Из истории естествознания

М. А. ЦАЙГЕР

АРИФМЕТИКА У ДРЕВНИХ СЛАВЯН И В ДОПЕТРОВСКОЙ РОССИИ

Числовая культура в мире, окружавшем славян

Древние славянские племена жили по соседству с Византийской империей. Ее культура оказывала на славян огромное влияние. В числе действий, предпринятых византийскими императорами для утверждения своей независимости от западно-римской империи со столицей в Риме (которой они подчинялись до 330 г. н. э.), была замена латинского языка греческим в качестве государственного. В Византии уже давно действовала греческая система нумерации и счета, использовавшая для обозначения чисел буквы греческого алфавита (так называемая греческая (ионийская или ионическая) алфавитно-нумеральная система) [1]. Эта система имела несомненное преимущество по сравнению с известной системой римских чисел, принятой в Западной Европе, – длина записи числа в алфавитно-нумеральной системе значительно короче, так как каждый разряд числа (единицы, десятки, сотни) был представлен лишь одной буквой, либо не представлен вовсе, если этот разряд в числе отсутствовал, т. е. был выражен нулем в современном понимании. В табл. 1 показан греческий цифровой алфавит [2] – числовые значения букв греческого алфавита.

Чтобы отличить использование буквы в качестве числа, над буквой ставили горизонтальную черту. Например, число 24 обозначалось как $\overline{\kappa\delta}$, число 679 – как $\overline{\chi o \theta}$. Когда использование числового значения буквы было очевидно, горизонтальную черту над буквой не ставили.

Греческая алфавитно-нумеральная система позволяла использовать те же буквы алфавита для обозначения тысяч (до девяти тысяч включительно) путем добавления апострофа к букве снизу слева (например, ${}_{,}\overline{\beta} = 2000$ и ${}_{,}\overline{\zeta\pi\zeta}$).Так, число 7087 обозначалось как ${}_{,}\overline{\zeta\pi\zeta}$. Некоторые авторы [3] указывают, что апостроф для тысяч ставился вверху слева у буквы, например, 'Е = 5000.

Если число превышало десять тысяч (*мириаду*), то древние греки записывали заглавную букву М и над ней, либо слева от нее писали количество ми-

---

[1] См. например: *Pingree, D.* Numbers // The Oxford Dictionary of Byzantium / Ed. A. P. Kazhdan. Oxford: Oxford University Press, 1991. P. 1501.

[2] Выражение «цифровой алфавит» ввёл проф. Р. А. Симонов. См.: *Симонов Р. А.* Математическая мысль Древней Руси. М.: Наука, 1977. С. 39, 43 и далее.

[3] См.: *Ifrah, G.* The Universal History of Numbers: From Prehistory to the Invention of the Computer, English Translation From French D. Bellos, E. F. Harding, S. Wood, I. Monk // J. Wiley & Sons, 2000. P. 220.

© М. А. Цайгер. ВИЕТ. 2007. № 2. С. 20–40.

Таблица 1. Числовые значения греческих букв

Число	Буква	Название буквы	Число	Буква	Название буквы	Число	Буква	Название буквы
1	α	альфа	10	ι	иота	100	ρ	ро
2	β	бета	20	κ	каппа	200	σ	сигма
3	γ	гамма	30	λ	ламбда	300	τ	тау
4	δ	дельта	40	μ	мю	400	υ	ипсилон
5	ε	эпсилон	50	ν	ню	500	φ	фи
6	ς	стигма*	60	ξ	кси	600	χ	хи
7	ζ	дзета	70	ο	омикрон	700	ψ	пси
8	η	эта	80	π	пи	800	ω	омега
9	θ	тэта	90	ϙ	коппа*	900	ϡ	сампи*

* Примечание: устаревшие буквы (эписемы), используемые только для обозначения числовых значений.

риад. Например, число 357087 представлялось как 35 мириад и 7087 и обозначалось как $\overline{\lambda\varepsilon}\overline{\mathrm{M}}{}_{,}\overline{\zeta\pi\zeta}$. Таким образом можно было представить любое число до 99 999 999.

По современным представлениям [4], с которыми согласен автор, изобретение самой идеи системы алфавитной нумерации принадлежит египтянам. Автор полагает, что эта система возникла у египтян значительно ранее VI в. до н. э. Египтяне для обозначения нумералов использовали специальные знаки своего иератического и демотического письма. Эти знаки не обозначали каких-либо звуков, т. е. они не были буквами алфавита. Грекам принадлежит идея использовать для нумералов именно буквы своего алфавита, причем, поскольку в те времена в греческом алфавите использовалось только 24 буквы, а нужно было 27 (по девять для единиц, десятков и сотен), то в своей ионической системе для недостающих чисел они использовали три устаревшие буквы (эписемы) – дигамма Ϝ, впоследствии эту букву видоизменили и стали называть стигма ς, коппа ϙ и сампи ϡ. Идея использовать для нумералов буквы алфавита оказалась удивительно плодотворной, она безусловно способствовала распространению алфавитов в мире и перешла от греков ко многим другим народам, например, евреям, арабам, славянам, армянам, грузинам. Не всегда, правда, алфавитные системы нумерации успешно копировались у греков, например, в еврейской системе нумерации с помощью ивритского алфавита, имеющего 22 основные буквы, для недостающих пяти букв были использованы так называемые софитные, концевые буквы, т. е. буквы, кото-

[4] См. например: *Boyer, C. B.* Fundamental Steps in the Development of Numeration // Isis. 1944. Vol. 35. No. 2. P. 153–168, особенно P. 157 и далее; *Chrisomalis, S.* The Egyptian Origin of the Greek Alphabetic Numerals // Antiquity. 2003. Vol. 77. No. 297. P. 485–496; *Psychoyos, D. K.* The Forgotten Art of Isopsephy and Magic Number KZ // Semiotica. 2005. Vol. 154. P. 157–224.

рые могли быть поставлены лишь в конце слова, и это вызвало определенные затруднения, поскольку определенные числа приходилось записывать, ставя софитную букву в начале числового слова, что противоречило традиции и отношению к алфавиту как к элементу священного языка [5]. Это подробно описано у С. Ганца [6]. Попытки найти выход из положения привели в конечном счете к тому, что в некоторых случаях, например, при записи чисел в диапазоне 500–999, в разряде сотен появлялись две или три обычные (неконцевые) буквы вместо одного софитного нумерала. Кроме того, у евреев существовал религиозный запрет на запись буквенных сокращений, обозначающих имя Бога. Из-за этого запись чисел, оканчивающихся на 15 и 16, видоизменялась [7], и нарушалось основное правило системы – каждый разряд числа представлять одним нумералом. Эти отклонения усложнили ивритскую алфавитно-нумеральную систему; создавались дополнительные возможности возникновения ошибок при арифметических расчетах, и система не нашла широкого применения в торговле и во многих других областях деятельности еврейского социального общества, сохранившись главным образом в религиозной сфере [8].

