

Д. Б. КИТАЕВ

Н. Д. БРАШМАН О ПУТЯХ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Имя Николая Дмитриевича Брашмана (1796–1866) занимает видное место в истории математики и механики России¹. Воспитанник Венского политехникума, где его заметил и поддержал И. И. Литров, он с его рекомендациями в 1823 г. приехал в Россию и после недолгой работы в санкт-петербургском Петропавловском училище (Peterschule) в 1825 г. приступил к преподаванию в Казанском университете, где его коллегой был Н. И. Лобачевский. В 1834 г. он перешел в Московский университет, где занял кафедру прикладной математики. С Московским университетом оказалась связанной вся его дальнейшая творческая жизнь. Ему принадлежит выдающаяся роль в превращении старой столицы в один из заметных европейских математических центров. Вместе с другим профессором университета Н. Е. Зерновым он поднял преподавание чистой и прикладной математики в Москве на качественно новый уровень, сравнимый с лучшими европейскими университетами того времени. Подготовленные им учебные руководства – «Курс аналитической геометрии» (1836) и «Теория равновесия тел твердых и жидких» (1837) – были удостоены Демидовской премии Петербургской академии наук и послужили образцами для авторов русских учебников по математике и механике для высшей школы. Поставленные Брашманом курсы отличала ориентация на новейшие тенденции и результаты развития науки. Так его руководство по аналитической геометрии выходило далеко за рамки обязательной программы и знакомило читателей с новейшими исследованиями (в том числе и принадлежавших автору), например по проективной геометрии. Брашман воспитал целую плеяду первоклассных специалистов в области чистой и прикладной математики, а также известных педагогов. В их числе и крупнейший русский математик второй половины XIX в. П. Л. Чебышев (1821–1894), и один из организаторов Московского высшего технического училища А. С. Ершов (1818–1867). Вот что писал о деятельности Брашмана и Зернова выдающийся русский математик Е. И. Золотарев:

Всякий интересующийся историей развития математики в нашем отечестве не может не остановиться без благодарности на этих двух, богатых заслугами, деятелях Московского университета, уже теперь сошедших в могилу. Оба, известные своими учеными трудами, они еще более обращают на себя внимание своею педагогическою деятельностью. Многочисленные ученики их, сделавшиеся в свою очередь учителями, рассеяны по всей России. Некоторые же из них достигли вполне заслуженной славы².

¹ См: Юшкевич А. П. История математики в России. М., 1968; Юшкевич А. П. История отечественной математики. В 4-х т. Киев, 1966–1970; Лихолетов И. И., Майстров Л. Е. Николай Дмитриевич Брашман. М., 1971.

² Золотарев Е. И. Полное собрание сочинений. Т. 2. М., 1932.

С именем Н. Д. Брашмана связана также организация Московского математического общества (1864) – первого из существующих ныне в мире крупнейшего математического общества, сыгравшего выдающуюся роль в развитии математики в нашей стране. Он стал его первым президентом и организатором его печатного органа – старейшего русского математического журнала «Математический сборник», первый том которого вышел осенью 1866 г. и был посвящен его памяти ³.

Сам характер и масштаб деятельности Н. Д. Брашмана предполагает высокий уровень его математической культуры. Действительно, о его даровании ученого говорят его результаты как в области чистой, так и прикладной математики.

Их высоко ценил М. В. Остроградский и П. Л. Чебышев, хранивший его портрет на своем письменном столе. Вот какими словами он говорит о своем учителе в своем письме к нему: «Сказанного мною достаточно, чтобы увидеть как много интереса представляет предмет, на который я был наведен Вашими лекциями и всегда драгоценными для меня беседами с Вами» ⁴.

По предложению М. В. Остроградского и П. Л. Чебышева он был избран членом-корреспондентом Петербургской академии наук.

Мы остановимся лишь на одной работе Н. Д. Брашмана ⁵, совершенно обойденной вниманием историков математики, в которой проявились и свойственный ему интерес к новейшим математическим результатам, и глубокая интуиция, позволявшая разглядеть в только что появившихся идеях важные тенденции в развитии математики.

В 1834 г. в «Ученых записках Московского университета» была опубликована его статья «Общие рассуждения о математическом анализе и пример исследования дифференциальных уравнений по новому способу Штурма». И хотя в истории качественной теории дифференциальных уравнений она занимает достаточно скромное место одного из первых свидетельств осознания важности новой тематики (разработанной Штурмом), для истории математики в России она представляется чрезвычайно значимой. Интересно отметить, что в этой статье высказывается мысль о невозможности интегрирования большинства дифференциальных уравнений в квадратурах – факт, который впервые был обоснован семь лет спустя Лиувиллем для уравнения Риккати. Так, на странице 30 упомянутой статьи мы читаем:

Дифференциальные уравнения определяют трансцендентные функции, которые по большей части нельзя приводить даже к квадратурам. Сии уравнения должно исследовать в них самих, должно открыть те функции, которые они определяют. Желание приводить их к квадратурам также тщетно, как напрасно старались привести решение уравнений к извлечению корней ⁶.

³ Демидов С. С. «Математический сборник» в 1866–1935 гг. // Историко-математические исследования. 2-я серия. 1996. Вып. 1(36). № 2. С. 127–145.

⁴ Там же.

⁵ Брашман Н. Д. Общие рассуждения о математическом анализе и пример исследования дифференциальных уравнений по новому способу Штурма // Ученые записки Московского университета. 1834.

⁶ Имеются в виду, по-видимому, результаты, полученные Н. Х. Абелем, в которых была доказана неразрешимость в радикалах общего уравнения пятой степени.

Функции, определенные дифференциальными уравнениями, имеют особый, им свойственный характер, для познания их свойств надобны особенные средства.

Затем Брашман дает пример такого исследования, применяя для этой цели метод Штурма к уравнению вида:

$$\frac{d\left(p \frac{dy}{dx}\right)}{dx} + qy = 0,$$

где p и q – заданные непрерывные функции в промежутке $[x_0, X]$. Итогом этого исследования является утверждение, согласно которому бесконечно малым изменениям коэффициентов p и q уравнения должно соответствовать бесконечно малое изменение корней уравнения $y(x) = 0$, а также, что с уменьшением p и увеличением q число корней уравнения $y(x) = 0$ на замкнутом промежутке $[x_0, X]$ может только возрастать.

Далее в качестве примера рассматривается уравнение:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + qy = 0,$$

в котором $p = 1$, а q представляет собой функцию положительную на промежутке $[x_0, X]$. Сравнивая при этом данное уравнение с уравнениями с постоянными коэффициентами:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + q'^2 y = 0,$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + Q^2 y = 0,$$

в которых q' и Q есть наименьшее и наибольшее значения функции $q(x)$ на интервале $[x_0, X]$, Брашман как следствие приведенных ранее рассуждений дает оценку расстояния между двумя последовательными нулями решения уравнения (2). Этот результат формулируется в конце статьи следующим образом: если один из корней уравнения $y = 0$ есть ξ , то другой корень находится между пределами $\xi + \frac{\pi}{Q}$ и $\xi + \frac{\pi}{q'}$.

Значимость новой качественной проблематики в теории дифференциальных уравнений, на которую указал Брашман, в полной мере проявила себя к концу XIX столетия, когда появился мемуар Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями», положивший начало систематическому развитию исследований в этой области, а также труд А. М. Ляпунова «Общая задача теории устойчивости движения», посвященный изучению особого направления качественной теории дифференциальных уравнений, ставшему важной частью математики и теоретической физики XX столетия – теории устойчивости движения.