада Канторовича в экономическую науку.

О математическом творчестве Л. В. Канторовича конца 1920-х – 1930-х гг.

Прежде чем перейти к обсуждению вопросов, связанных с экономической тематикой, дадим краткое описание исследований, с которых начался научный путь Леонида Витальевича.

Научная деятельность Канторовича началась уже на первом курсе Ленинградского университета, где он подготовил доклад об условиях интегрируемости функции по Риману и получил ряд новых результатов. В дальнейшем его работы по дескриптивной теории функций получили успешное продолжение¹¹.

В 1928–1929 гг. темой исследований Канторовича стали А-множества¹². Затем в быстро расширявшемся круге его интересов оказалась конструктивная теория функций¹³.

В начале 1930-х гг. он занимался приближенными методами анализа¹⁴, а также предложил новый метод вариационного подхода, существенно обобщающий метод Ритца. Многие его результаты были включены в работы 1933 и 1936 гг.¹⁵, где также рассматривался метод коллокации в применении к уравнениям с частными производными, основанный на замене исходного уравнения системой, заданной на отдельных линиях, что равносильно требованию удовлетворения приближенного решения исходному уравнению только на указанных линиях.

¹¹ *Kantorovitch, L. V.* Sur les suites des fonctions rentrant dans la classification de M. W. H. Young // *Fundamenta mathematica*. 1929. Vol. 13. P. 178–185; *Канторович Л. В.* Об обобщенных производных непрерывных функций // Математический сборник. 1932. Т. 39. Вып. 4. С. 153–170; *Канторович Л. В.* Об универсальных функциях // Журнал Ленинградского физико-математического общества. 1929. Т. 2. Вып. 2. С. 13–21; *Kantorovitch, L. V.* Sur les suites des fonctions presque partout continues // *Fundamenta mathematica*. 1930. Vol. 16. P. 25–28; *Kantorovitch, L. V.* Un exemple d'une fonction semicontinue universelle pour les fonction continues // *Fundamenta mathematica*. 1932. Vol. 18. P. 178–181.

¹² *Kantorovitch, L. V.* Sur les ensembles projectifs de la deuxième classe // *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences de Paris*. 1929. Т. 189. № 27. P. 1233–1235.

¹³ *Канторович Л. В.* О некоторых разложениях по полиномам в форме С. Н. Бернштейна // Доклады АН СССР. Серия А. 1930. № 21. Ч. 1. С. 563–568; № 22. Ч. 2. С. 595–600; *Канторович Л. В.* О сходимости последовательности полиномов С. Н. Бернштейна за пределами основного интервала // Известия АН СССР. Отд. математических и естественных наук. 1931. № 8. С. 1103–1115; *Канторович Л. В.* Несколько замечаний о приближении к функциям посредством полиномов с целыми коэффициентами // Известия АН СССР. Отд. математических и естественных наук. 1931. № 9. С. 1163–1168.

¹⁴ *Канторович Л. В.* Применение интеграла Стильбеса к расчету балки, лежащей на упругом основании // Труды Ленинградского института инженеров промышленного строительства. 1934. Вып. 1. С. 17–34.

¹⁵ *Смирнов В. И., Крылов В. И., Канторович Л. В.* Вариационное исчисление. Л., 1933; *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Методы приближенного решения уравнений в частных производных. М.; Л., 1936.

В тех же 1930-х гг. Канторович приступил к исследованиям по функциональному анализу – области математики, в которой впоследствии он стал одним из крупнейших в мире авторитетов. В работе 1935 г. он ввел в рассмотрение полуупорядоченные пространства¹⁶. Затем Канторович занялся аналитическим представлением линейных операций, преобразующих одно пространство в другое, и исследованием функциональных уравнений в линейных пространствах. На языке полуупорядоченных пространств он сформулировал принцип мажорант и ряд общих теорем, ввел пространства, нормированные элементами полуупорядоченных пространств, получил новые результаты по сходимости, оценкам приближенного решения и его характеристикам¹⁷.