Важнейшей функцией любой системы нумерации является возможность производить арифметические расчеты. Можно без преувеличения сказать, что факт принятия государством той или иной системы нумерации косвенно свидетельствует о том, что в этом государстве в рассматриваемый период безусловно существовали методы и средства арифметических расчетов с помощью принимаемой системы нумерации. Под средствами я имею в виду вспомогательные механизмы (например, счетные доски), без которых было невозможно производить расчеты. И когда С. Хрисомалис [9] указывает, что с начала Двадцать шестой династии (664–525 гг. до н.э.) демотический скрипт и нумералы получили царское предпочтение для коммерческих и административных функций по всему Египту, это косвенно свидетельствует о том, что средства для арифметических расчетов с помощью нумералов демотического скрипта в те времена уже существовали, хотя до сих пор эти средства не обнаружены.

---

[5] В русском языке мы тоже не можем представить себе слово, запись которого начиналась бы с мягкого знака – Ь.

[6] *Gandz, S.* Hebrew Numerals // Proceedings of the American Academy of Jewish Research. 1933. Vol. IV. P. 53–112.

[7] Вот что пишет по этому поводу Ж. Ифра: «Буквенные значения этих чисел расшифровываются как имя бога Яхве, и в еврейской традиции запрещено писать имя Бога, даже несмотря на то, что хорошо известна его буквенная форма из четырех букв (“божественная тетраграмма” יהוה). Чтобы избежать написания тетраграммы, были разработаны различные сокращения (יה, יו, הו, יהו), но на использование двух сокращений (יה и יו) был наложен запрет. Поскольку из-за этого запрета обычные формы чисел 15 и 16 (10 + 5 и 10 + 6) не могут быть использованы, они были заменены выражениями 9 + 6 и 9 + 7, соответственно: טו и טז» (The Universal History... P. 218).

[8] В настоящей статье автор умышленно не касается *гематрии* – искусства толкования значений слов по сумме цифровых значений составляющих букв. Эта тема подробно освещена в соответствующей литературе.

[9] *Chrisomalis*. The Egyptian Origin... P. 488.

Средства счета в Древнем мире

О существовании счетного устройства у египтян указывает Геродот [10]. До нас не дошли экземпляры такого устройства. У древних греков счетный прибор получил название абак. Правдоподобным представляется толкование, производящее слово «абак» от семитского корня (на иврите אבק – произносится «ава́к» – означает песок, порошок); согласно этому толкованию «абак» – это доска, покрытая слоем тонкого песка, на котором записываются числовые знаки. Самый ранний экземпляр древнегреческого абака некоторые авторы [11] датируют V в. до н. э., его нашли в 1848 г. на острове Саламис вблизи Афин. М. Ленг [12] указывает, что во время подготовки его статьи (1957 г.) уже было найдено 12 экземпляров аналогичных греческих абаков, а в 2002 г. А. Шерлиг [13] сообщает, что в различных археологических публикациях ему удалось найти 29 экземпляров греческих абаков. Но все эти абаки были рассчитаны на использование так называемой греческой акрофонической (аттической или геродиановой) системы нумерации [14], системы очень схожей с системой римских чисел. Автору пока не удалось обнаружить информации об абаках, сконструированных применительно к греческой алфавитно-нумерационной системе или к другим аналогичным системам (ивритской, славянской и др.) [15].

Техника арифметических вычислений в алфавитно-цифровой нумерации давно интересует исследователей истории математики. Вот что пишут по этому поводу И. Г. Башмакова и А. П. Юшкевич [16]: «Французский историк математики П. Таннери в 1882 г. овладел ионийской нумерацией и применил ее к выкладкам, необходимым для вычислений в “Измерении круга” Архимеда. Он убедился, что ионийская система имеет практические преимущества, о которых он едва мог подозревать раньше, и что операции в этой системе получаются не намного длиннее наших, если их проводить по современной схеме. К мнению П. Таннери присоединился и Т. Хисс» [17]. Эту информацию И. Г. Башмакова и А. П. Юшкевич почерпнули из статьи К. Бойера [18], на которую они ссылаются, но сам Бойер тут же отмечает: «К сожалению, Танне-

---

[10] См. например: *Выгодский М. Я.* Арифметика и алгебра в Древнем мире. М.: Наука, 1967. С. 17–18.

[11] См. например: *Ifrah*. The Universal History... P. 201.

[12] *Lang, M.* Herodotos and the abacus // Hesperia. 1957. Vol. 26. P. 275, note 12.

[13] *Schärlig, A.* Greek Abacus – Two Types and Some Uncertainties // Mediterranean Archaeology. 2002. Vol. 15. P. 15.

[14] См. например: *Леффлер Е.* Цифры и цифровые системы культурных народов / Пер. с нем. Левинтова И. Л. Одесса, 1913. С. 46–47; *Heath, T. L.* A History of Greek Mathematics. Oxford, 1921. Vol. I. P. 30–31; *Ifrah*. The Universal History... P. 182 и далее.

[15] Автор сделал запрос в Израильское управление древностей относительно абаков и столов менял времен царя Ирода. 13 июля 2005 г. руководитель Отдела монет г-н Дональд Т. Ариэль сообщил, что «меняла имел специальное имя на иврите *shulkhani* (шульхани), имеющее очевидную связь с фактом, что они сидели за столами». И далее «...я не знаю ни о каких сохранившихся древних счетных досках или абаках, или об экспертах, знакомых с этими устройствами, в археологических записях, а также в рукописях и другой древней литературе».

[16] *Башмакова И. Г., Юшкевич А. П.* Происхождение систем счисления // Энциклопедия элементарной математики. Кн. первая «Арифметика». М.; Л., 1951. С. 33, 35.

[17] *Heath*. A History of Greek Mathematics... P. 38.

[18] *Boyer*. Fundamental Steps... P. 160.

ри не опубликовал анализ и прямую аргументацию в пользу ионической системы нумерации. Результаты его проверки были установлены лишь случайно, и им обычно не придавалось значения» [19]. Косвенным указанием на существование абака для расчётов в греческой алфавитно-нумеральной системе является сам факт существования этой системы в течение всего тысячелетнего периода Византийской империи. Другим косвенным указанием на существование такого абака служит использование изобретателями славянской азбуки Кириллом и Мефодием [20] букв этой азбуки для обозначения чисел. Подобное же использование букв для алфавитно-нумерационной системы имеет место и в глаголице, армянском и грузинском алфавитах, а также в готском алфавите [21]. Ниже мы рассмотрим возможную конструкцию абака для алфавитно-нумерационной системы на примере славянской кириллицы.