Разработанный им общий подход к построению приближенных методов основан на такой идее: пространство, где задано исходное уравнение, отображается на более простое пространство, где исследуется приближенное уравнение. Были доказаны общие теоремы, устанавливающие разрешимость приближенного уравнения и сходимость приближенного решения к точному в зависимости от свойств исходного уравнения, теоремы, устанавливающие на основе разрешимости приближенного уравнения существование точного решения исходной задачи и определяющие область его расположения. Эта новая область математики получила название «доказательные вычисления»¹⁸.

У метода множество применений, в том числе – в теории систем (понижение размерности), в частности при агрегировании экономических систем: сложной модели из некоторого пространства сопоставляется более простая модель меньшей размерности в этом же или другом пространстве посредством однозначного или одно-многозначного соответствия. Затем исследуется близость решения (из аппроксимирующего пространства, полученного агрегированием переменных), получаемого при использовании агрегированной модели, к искомому решению (в исходном пространстве), причем аппарат общей теории часто позволяет на основе исследований более простой системы дать точные заключения о начальной системе: устанавливать существование решения, его единственность, асимптотические свойства и пр.

Интересный подход – нормировка исходного пространства элементами полуупорядоченных пространств¹⁹. При построении банаховых пространств в качестве нормы вместо чисел можно использовать элементы такого про-

¹⁶ Канторович Л. В. О полуупорядоченных линейных пространствах и их применениях в теории линейных операций // Доклады АН СССР. 1935. Т. 4. № 1–2. С. 11–14.

¹⁷ Канторович Л. В. О функциональных уравнениях // Ученые записки Ленинградского государственного университета. 1937. Т. 3. № 17. С. 24–50; Kantorovich, L. V. The Method of Successive Approximations for Functional Equations // Acta mathematica. 1939. Vol. 71. P. 63–97; Канторович Л. В. Функциональный анализ и прикладная математика // Успехи математических наук. 1948. Т. 3. Вып. 6. С. 89–185.

¹⁸ Канторович Л. В. О методе наискорейшего спуска // Доклады АН СССР. 1947. Т. 56. № 3. С. 233–236; Канторович Л. В. О методе Ньютона для функциональных уравнений // Доклады АН СССР. 1948. Т. 59. № 7. С. 1237–1240; Канторович Л. В. О методе Ньютона // Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР. 1949. Т. 28. С. 104–144.

¹⁹ Канторович Л. В. Принцип мажорант и метод Ньютона // Доклады АН СССР. 1951. Т. 76. № 1. С. 17–20; Канторович Л. В. Некоторые дальнейшие применения принципа мажорант // Доклады АН СССР. 1951. Т. 80. № 6. С. 849–852.

странства, конечномерного или бесконечномерного. Например, функция нормируется не своим максимумом на интервале, а набором локальных максимумов на подынтервалах, что значительно уточняет описание. В экономике этот подход оказался полезен при агрегировании, если оно делается более детальным, чем обычная стоимость, образом. Так, занимая одно из центральных мест в математическом творчестве Канторовича, теория K -пространств нашла применение в экономике. К концу 1930-х гг. Канторович вырос в математика с широкими научными интересами, получившего международную известность ²⁰.

О творчестве Л. В. Канторовича в области экономики

Широкой публике Канторович известен больше не как математик, а как экономист. По словам самого Леонида Витальевича, интерес к экономике у него был всегда. Естественно, выбор научных тем определяется не только персональными интересами, но и внешними факторами. В 1936–1937 гг., работая над вопросами теории полуупорядоченных пространств, он почувствовал некоторую неудовлетворенность математикой. Конечно, его работы были интересными и успешными, но мир находился под угрозой фашизма. Канторович вспоминал:

Было ясно, что через несколько лет наступит тяжелейшая война [...] И я почувствовал ответственность [...] У меня было ясное ощущение, что слабым местом [...] было состояние экономических решений ²¹.

Обращаясь непосредственно к теме исследований Канторовича в области математической экономики, необходимо вначале назвать основные исследования по этой тематике, проведенные Леонидом Витальевичем в довоенные годы. Без всякого сомнения, особое место в его научной биографии занимает работа «Математические методы организации и планирования производства» ²², поскольку это первая публикация на тему ЛП, как в творчестве Леонида Витальевича, так и в мире в целом. В ней поставлены основные задачи ЛП, дан метод их решения и рассмотрены важнейшие области применения (как позднее напишет Дж. Б. Данциг, «работа Л. В. Канторовича 1939 г. содержит почти все области приложений, известные в 1960 г.» ²³). Значение работы 1939 г. ²⁴ для математики состоит в изложенном и обоснованном в ней методе

²⁰ Подробнее о математическом творчестве Леонида Витальевича см.: Андрианов А. Л. Развитие линейного программирования в ранних работах Л. В. Канторовича // Историко-математические исследования. Вторая серия. 2009. Вып. 13(48). С. 323–339; Андрианов А. Л. Развитие линейного программирования в работах Л. В. Канторовича 1930–50-ых годов // Историко-математические исследования. Вторая серия. 2009. Вып. 14(49) (в печати).

²¹ Леонид Витальевич Канторович: человек и ученый / Ред.-сост. В. Л. Канторович, С. С. Кутателадзе, Я. И. Фет. Новосибирск, 2002. Т. 1. С. 50.

²² Канторович. Математические методы организации и планирования производства...

²³ Данциг Дж. Б. Линейное программирование, его применение и обобщения. М., 1966. С. 29.

²⁴ Канторович. Математические методы организации и планирования производства...

решения задачи на экстремум, выходящем за рамки классического математического анализа. Здесь приведен алгоритмический метод решения проблемы и два подхода к доказательству существования решения.

Родилась эта работа, как и глубокое увлечение ученого разработкой математических методов в экономике, в известной степени случайно. В 1938 г. Канторович занялся линейной оптимизацией, решая частную задачу оптимальной загрузки станков, с которой в Институт математики и механики ЛГУ обратился фанерный трест. Задача была абсолютно практическая и частная, однако Леонид Витальевич в силу свойственной ему способности видеть, не останавливаясь на частных моментах, целостный результат, общую картину, заметил, что многие другие экономические проблемы приводят к аналогичным математическим задачам – максимизации функции при многих ограничениях. Отметим, что часто при решении практических задач не получается напрямую применить методы математического анализа, так как это приводит к десяткам тысяч, а иногда и миллионов, систем уравнений, что делает такой подход неприменимым на практике.

Канторович предложил геометрический метод, доклад о котором, по воспоминаниям автора, впервые был сделан на октябрьской научной сессии Ленинградского педагогического института им. А. И. Герцена в 1938 г. Метод этот, однако, был недостаточно алгоритмичен, в связи с чем исследования продолжились, и уже в конце 1938 г. Канторович в связи с некоторыми идеями функционального анализа сформулировал общий метод решения подобных задач – метод разрешающих множителей. Данный метод, который показался ему перспективным как в силу его алгоритмичности, так и благодаря содержательному экономическому значению самих множителей, в течение нескольких месяцев выявленному автором, оказался одним из простейших и эффективнейших численных методов ЛП, и мог быть использован для решения практических задач уже в то время.

В книге рассмотрены три типа задач, приведем формулировку наиболее обобщенной из них:

Задача С. Есть n станков, вырабатывающих изделия из m деталей, причем на каждом из станков можно обрабатывать одновременно несколько деталей, при этом существует несколько способов организации производственного процесса. При работе i -го станка по l -му способу производится $\gamma_{i,k,l}$ штук k -ой детали (то есть одновременно $\gamma_{i,1,l}$ штук 1-ой детали, $\gamma_{i,2,l}$ штук 2-ой и так далее) в день. Обозначим через $h_{i,l}$ время работы i -го станка по l -му способу. Надо определить $h_{i,k}$ так, чтобы получить наибольшее число комплектов.