Славянская кириллица

Славянская кириллица, сохраненная ныне в церковнославянском и старославянском языках, насчитывает 46 букв, однако для алфавитной нумерации используются 27 букв (см. табл. 2).

В табл. 3 приводится сопоставление букв алфавитной нумерации в греческом, славянском (кириллическом) и ивритском алфавитах. Расхождения между греческими и славянскими буквами очень незначительные.

Проф. Р. А. Симонов, известный специалист в области математических знаний у древних славян на Руси, любезно согласившийся ознакомиться с настоящей статьей в ее первоначальном варианте, обратил мое внимание на то, что в XII–XIII вв. для числа 900 использовалась буква «юс малый» ѧ, напоминающая греческую announcements эписему *сампи* ϡ в ее древнем начертании [22], похожем на трезубец Посейдона. Использование буквы «цы» ц для числа 900, по данным Симонова, началось лишь в конце XII – начале XIII вв. и окончательно закрепилось к рубежу XIII–XIV вв.

Правила записи чисел в славянской алфавитной нумерации приведены в работе Черепнина [23]. Он указывает следующие традиции записи чисел буквами славянского алфавита.

---

[19] Ibid. P. 161.

[20] Славянский алфавит создали Константин (ок. 827–869) и его брат Мефодий (ок. 815–885). Константин (перед смертью постригшийся в монахи и принявший имя Кирилл) получил блестящее образование в Константинополе. Одним из его учителей был крупнейший представитель византийской интеллектуальной элиты Лев Математик. Надо полагать, что Константин, прозванный Философом, прекрасно владел системой греческой алфавитной нумерации, методами и средствами арифметических расчетов в этой системе, и поэтому ввел эту систему в созданный славянский алфавит. Более подробно о них см.: *Бернштейн С. Б.* Константин Философ и Мефодий. М., 1984.

[21] Об использовании букв готского алфавита для записи чисел см.: *Menninger, K.* Number Words and Number Symbols. A Cultural History of Numbers. Dover Publication Inc., 1992. P. 259–260.

[22] *Симонов.* Математическая мысль Древней Руси... С. 33–35.

[23] *Черепнин Л. В.* Русская хронология. М., 1944. С. 19 и далее. Л. В. Черепнин (1905–1977) родился в семье, где отец и дед были историками. В возрасте 20 лет сдал экзамены за университетский курс и стал аспирантом Института истории. В 25 лет арестован по сфабрикованному делу «Всенародного союза борьбы за возрождение свободной России» и

Таблица 2. Числовые значения букв славянской кириллицы

а҃ (Аз) 1	в҃ (Веди) 2	г҃ (Глаголь) 3	д҃ (Добро) 4	є҃ (Есть широкое) 5	ѕ҃ (Зело) 6	з҃ (Земля) 7	и҃ (Иже) 8	ѳ҃ (Фита) 9
і҃ (И десятичное) 10	к҃ (Како) 20	л҃ (Люди) 30	м҃ (Мыслете) 40	н҃ (Наш) 50	ѯ҃ (Кси) 60	ѻ҃ (О широкое) 70	п҃ (Покой) 80	ч҃ (Червь) 90
р҃ (Рцы) 100	с҃ (Слово) 200	т҃ (Твердо) 300	у҃ (Ук) 400	ф҃ (Ферт) 500	х҃ (Хер) 600	ѱ҃ (Пси) 700	ѿ҃ (От) 800	ц҃ (Цы) 900

Таблица 3. Сравнение алфавитно-числовой нумерации у греков, славян и евреев

Число	Греческий	Славянский	Иврит	Число	Греческий	Славянский	Иврит	Число	Греческий	Славянский	Иврит
1	α	а	א	10	ι	і	י	100	ρ	р	ק
2	β	в	ב	20	κ	к	כ	200	σ	с	ר
3	γ	г	ג	30	λ	л	ל	300	τ	т	ש
4	δ	д	ד	40	μ	м	מ	400	υ	ѵ	ת
5	ε	є	ה	50	ν	н	כ	500	φ	ф	ך
6	ς	ѕ	ו	60	ξ	ѯ	ס	600	χ	х	ם
7	ζ	з	ז	70	ο	о	ע	700	ψ	ѱ	ן
8	η	и	ח	80	π	п	פ	800	ω	ѿ	ף
9	θ	ѳ	ט	90	ϙ	ч	צ	900	ϡ	ц	ץ

- Чтобы выделить букву в значении цифры (т. е. букву-нумерал), над ней ставили специальный знак – т.н. простое титло (҃). Над буквами единиц и десятков, как правило, ставится одно общее титло, над сотнями и тысячами – в отдельности по титлу. «... в документах часто попадаются и различные другие варианты: титла над каждым буквенным знаком, употреблявшимся в значении цифр, в том числе и над десятками и единицами в отдельности, титла над одними тысячами, или над тысячами и сотнями, причем десятки и единицы остаются без значков над ними» [24]. Поскольку в используемом в настоящей статье шрифте (*Irmologion Ucs*) нет возможности отобразить простое титло, охватывающее две или более буквы, здесь и далее будем ставить титло над каждой буквой-нумералом.
- Иногда буквы в значении цифр сопровождаются с обеих сторон точками, однако десятки и единицы при этом обычно не отделяются друг от друга точками. Но и это не является постоянным правилом. Можно встретить несколько различных вариантов буквенного обозначения одного и того же числа: точки или выделяют каждую цифру – букву, или отсутствуют совершенно, или же, наконец, сопровождают не все цифры, а только некоторые из них, например, десятки и единицы остаются не разделенными.

сослан на 3 года на двинские камнеразработки (в то время строился Беломорско-Балтийский канал). В 1933 г. после ссылки долго не мог найти работу по специальности и лишь в 1936 г. поступил в Институт истории на условиях временного договора и одновременно преподавал в школе. К 1947 г. защитил кандидатскую и докторскую диссертации. В 1956 г. реабилитирован. В 1972 г. избран в действительные члены АН СССР. Подробнее см.: *Назаров В. Д.* Лев Владимирович Черепнин // Историки России XVIII–XX веков. М., 1995. Вып. 2.

[24] *Черепнин.* Русская хронология... С. 23.