Решение этого вопроса приводит к задаче определения $h_{i,l}$ (где $i=1,2,\dots,n$) из условий:

- 1) $h_{i,l} \geq 0$;

- 2) $\sum_l h_{i,l} = 1$;

- 3) если положить, $\sum_{i,l} \gamma_{i,k,l} h_{i,l} = z_k$, то $h_{i,k}$ должны быть подобраны так, что-

бы $z_1 = z_2 = \dots = z_m$ и их общая величина z получила максимальное возможное

значение.

Все три задачи легко модифицируются. Возможен вариант, допускающий некомплектное производство, например некомплектные детали надо докупать по более высокой цене, или сверхкомплектные детали дешевле оцениваются, чем общий комплект, и потому для оценки стоимости продукции играет существенную роль число полных комплектов. Возможны и другие постановки задачи. Дан способ сведения к этим задачам вопросов, возникающих при требованиях максимального уменьшения отходов; наилучшего использования механизмов, комплексного сырья и топлива; наилучшего распределения посевной площади, выполнения плана строительства при наличных материалах или плана перевозок.

Также в данной работе был выяснен экономический смысл разрешающих множителей, рассмотрены вопросы их использования при вариации плана, определения показателей эффективности продукции и кооперирования предприятий.

Вскоре после книги 1939 г., в которой содержалась постановка задачи выбора самого выгодного из огромного числа вариантов посредством минимизации линейной функции на множестве, задаваемом линейными ограничениями типа равенств и неравенств, и была изложена разработанная Канторовичем теория этих задач вместе с предложенными ученым методами их решения, Леонид Витальевич продолжил исследования математических методов, применимых в экономике.

Его дальнейшие исследования по этой теме можно разделить на две группы: те, которые были ориентированы на практическое применение и носили более частный характер, и те, которые имели большее теоретическое значение, не соотносясь с конкретными экономическими примерами.

Результаты довоенных лет с современной точки зрения

1) Поставленная задача C при условии исключения особых случаев эквивалентна основной задаче ЛП. Ее можно также сформулировать следующим образом:

Задано выпуклое многогранное множество M и направленная прямая (ось) B .

Тогда прямая задача звучит так: найти точку из M , лежащую на оси B и притом как можно выше. А двойственная – так: найти гиперплоскость, пересекающую ось B как можно ниже и разделяющую M и положительную часть оси B ²⁵.

2) Для этой задачи, которую можно трактовать как задачу об экстремуме линейных форм, связанных линейными соотношениями и ограничениями, или как задачу о нахождении максимума вогнутой кусочно-линейной функции на выпуклом множестве (задачи A и C), найдены необходимые и доста-

²⁵ По существу эта формулировка содержится в статье: Рубинштейн Г. Ш. Задача о крайней точке пересечения оси с многогранником и ее приложение к исследованию конечной системы линейных неравенств // Доклады АН СССР. 1955. Т. 100. С. 627–630.

точные условия оптимальности решения, основанные на существовании в максимальной точке (в «пространстве продукции») опорной гиперплоскости, коэффициенты которой (разрешающие множители) есть решение двойственной задачи. То есть, дана характеристика оптимального решения через двойственные переменные (разрешающие множители), но в этом знании нет надобности – достаточно использовать свойство опорной гиперплоскости.

3) На основании необходимых и достаточных условий были получены методы решения. Эти конечные процессы, названные методами разрешающих множителей, по своей эффективности и универсальности не уступают разработанным позже методам, например, симплекс-методу. Метод корректировки множителей²⁶, входящий в эту группу методов, совпадает, по существу, с методами одновременного решения прямой и двойственной задач. Он ближе всего к разработанному в 1957 г. методу Данцига–Форда–Фулкерсона²⁷. В 1940 г. издана чисто математическая версия работы²⁸, выраженная в терминах функционального анализа и алгебры.

Для транспортной задачи разработана эффективная модификация метода разрешающих множителей – метод потенциалов²⁹, распространенный позже под названием метода последовательного улучшения плана³⁰ на другие задачи. Он наиболее близок к пересмотренному (*revised*) симплекс-методу. Также в работе 1949 г.³¹ дан критерий оптимальности решения, поставлены более общие задачи. В 1942 г. вышел абстрактный вариант этой работы³² с бесконечными обобщениями задачи и методов ее решения.³³

Последующее развитие и применение метода ЛП

К работам Канторовича чисто прикладного характера относятся две статьи 1949 г.: одна содержит решение задачи сочетания максимальной эффективности распиловки леса с получением заданного ассортимента продукции³⁴,

²⁶ Канторович. Математические методы организации и планирования производства...

²⁷ Данциг Дж. Б., Форд Л. Р., Фулкерсон Д. Б. Алгоритм для одновременного решения прямой и двойственной задач линейного программирования // Линейные неравенства и смежные вопросы / Ред. Г. Кун, А. Таккер. Пер. под ред. Л. В. Канторовича и В. В. Новожилова. М., 1959. С. 277–286.

²⁸ Канторович Л. В. Об одном эффективном методе решения некоторых классов экстремальных проблем // Доклады АН СССР. 1940. Т. 28. № 3. С. 212–215.

²⁹ Канторович Л. В., Гавурин М. К. Применение математических методов в вопросах анализа грузопотоков // Проблемы повышения эффективности работы транспорта. М.; Л., 1949. С. 110–138; Канторович Л. В. О перемещении масс // Доклады АН СССР. 1942. Т. 37. № 7–8. С. 227–229.

³⁰ Канторович Л. В., Залгаллер В. А. Расчет рационального раскрытия промышленных материалов. Л., 1951.

³¹ Канторович, Гавурин. Применение математических методов в вопросах анализа грузопотоков...

³² Канторович. О перемещении масс...

³³ Подробно о взаимоотношении разных методов см.: Линейные неравенства и смежные вопросы / Ред. Л. В. Канторович и В. В. Новожилов. М., 1959. С. 403–419.

³⁴ Канторович Л. В. Подбор поставок, обеспечивающих максимальный выход пилопродукции в заданном ассортименте // Лесная промышленность. 1949. № 7. С. 15–17; 1949. № 8. С. 17–19.

другая посвящена решению вопроса оптимизации грузоперевозок между городами, которая хотя и опубликована лишь в 1949 г., однако была завершена и впервые докладывалась уже в 1940 г.³⁵ Несмотря на то, что последняя работа носила чисто прикладной характер, в ней содержались постановка и алгоритмы решения в виде созданного авторами метода потенциалов ставшей впоследствии классической транспортной задачи.

В 1951 г. вышла книга, в которой содержится отчет о применении ЛП к вопросу рационального раскроя материалов, даны новые приемы решения задач ЛП и на этой базе – подробный анализ проблем экономии материала при раскрое³⁶. Еще одной работой экономического направления стала статья 1958 г., разъясняющая связи ЛП с оптимальным решением задач оперативного производственного планирования³⁷. Столь широкий круг применений разработанных Канторовичем методов является лучшей иллюстрацией одного из творческих принципов Петербургско–Ленинградской школы, ярким представителем которой являлся Леонид Витальевич, – «нет ничего практичнее хорошей теории».

Однако Леонид Витальевич не ограничивался лишь применением созданного в 1939 г. метода для решения конкретных экономических и производственных проблем, а продолжил развивать эту новую область математических методов экономики. Год спустя дальнейшие исследования Канторовича оформились в виде заметки³⁸, содержавшей наиболее общую математическую трактовку предложенного автором вариационного принципа и метод разрешающих множителей, а кроме того общую формулировку условий экстремума при ограничениях в бесконечномерном пространстве; а в статье 1957 г.³⁹ дана постановка и анализ общей задачи производственного планирования.

Также вскоре после работы 1939 г. было проведено глубокое исследование экономического смысла разрешающих множителей, опубликованное, однако, лишь в 1959 г. в знаменитой работе, за которую Леонид Витальевич в 1965 г. был удостоен Ленинской премии⁴⁰. Эта работа также сочетает прикладные и теоретические исследования, которые были, по возможности, отделены друг от друга и изложены в разных частях книги, и подытоживает предыдущие исследования. В одной части она содержит анализ разработанных экономических приложений ЛП, в другой – наиболее полное изложение математической теории и вычислительных методов ЛП.