Таблица 4. Различия в записи чисел второго и третьего десятков буквами славянской кириллицы

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
і	аі	ві	гі	ді	єі	ѕі	зі	иі	ѳі
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
к	ка	кв	кг	кд	кє	кѕ	кз	ки	кѳ

- Порядок следования букв (направление чтения – слева направо) – как правило, сначала старшие разряды, например, сотни, затем – младшие десятки и единицы. Но в числах, содержащих от 11 до 19, порядок следования букв меняется – сначала указываются единицы, затем – буква десятка (і҃). В табл. 4 показаны выражения для чисел второго (от 10 до 19) и третьего (от 20 до 29) десятков.

Подобная запись отражает принятое инверсионное произношение числительных второго десятка.

- В некоторых рукописях приводятся особые сокращенные обозначения для крупных чисел (10 000 и выше).

Зубов [25] отмечает, что буква в кружке означает десятки тысяч («тьмы»), например а⃝ = 10 000 = одна тьма, а буква, окруженная пунктиром, – сотни тысяч («легеоны»), например а҈ = 100 000 = один легеон.

- Для обозначения тысяч используются те же буквы, но перед каждой из них ставится специальный знак тысяч (҂). Вот примеры из работы Черепнина [26]: 1000 = ҂а҃; 2000 = ҂в҃; 3000 = ҂г҃; 5000 = ҂є҃; 10 000 = ҂і҃; 20 000 = ҂в҃; 50 000 = ҂н҃; 100 000 = ҂р҃; 500 000 = ҂ф҃; а также 542 000 = ҂ф҂м҂в҃; 500 042 = ҂фм҃в; 540 002 = ҂ф҂мв҃.

Эти примеры показывают, что Л. В. Черепнин зафиксировал распространение в России (по-видимому, в XVI–XVII вв.) принципа указания тысяч с помощью знака (҂) на десятки и сотни тысяч, в отличие от греческой системы, где, как отмечалось выше, аналогичный знак распространялся только на единицы тысяч, а для десятков тысяч, сотен тысяч и миллионов использовался знак мириады.

Нам привычен порядок записи элементов числа, когда старшие разряды записываются в первую очередь, затем идут меньшие разряды и т. д., вплоть до единиц в конце. Многочисленные примеры подобных чисел в надписях древних вавилонян, египтян, греков и других народов известны [27]. С. Ганц отмечает, что «так называемый «Gezetz der Grössenfolge» (закон последовательности величин) впервые сформулировал Хенкель» [28].

---

[25] *Зубов В. П.* Примечания к «Наставлению, как человеку познать счисление лет» Кирика Новгородца // Историко-математические исследования. 1953. Вып. 4.

[26] *Черепнин.* Русская хронология... С. 22–23.

[27] См.: *Ifrah.* The Universal History... P. 166 и далее, P. 221 и в др. местах.

[28] *Gandz.* Hebrew Numerals... P. 98, note 185.

Конструкция абака для арифметических расчетов с числами в алфавитно-нумерационной системе счисления

Архимед, Евклид и другие греческие ученые для записи чисел пользовались ионической алфавитной нумерацией. По мнению некоторых современных ученых [29] (с ними согласен и автор настоящей статьи), ионическая алфавитная нумерация использовалась греками задолго до Пифагора (580–500 гг. до н. э.), однако археологи нигде в мире, в том числе и в России, пока не обнаружили артефакта, в котором они признали бы экземпляр абака для числовых расчетов в этой системе.

Абак в Западной Европе связывают с именем Герберта – французского ученого монаха, ставшего в 999–1003 гг. папой Сильвестром II. По-видимому, в соборе Нотр-Дам в Реймсе (Франция), где Герберт создал свою школу, экземпляр абака, изготовленного по указаниям Герберта, не сохранился. На этом абаке было 27 колонок для жетонов, использовавшихся при вычислениях. Количество колонок навело автора настоящей статьи на мысль, что первоначально подобная конструкция, послужившая основой для абака Герберта, применялась для расчетов в алфавитной системе нумерации. Однако Герберт использовал свой абак для расчетов в десятичной числовой системе, и многим было непонятно, зачем для этих расчетов нужно так много – 27 – разрядных колонок. Подробно разработки Герберта рассмотрены в работах Бубнова [30].

Автор предполагает, что абак для арифметических операций в славянской системе алфавитных нумералов имел вид доски (рис. 1). На доске изображались числовые буквы славянского алфавита, и тот, кто пользовался абаком, знал их числовые значения наизусть. На доске было выделено 27 вертикальных колонок, над каждой из них была записана соответствующая числовая буква [31].

Числовые буквы алфавита записаны в порядке возрастания числового значения справа налево. Этот, казалось бы неестественный, порядок букв приводит к тому, что наибольшие по значению алфавитные нумералы оказываются слева, и при чтении фразы числа, записываемого числовыми буквами слева направо, сначала прочитываются старшие разряды, как и требует «закон последовательности величин» [32]. Однако при переносе результирующей фра-

---

[29] См. например: *Psychoyos*. The Forgotten Art of Isopsephy... P. 194 и далее.

[30] *Бубнов Н. М.* Арифметическая самостоятельность европейской культуры. Культурно-исторический очерк // Исследования по истории науки в Европе. Киев, 1908. Т. I; *Бубнов Н. М.* Подлинное сочинение Герберта об абаке, или Система элементарной арифметики классической древности // Там же. 1911. Т. II; *Бубнов Н. М.* Абак и Боэций. Лотарингский научный подлог XI века // Там же. Петроград, 1915. Т. III; *Бубнов Н. М.* Забытая арифметика классической древности. Древний абак – колыбель современной арифметики // Там же. Киев, 1916. Т. V. Вып. 2. В этих книгах многократные ссылки на работу: *Bubnov, N.* Gerberti Postea Sylvestri II Papae Opera Mathematica. Berlin: Friedländer. 1899. in 8, pp.CXIX + 620.

[31] Показанная на рис. 1 конструкция абака для славянской системы алфавитных нумералов оказалась похожей (числом колонок) на абак Герберта, восстановленный Бубновым и воспроизведенный в книге: *Депман И. Я.* История арифметики. М., 1965. С. 82, рис. 37.

[32] Полагаю, что абак для вычислений у древних евреев в ивритской системе нумерации мог иметь почти такой же вид, как и на рис. 1, только вместо славянских букв были нарисованы ивритские, приведенные в табл. 3, и они были расположены слева направо по порядку возрастания цифровых значений.

ц	ѿ	ѱ	х	ф	ѵ	т	с	р	ч	п	о	ѯ	н	м	л	к	і	ѳ	и	з	ѕ	є	д	г	в	а

Рис. 1. Схема абака для арифметических расчётов с числами, записанными славянскими буквами

ц	ѿ	ѱ	х	ф	ѵ	т	с	р	ч	п	о	ѯ	н	м	л	к	і	ѳ	и	з	ѕ	є	д	г	в	а
															•							•				
																	•				•					
															•							•				
														•												•
													•													•

Рис. 2. Сложение двух чисел: л҃є + ѕ҃і (35 + 16). В первой строке – первое число (л҃є), во второй – второе число (ѕ҃і). В третьей – начало сложения – откладываем первое число (л҃є). В четвёртой строке – к первому числу добавлены единицы (ѕ҃) из второго числа (промежуточный результат – м҃а). В пятой строке – к промежуточному результату добавлены десятки второго числа (і҃). Окончательный результат – н҃а (51)

ц	ѿ	ѱ	х	ф	ү	т	с	р	ч	п	о	ѯ	н	м	л	к	і	ѳ	и	з	ѕ	є	д	г	в	а
													•													•
															•							•				
													•													
														•				•								
														•							•					
																	•				•					

Рис. 3. Вычитание двух чисел: н҃а – л҃є (51–35). В первой строке – первое число (н҃а), во второй – второе число (л҃є). В третьей – первое число после вычитания первой единицы второго числа – камень единиц снят с доски (н҃). В четвёртой строке – промежуточный результат после вычитания еще одной единицы второго числа – камень десятков сдвинут вправо на одну позицию, а в колонках единиц появился камень в крайней левой позиции (м҃ѳ). В пятой – промежуточный результат после вычитания ещё трех единиц второго числа (м҃ѕ). В шестой строке – окончательный результат после вычитания десятков второго числа (ѕ҃і), т. е. 16

зы числа на бумагу, в случае, если разряд десятков был представлен буквой ї, вычислитель менял местами буквы единиц и десятков, устанавливая букву ї последней, в соответствии с традицией, принятой в славянской числовой нумерации.

В ячейках колонок укладывали камешки, фруктовые косточки или другие аналогичные предметы, которые показывали, есть ли в отображаемом числе компонент, соответствующий данной числовой букве. На абаке было несколько строк, в каждой из них можно было записать одно число (одну числовую фразу).

Основное назначение абака – выполнение операций сложения и вычитания. Рассмотрим это на примерах. На рис. 2 показана схема сложения двух чисел: л҃є + ѕ҃ї (35 + 16). Можно всю операцию сложения проводить на третьей строке, но на рисунке для наглядности промежуточные этапы сложения отражены в отдельных строках. На рис. 3 показано вычитание двух чисел н҃а – л҃є (51 – 35).

Египетский способ умножения чисел в алфавитно-нумерационной системе счисления

Еще раз отметим, что абак – инструмент для сложения и вычитания чисел, а не для их умножения и деления.

В Древнем Египте и, весьма вероятно, в древнегреческих колониях для умножения и деления чисел использовалась египетская методика [33]. Выгодский показал эту методику умножения и деления в системе современных десятичных чисел [34]. Это сделано для облегчения понимания принципа счета. Например, надо умножить 213 на 37. Вычислитель составляет таблицу, где каждое последующее число левого и правого столбца получается удвоением предшествующего, т. е. сложением двух равных чисел. В левом столбце помещались соответствующие множители, а в правом – результаты умножения, также получаемые удвоением. Таблица продолжалась до тех пор, пока в левом столбце не появится число, превышающее заданный множитель, в нашем случае это число 64 (заданный множитель – 37). Эта последняя строка отбрасывалась:

/1	213
2	426
/4	852
8	1704
16	3408
/32	6816
Всего	7881

Наибольшее число оставшегося левого столбца отмечается косой чертой. Такой же чертой отмечаются и некоторые другие числа левого столбца, выбираемые так, чтобы сумма отмеченных чисел давала заданный множитель. В нашем случае – это множители 32, 4 и 1 (32 + 4 + 1 = 37). Произведя указан-

[33] См. например: *Бобынин В. В.* Математика древних египтян. М., 1882; *Выгодский.* Арифметика и алгебра в Древнем мире...

[34] *Выгодский.* Арифметика и алгебра в Древнем мире... С. 18.

ным способом разметку чисел в левом столбце, вычислитель должен еще подсчитать сумму стоящих против них чисел правого столбца. Полученный ответ записывался снизу. То, что делает вычислитель, – это оценка значения каждого элемента и определение, присутствует ли этот элемент в искомом числе.

Техника сложения (и вычитания, если это необходимо) зависит от системы нумерации, но показанный принцип выполнения умножения не зависит от этой техники и от системы нумерации. Поскольку способ использует принцип двоичной системы (удвоение очередного множителя), он обеспечивает минимальное число сложений (и вычитаний) для выполнения умножения, т. е. очень экономичен в тех случаях, когда основным методом расчета является сложение (вычитание) на абаке. Поэтому способ применялся к разным числовым системам, например к системе римских чисел, распространенных в Западной Европе в Средние века. Известный историк математики Смит отмечает, что в числе операций, перечисляемых в манускрипте «Crafte of Nombrynge» (ок. 1300 г.), на третьем месте указывается удвоение (*duplation*), а на четвертом – медиация (*dimydicion*), т. е. деления пополам [35]. Это именно те операции, которые необходимы для умножения по египетской методике. Сакробоско (ок. 1250) и М. Скотт указывают тот же порядок, называя медиацию как *mediation*. Позже Пачоли (1494) и Гемма Фризий (1540) уже не упоминают удвоение и медиацию в числе операций арифметики. Смит пишет:

> Египтяне часто умножали последовательным удвоением, исключая тем самым трудности обучения и пользования таблицей умножения. Это было, в частности, удобно при работе на абаке. Поэтому удвоение обычно до XVI в. рассматривалось как отдельная тема. Более того, египетские таблицы мер были обычно составлены так, чтобы обеспечить выполнение операций удвоения и деления пополам, которые считались очень важными. Этот метод продолжал использоваться до тех пор, пока использовался абак, и сохранялся некоторое время после того, как этот инструмент был окончательно заброшен. Интересная иллюстрация медиации видна, например, в официальных бумагах России до времен Петра Великого (1672–1725), слово «пол» (половина) повторяется до десяти раз для указания определённого деления [36].

С использованием египетской методики в системе славянских числовых букв произведем умножение двух чисел г҃і на к҃ѕ (т. е. 13 × 26), используя для вспомогательных операций сложения наш абак. Составляем таблицу промежуточных результатов (см. табл. 5).

Порядок вычислений следующий:

- Сначала заполняется колонка множителей удвоения *до тех пор, пока последнее число в этой колонке* (л҃в) (32) *не превысит заданный множитель* (к҃ѕ) (26), поэтому в дальнейшем в этой последней строке вычисления не производятся. Все удвоения вычисляются с помощью абака, как это было описано выше. Обратите внимание, что число ѕ҃і (16) записано в таблице согласно вышеупомянутой славянской традиции для чисел второго десятка.