³⁵ Канторович, Гавурин. Применение математических методов в вопросах анализа грузопотоков...

³⁶ Канторович, Залгаллер. Расчет рационального раскроя промышленных материалов...

³⁷ Канторович Л. В. Возможности применения математических методов в вопросах производственного планирования // Организация и планирование равномерной работы машиностроительных предприятий. М.; Л., 1958. С. 338–353.

³⁸ Канторович Л. В. Об одном эффективном методе решения некоторых классов экстремальных проблем // Доклады АН СССР. 1940. Т. 28. № 3. С. 212–215.

³⁹ Канторович Л. В. О методах анализа некоторых экстремальных планово-производственных задач // Доклады АН СССР. 1957. Т. 115. № 3. С. 441–444.

⁴⁰ Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов...

Продолжением упомянутой выше работы 1949 г.⁴¹ стала статья 1942 г.⁴², которую необходимо выделить отдельно, так как в ней был рассмотрен бесконечномерный аналог транспортной задачи, и которая примечательна еще и тем, что, основываясь на ней, в 1948 г.⁴³ Канторовичем было получено более полное решение известной проблемы Монжа. Таким образом, разработанный в процессе изучения конкретной экономической задачи метод позволил решить давнюю математическую проблему.

Особняком стоят две совместные с Г. Ш. Рубинштейном работы 1957 и 1958 гг.⁴⁴ Они посвящены обобщениям задач ЛП на пространства вполне аддитивных функций множеств.

О признании вклада Л. В. Канторовича в экономическую науку

Сейчас авторитет Канторовича как создателя школы в функциональном анализе и родоначальника ЛП общепризнан и не вызывает никаких сомнений. Его изданная в 1948 г. статья отмечена Сталинской премией⁴⁵. Несмотря на то, что само название статьи звучало тогда парадоксально – в сознании большинства ученых того времени между функциональным анализом и прикладными задачами была пропасть – развитые в ней идеи стали классическими.

Вообще, Канторович всегда опережал свое время, что вызывало трудности в восприятии и продвижении его идей. Такая ситуация сложилась и вокруг работ в области экономики, усугубившись тем, что надо было иметь дело не с абстрактной математической материей, а с ортодоксальными и политизированными взглядами консервативных и враждебных людей.

Так, книга⁴⁶ 1959 г. вызвала резкие нападки ортодоксальных экономистов и острые дискуссии, продолжавшиеся до середины 60-х годов. Впрочем, последние имели и положительный эффект: за ними следили ученые в СССР и на Западе. Тогда же переводились, получая всемирную известность, ранние работы Канторовича по ЛП, обеспечившие его приоритет. Вскоре пришло признание в СССР: 1964 г. – избрание действительным членом Академии наук по Отделению математики, 1965 – Ленинская премия. Заключительная точка в вопросе признания его работ в мире была поставлена в 1975 г. вручением ему совместно с Т. Купмансом Нобелевской премии «за вклад в разработку теории оптимального использования ресурсов в экономике».

⁴¹ Канторович, Гавурин. Применение математических методов в вопросах анализа грузопотоков...

⁴² Канторович. О перемещении масс...

⁴³ Канторович Л. В. Об одной проблеме Монжа // Успехи математических наук. 1948. Т. 3. Вып. 2. С. 225–226.

⁴⁴ Канторович Л. В., Рубинштейн Г. Ш. Об одном функциональном пространстве и некоторых экстремальных задачах // Доклады АН СССР. 1957. Т. 115. № 6. С. 1058–1061. Канторович Л. В., Рубинштейн Г. Ш. Об одном пространстве вполне аддитивных функций // Вестник ЛГУ. Сер. мат., мех. и астр. 1958. № 7. Вып. 2. С. 52–59.