---

[35] Цит. по: *Smith, D. E.* History of Mathematics (1925). N. Y.: Dover Pb., 1958. Vol. II. P. 32.

[36] Ibidem. P. 34. В этой работе приводится ссылка на статью: *Bobynin, V. V.* Esquisse de l'histoire du calcul fractionnaire // Bibliotheca mathematica. Leipzig: 1909–1910. Vol. X. Sér. 2. P. 97.

Таблица 5. Умножение г҃і (множимое) на к҃ѕ (множитель)

Множитель удвоения	Промежуточный результат	Признак использования множителя удвоения в суммировании	Сумма множителей (снизу вверх)	Сумма промежуточных результатов (сверху вниз)
а҃	г҃і			
в҃	к҃ѕ	/	к҃ѕ	к҃ѕ
д҃	н҃в			
и҃	р҃д	/	к҃д	к҃ѕ + р҃д = р҃л
ѕ҃і	с҃и	/	ѕ҃і	р҃л + с҃и = т҃л҃и
л҃в				

- Затем во второй колонке производятся вычисления промежуточных результатов умножения методом удвоения, опять же с помощью абака.
- Далее в четвертой колонке производится подсчет (суммирование) множителей удвоения из первой колонки (снизу вверх), суммарный множитель *не должен превышать заданного* (к҃ѕ) (26). Если добавляемый множитель приводит к превышению суммы над заданным вторым множителем, то этот добавляемый множитель не принимает участия в суммировании. Те множители удвоения, которые принимают участие в суммировании, отмечаются косой чертой в третьей колонке, нарастающая сумма множителей записывается в четвертой колонке.
- Наконец, в пятой колонке производится суммирование промежуточных результатов с помощью абака (сверху вниз) по тем множителям удвоения, которые участвуют в суммарном множителе (их участие отмечено в третьей колонке). Окончательный результат вычисления показан в ячейке с более темным фоном.

Действительно, 13 × 26 = 338 (т҃л҃и).

Способ Пифагора умножения чисел в алфавитно-нумерационной системе счисления

В Древней Греции произошло великое событие, которое повлияло на всю науку и хозяйственную жизнь последующих поколений людей во многих регионах: был изобретен способ умножения в алфавитной системе нумерации с помощью таблицы умножения. Авторство этой таблицы приписывают Пифагору Самосскому (ок. 580–500 гг. до н. э., по другим данным ок. 586–496 гг. до н. э.). По преданию, Пифагор изучал математику, астрономию, астрологию и все связанные с этим науки в Индии, Вавилоне и Египте. Ритуальные особенности, связанные с сохранением этих знаний в разных странах, привели Пифагора к тому, что в братстве посвященных, которое он организовал в

Греции, знания не записывались, а сохранялись в памяти посвященных [37]. Лишь по прошествии значительного периода после смерти Пифагора его последователи ввели практику создания трактатов – письменной записи знаний.

Что общего между числами $\overline{\mu\beta}$, $\overline{\upsilon\kappa}$ и $,\overline{\delta\sigma}$? Не только греки времен Пифагора, но и люди нашего времени не увидят никакой связи между этими числами, – хаотично разбросанные числовые элементы! И только гений Пифагора позволил увидеть в этом хаосе закономерность, которую сейчас видит любой мало-мальски грамотный человек, если перевести эти числа в нашу десятичную систему: они означают 42, 420 и 4200, т. е. в нашей системе они различаются лишь порядком! Пифагор не только углядел эту закономерность в алфавитной записи чисел, но и воспользовался ею для реализации своего облегченного способа умножения чисел в этой нумеральной системе своего времени.

Прежде всего, Пифагор и его ученики несомненно видели, что три эннеяды (девятки нумеральной системы, от греческого ἐννέα, «девять») образуют такую структуру, в которой возможны триады типа ($\bar{\alpha}$, $\bar{\iota}$, $\bar{\rho}$), ($\bar{\beta}$, $\bar{\kappa}$ $\bar{\sigma}$), ... ($\bar{\theta}$, $\bar{ϙ}$, $\bar{ϡ}$), т. е. последовательности типа (1, 10, 100), (2, 20, 200), ... (9, 90, 900). Тип этих последовательностей был им известен – это, как говорят теперь, геометрические прогрессии со *знаменателем* 10. Первые члены этих последовательностей получили название пифменов (слово пифмен – πυθμένας – в переводе с греческого буквально означает базу, основание, днище, дно). Член последовательности, следующий за пифменом (например, член $\bar{\kappa}$ следующий за пифменом $\bar{\beta}$), имеет первый порядок (т. е. порядок $\bar{\alpha}$), далее следует член последовательности ($\bar{\sigma}$) со вторым порядком (т. е. с порядком $\bar{\beta}$) и т. д.

Суть идеи умножения, по Пифагору, в следующем: при умножении чисел, записанных буквами, надо:

- найти пифмены и порядки множителей;
- умножить их пифмены;
- сложить порядки множителей и определить суммарный порядок;
- каждый элемент результата умножения пифменов передвинуть в своей последовательности на вычисленный суммарный порядок, что даст искомое произведение.

Особенность этого метода состоит в том, что самую сложную операцию – умножение пифменов – можно производить с помощью небольшой (9×9) стандартной таблицы умножения, которой многие древние авторы приписывают имя Пифагора. Размеры таблицы позволяют при небольших усилиях заучить ее наизусть. В табл. 6 приведена таблица Пифагора применительно к славянской кириллической системе нумерации. Она имеет размер 10×10, и Никомах (ок. 100 г. н. э.) [38] приводит эту таблицу в таких же размерах. В принципе, размеров 9×9 вполне достаточно, чтобы производить умножение пифменов в алфавитной системе нумерации, но, по-видимому, 10×10 все же немного удобнее.

---

[37] Академик В. И. Арнольд пишет: «Пифагор был одним из первых в мире, как это сейчас называется, индустриальных шпионов. Он провел в Египте около двадцати лет. Египетские жрецы обучили его своим наукам, но потребовали от него подписку о неразглашении (поэтому он никогда ничего и не публиковал)». См.: *Арнольд В. И.* Математическая дуэль вокруг Бурбаки // Вестник РАН. 2002. Т. 72. № 3. С. 245–250.

[38] См.: *Nicomachus of Gerasa*. Introduction to Arithmetic. N. Y., 1926. P. 217.