⁴⁵ Канторович Л. В. Функциональный анализ и прикладная математика // Успехи математических наук. 1948. Т. 3. Вып. 6. С. 89–185.

⁴⁶ Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов...

Теперь вернемся к истории вручения Канторовичу Ленинской премии, которая позволяет понять, с какими трудностями происходило внедрение экономических идей Леонида Витальевича в практику в СССР. В первый раз Канторовича выдвигали в 1962 г. за работы по ЛП, но безуспешно. Следующее выдвижение состоялось в 1964 г., когда на соискание премии были представлены работы Л. В. Канторовича⁴⁷, В. С. Немчинова⁴⁸ и В. В. Новожилова⁴⁹. Это были основополагающие труды нового тогда направления. «Известия» опубликовали статью А. Г. Аганбегяна, А. Л. Вайнштейна и Ю. А. Олейника «Первооткрыватели» о достижениях кандидатов⁵⁰. Но сразу нашлись противники: защитники «марксистской» экономики А. Боярский и Я. Кронрод написали в газету «Известия» письмо «По поводу книги Л. В. Канторовича “Экономический расчет наилучшего использования ресурсов”»⁵¹. В нем Канторович обвиняется в преступлениях против «марксистской трудовой теории стоимости» и многом другом. Параллельно Боярский и Кронрод написали аналогичное письмо в Комитет по Ленинским премиям. «На это А. Н. Колмогоров дает достойный ответ в публикуемом письме от 2 апреля 1964»⁵².

Через некоторое время война за истину подошла к своей кульминации: в газете «Правда» была подготовлена большая статья с громким названием «В плену теоретических ошибок», которая была подписана четырнадцатью апологетами «единственно верной» экономической теории – среди них были академики С. Г. Струмилин и К. В. Островитянов. Статья слово в слово повторяет обвинения, выдвинутые в вышеупомянутом письме. Отметим, критике подверглась только работа Канторовича. К счастью, серьезный ответ С. Л. Соболева и А. А. Ляпунова не заставил себя ждать: в «Правду» пришла их статья «Математика и экономика».

Две эти статьи были готовы к печати, но, все же, не были опубликованы. Возможно, по причине указания «сверху». Ленинская премия по экономике была вручена всем трем авторам, но только в 1965 г. Вероятно, это было связано с изменением политической ситуации: А. Н. Косыгин наметил программу экономических реформ, в которой работы Канторовича могли быть использованы. Возможно, на решение Комитета по Ленинским премиям повлияли М. В. Келдыш и В. А. Кириллин.

Сначала официальной мотивировкой выдвижения на премию была «разработка математических методов решения задач планирования и управления народным хозяйством», но к 22 апреля 1965 она изменилась: в «Правде» опубликовано постановление о присуждении трем ученым Ленинской премии «за научную разработку метода линейного программирования и математических моделей экономики». Формулировку изменили, чтобы исключение Канторовича из списка награждаемых стало невозможным.

⁴⁷ Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов...

⁴⁸ Немчинов В. С. Экономико-математические методы и модели. М., 1962.

⁴⁹ Новожиллов. Измерение затрат и их результатов в социалистическом хозяйстве...

⁵⁰ Аганбегян А. Г., Вайнштейн А. Л., Олейник Ю. А. Первооткрыватели / Известия. 18 февраля 1964 г. № 42.

⁵¹ Леонид Витальевич Канторович: человек и ученый... 2004. Т. 2. С. 331.

⁵² Там же. С. 330.

Международное признание также пришло не сразу, были и неприятные моменты. Зарубежные ученые узнали о трудах Канторовича с большим запозданием. Отчасти причиной этому стало тяжелое время: перед самой Великой Отечественной войной и во время нее Канторович написал около 20 работ экономико-математической тематики, но лишь две из них были своевременно напечатаны. Первая – заметка 1942 г.⁵³. Из нее и узнали на Западе о работах Канторовича по ЛП. Случилось это лишь в 1953 г., когда в работе М. М. Флуда⁵⁴ по транспортной задаче появилась ссылка на единственную доступную зарубежному читателю упомянутую выше статью. Вторая – «Рациональные методы раскроя металла»⁵⁵, опубликованная в 1942 г. под грифом «для служебного пользования». Работа Канторовича и Гавурина 1940 г.⁵⁶ по транспортной задаче опубликована лишь в 1949 г. уже после переоткрытия этих результатов на Западе. Так же и знаменитая удостоенная позднее Ленинской премии работа⁵⁷ была направлена в Госплан в 1942 г., а издана только в 1959 г.