Таблица 6. Умножение чисел первого десятка в русской цифири (таблица Пифагора)

	В	Г	Д	Є	Ѕ	З	И	Ѳ	І
А	в	г	д	є	ѕ	з	и	ѳ	ї
В	д	ѕ	и	ї	ві	ді	ѕі	иі	к
Г	ѕ	ѳ	ві	єі	иі	ка	кд	кз	л
Д	и	ві	ѕі	к	кд	ки	лв	лѕ	м
Є	ї	єі	к	кє	л	лє	м	мє	н
Ѕ	ві	иі	кд	л	лѕ	мв	ми	нд	ѯ
З	ді	ка	ки	лє	мв	мѳ	нѕ	ѯг	о
И	ѕі	кд	лв	м	ми	нѕ	ѯд	ов	п
Ѳ	иі	кз	лѕ	мє	нд	ѯг	ов	па	ч
І	к	л	м	н	ѯ	о	п	ч	р

Можно задать вопрос: почему именно эту таблицу связывают с именем Пифагора? Что она не была известна раньше? Конечно, была, более того, она, несомненно, была известна в гораздо больших размерах. И не только грекам и египтянам, но и до них вавилонянам и многим другим народам. И после Пифагора было множество подобных таблиц. Но почему-то именно этой, сравнительно небольшой, таблице приписывают имя Пифагора. Ответ, на наш взгляд, состоит в том, что эта таблица ценна не сама по себе, а как необходимый элемент процесса облегченного умножения. Что же еще необходимо было для реализации этого процесса? Две вещи: во-первых, абак как инструмент сложения-вычитания; а во-вторых, правило или таблица или еще что-то эквивалентное для того, чтобы перейти от множителей, которые могут быть достаточно велики по размерам, к множителям-пифменам этой сокращенной таблицы умножения и чтобы осуществить обратный переход от результата, полученного по таблице умножения, к реальному результату, который может быть во много раз больше. Нужно то самое правило, приведенное выше как последовательность четырех этапов.

Сложение порядков множителей, как правило, тоже можно производить в уме, эти порядки зачастую невелики. Не очень сложно находить в уме пифмены и порядки множителей (этап 1) и перемещать элементы промежуточного результата умножения пифменов на величину суммарного порядка (этап 4), но лучше делать это не в уме, а с помощью вспомогательной таблицы. В этом случае вероятность ошибок, порождающихся действиями в уме, существенно снижается. Такая вспомогательная таблица применительно к славянской кириллической системе нумерации представлена в виде табл. 7. Автор настоящей статьи называет эту таблицу «лестницей Пифагора». Слово «лестница» подсказано проф. Димитрисом Психойосом: «Мы подсчитываем, на сколько шагов мы перемещаемся по лестнице эннеяд до пифмена каждого множителя, и находим сумму этих шагов для обоих множителей; мы умножаем пифмены

Таблица 7. Лестница Пифагора для русской цифири

Легеоны (сотни тысяч)	Ступень є	҂р	҂с	҂т	҂у	҂ф	҂х	҂ѱ	҂ѿ	҂ц
Тьмы (десятки тысяч)	Ступень д	҂і	҂к	҂л	҂м	҂н	҂ѯ	҂о	҂п	҂ч
Тысящи	Ступень г	҂а	҂в	҂г	҂д	҂є	҂ѕ	҂з	҂и	҂ѳ
Сотни	Ступень в	р	с	т	у	ф	х	ѱ	ѿ	ц
Десятки	Ступень а	і	к	л	м	н	ѯ	о	п	ч
Персты (единицы, пифмены)		а	в	г	д	є	ѕ	з	и	ѳ

по таблице Пифагора для нахождения промежуточного произведения; затем мы перемещаем каждую цифру этого промежуточного результата на столько шагов, сколько составляет сумма, которую мы нашли первоначально» [39]. Психойос называет это «правилом Архимеда». Мы не можем согласиться с таким названием: правило явно существовало до Архимеда, поскольку без него утрачивалось особое значение таблицы умножения, необходимой для реализации метода, а так как таблица носит имя Пифагора, то и правило имеет прямое отношение к нему. Все это дает основание думать, что идея правила принадлежала Пифагору, а Архимеду, жившему два с половиной столетия спустя, принадлежит изящное доказательство этого важнейшего звена метода, но не сам метод.

До нас не дошли манускрипты, описывающие этот способ умножения. Об утраченном трактате Аполлония Пергского (ок. 262–190 гг. до н. э.) «Быстрое получение результатов» (*Okytokion*) сохранилось только упоминание Евтокия Аскалонского (Ашкелонского), греческого математика VI в. н. э. в его комментарии к трактату Архимеда «Измерение круга» [40].

Первая дошедшая до нас публикация таблицы Пифагора осуществлена в трактате Никомаха Геразского «Введение в арифметику» [41], относящемся примерно к 100 г. н. э. Никомах указывает на Пифагора как на автора этой таблицы. Однако существует и более раннее отображение этой таблицы [42].

Важным моментом является четвертый этап вышеуказанной процедуры, когда результаты умножения пифменов надо перемещать соответствующим

---

[39] Метод подробно описан: *Psychoyos*. The Forgotten Art of Isopsephy... P. 168 и далее.

[40] См.: *Heath*. A History of Greek Mathematics... P. 55; *Boyer*. Fundamental Steps... P. 162, note 68.

[41] См.: *Nicomachus of Gerasa*. Introduction to Arithmetic... P. 217.

[42] Психойос (The Forgotten Art of Isopsephy... P. 168, note 27) ссылается на книгу (*Schärlig, A.* Compter avec des Cailloux // Lausanne: Presses Polytechniques et Universitaires Romandes. 2001. P. 99–102, fig. 4), где описана хранящаяся в Musée d'Art et d'Histoire de Genève мемориальная плита (III в. до н. э.) из Северной Греции. На плите изображен сидящий геометр, указывающий рукой на прямоугольную таблицу с десятью строками и десятью колонками. В первой колонке и первой строке введены числа первой девятки А, В, Г ... Θ, (пифмены) и первое число второй девятки I, а в ячейках даются результаты их умножения – это случай законченной таблицы Пифагора. Под таблицей мальчик, которому предстоит, вероятно, запомнить эту таблицу наизусть.