Эти причины затруднили признание приоритета советской науки в разработке методов ЛП. Но научная значимость и приоритет Канторовича все же были признаны мировой общественностью, о чем свидетельствует, например, переписка Леонида Витальевича с Т. Купмансом, который сыграл огромную роль в «открытии» советских работ на Западе⁵⁸. В письме от 12 ноября 1956 г. он пишет:

Недавно мне представился случай познакомиться с экземпляром Вашей статьи «О перемещении масс» [...] Мне сразу стало ясно, что частью Вы развивали параллельно, но в большей части предвосхитили развитие транспортной теории в США, развитие которой началось в период с 1941 г. [...] Ваша краткая статья в замечательно сжатой форме содержит математическое существо того, что содержится в этих работах⁵⁹.

В 1958 г. работа «О перемещении масс»⁶⁰ была перепечатана в *Management Science*; в 1960 г. там же был опубликован перевод книги 1939 г.⁶¹. Об успешном завершении признания роли и приоритета работ Канторовича в развитии ЛП говорят многочисленные почетные степени и звания в наиболее уважаемых учреждениях всего мира. А в довершение – присуждение ему совместно с Т. Купмансом Нобелевской премии 1975 г. по экономическим наукам «за вклад в разработку теории оптимального использования ресурсов в экономике».

⁵³ Канторович. О перемещении масс...

⁵⁴ Flood, M. M. On the Hitchcock Distribution Problem // Pacific Journal of Mathematics. 1953. Vol. 3. P. 369–386.

⁵⁵ Канторович Л. В. Рациональные методы раскроя металла // Производственно-технический бюллетень НКБ СССР. 1942. № 7–8. С. 21–29.

⁵⁶ Канторович, Гавурин. Применение математических методов в вопросах анализа грузопотоков...

⁵⁷ Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов...

⁵⁸ См.: Леонид Витальевич Канторович: человек и ученый... Т. 2. С. 364–381.

⁵⁹ Там же. Т. 2. С. 364.

⁶⁰ Канторович. О перемещении масс...

⁶¹ Канторович. Математические методы организации и планирования производства...

Заключение

Круг вопросов, решенных или выведенных на новый уровень понимания Канторовичем, столь широк, что невозможно выделить какую-то одну область, работы в которой принесли ему известность. Безусловно, Леонид Витальевич с первых шагов в науке был математиком, а экономикой увлекся значительно позже, когда был уже состоявшимся ученым с мировым именем. Благодаря ему в математике появилась сильнейшая школа функционального анализа и принципиально новое направление – полуупорядоченные пространства.

Вклад Канторовича в экономику также сложно переоценить: им была создана абсолютно новая область математических методов – линейное программирование, возникшее на основе его предшествующего математического творчества. Интерес к самым разным вопросам, общим и частным, «постоянное взаимопроникновение теории и практики...»⁶², по его собственным словам, – отличительная особенность его характера и склада ума.

С другой стороны, такое разнообразие практических приложений методов, разработанных Леонидом Витальевичем, замечательно демонстрирует одну из важнейших установок Петербургской–Ленинградской математической школы, ярким представителем которой был Канторович, – «нет ничего практичнее хорошей теории». Это относится как к использованию Канторовичем в работах по экономике того багажа идей и методов, который уже был накоплен ученым за время математического периода своей научной деятельности, так и к последующему развитию, углублению, обобщению и практическому применению методов ЛП на основе идей, заложенных еще в самой первой работе этого направления.

⁶² Леонид Витальевич Канторович: человек и ученый... Т. 1. С. 22–75.