образом, чтобы получить правильный результат. Доказательство Архимеда (ок. 287–212 гг. до н. э.) в его трактате «Исчисление песка», что 10^m помноженное на 10^n дает $10^{(m+n)}$, настолько просто и красиво, что автор считает необходимым привести цитату Психойоса, где это доказательство изложено достаточно наглядно:

> Это правило является общим правилом и касается произведения двух чисел, которые являются членами геометрической прогрессии с первым членом, равным 1, как, например, в прогрессии 1, 1×3, 1×3^2, 1×3^3 ... Такого рода последовательность образована и членами десятичной системы (1, 1×10, 1×10^2, 1×10^3 ...). Архимед доказал, что произведение двух членов такой последовательности принадлежит к той же последовательности и находится в позиции $k = m + n - 1$, где m и n являются позициями, которые занимают эти два члена. В случае десятичной системы доказательство простое: если мы имеем два числа $A = 10^m$, $B = 10^n$, то 10^m, очевидно, занимает $(m + 1)$ позицию в последовательности, а 10^n позицию $n + 1$, имея в виду, что единица занимает позицию 1. Следовательно, произведение $A \times B = 10^m \times 10^n = 10^{m+n}$ занимает позицию $m + n + 1 = (m + 1) + (n + 1) - 1$, т. е. ту, которую диктует правило. В общем случае двух чисел десятичной системы $C = c \times 10^m$, $D = d \times 10^n$ мы имеем:
>
> $C \times B = (c \times 10^m) \times (в \times 10^n) = (c \times d) \times (10^m \times 10^n) = (c \times d) \times 10^{m+n}$.
>
> Или мы умножаем *пифмены* c и d и «переносим» результат в $(m + n)$-ю позицию [43].

Вернемся к умножению. Конечно, маловероятно, что кто-то из старорусских грамотеев слышал о понятии «пифмен». Тем не менее сама идея пифменов была им понятна. Ведь числительные звучали так: двадцать, семьсот и т.д. Два – это число десятков, т. е. то, что греки называли пифменом, а «дцать» – это указание на порядок, т. е. ступень десятков в лестнице Пифагора. Семь – это пифмен, а «сот» – указание на ступень сотен в той же лестнице. Даже ничего не зная о пифменах, можно легко усвоить схему умножения двух чисел. Например, когда надо умножить «како» (двадцать) на «пси»(семьсот), мы вспоминаем, что «како» – это два («веди») десятка, а «пси» – семь («земля») сотен. (См.: лестницу Пифагора в табл. 7). Умножаем «веди» на «земля» по таблице умножения (табл. 6) и получаем д҃і «добро и-десятичное». Поскольку при умножении десятков (ступень а҃) на сотни (ступень в҃) получаем тысячи (ступень г҃), каждый элемент полученного результата надо перевести в разряд тысяч, т. е. поднять на г҃ ступеней.

Воспользуемся табл. 7 (лестницей Пифагора). При подъеме на г҃ ступеней і҃ превратится в ҂і, а д҃ – в ҂д. Итоговый результат будет: ҂д҂і. Т. е. если умножить «како» на «пси» (к҃ на ѱ҃), то «придет», как говорили в те времена, ҂д҂і.

При обучении счету в системе алфавитной нумерации ученики, по-видимому, запоминали наизусть таблицу умножения (табл. 6). Это требовало определенного умственного труда, в те времена цифирь была одним из самых сложных предметов. Пушкин писал в предисловии к «Истории села Горюхина»: «Мне ли рыться в летописях и добираться до сокровенного смысла обветшалого языка, когда не мог я выучиться славянским цифрам?»

---

[43] *Psychoyos*. The Forgotten Art of Isopsephy... P. 168, note 29.

В каком виде существовала в те времена лестница Пифагора, напоминающая табл. 7, или в виде набора правил, которые заучивал ученик, сказать трудно. Но одно можно сказать уверенно: таблице умножения типа табл. 6 придавали настолько большое значение, что первая математическая книга, изданная в России, была именно таблица умножения чисел от 1 до 100 друг на друга [44].

Продемонстрируем выполнение умножения г҃і на к҃ѕ способом Пифагора (рис. 4).

г҃і	
к҃ѕ	
ѯ҃	с҃
и҃і	ѯ҃
т҃ли	

Рис. 4. Умножение г҃і на к҃ѕ по способу Пифагора

- По греческой традиции, сначала запишем множители друг под другом (первая и вторая строки).
- Далее умножим первый элемент множителя к҃ на первый элемент множимого г҃. Выполним манипуляции с таблицей Пифагора и лестницей Пифагора: первый элемент множителя имеет пифмен в҃ и находится на ступени а҃, первый элемент множимого – пифмен г҃ и находится на основании, т. е. на ступени перстов, результат умножения пифменов по таблице Пифагора ѕ҃, его надо передвинуть вверх по лестнице Пифагора на суммарное число ступеней, т. е. на а҃ ступеней, окончательный результат ѯ҃. Этот результат и записываем в третьей строке.
- Теперь умножим первый элемент множителя к҃ на второй элемент множимого і҃. После выполнения всех манипуляций с таблицей и лестницей Пифагора получаем результат с҃. Записываем его справа в третьей же строке.
- Умножим второй элемент множителя ѕ҃ на первый элемент множимого г҃. После выполнения всех манипуляций с таблицей Пифагора получаем промежуточный результат и҃і, который является и окончательным, поскольку множители являются пифменами. Лестница Пифагора не потребовалась. Записываем результат слева в четвертой строке.
- Умножим второй элемент множителя ѕ҃ на второй элемент множимого і҃. После выполнения всех манипуляций с таблицей и лестницей Пифагора получаем результат ѯ҃. Записываем его справа в четвертой же строке.
- Результаты частных умножений складываем на абаке (рис. 5): в первых четырех строках откладываем компоненты слагаемых, в пятой строке на абаке (рис. 5) приведен общий результат сложения – т҃ли. Этот результат записываем в пятую строку на рис. 4. Результат получился тот же, что и при египетском способе (табл. 5).

Сравним в этом примере сложность умножения египетским способом и способом Пифагора. По египетскому способу (см. табл. 5) нам потребовалось сделать 14 сложений на абаке: в первой колонке – 5 (последнее сложение было необходимо, чтобы увидеть, что полученный результат превышает заданный множитель), во второй колонке – 4, в четвертой колонке – 3 (в пропущенной третьей сверху строке сложение обязательно надо было сделать, чтобы убедиться, что результат неудовлетворителен), в пятой колонке – 2.

---

44 Считание удобное. М.: Печатный двор, 1682. См.: *Галанин Д. Д.* История методических идей по арифметике в России. Ч. 1 – XVIII век. М., 1915. С. 67. Галанин считает, что автор этой книги – Л. Магницкий (С. 69); *Депман.* История арифметики... С. 95.

ц	ѿ	ѱ	х	ф	ѵ	т	с	р	ч	п	о	ѯ	н	м	л	к	і	ѳ	и	з	ѕ	є	д	г	в	а
												•														
							•																			
																	•		•							
												•														
						•									•				•							

Рис. 5. Сложение промежуточных результатов на примере умножения г҃і на к҃ѕ способом Пифагора. В третьей строке – первый промежуточный результат (ѯ҃), второй промежуточный результат (с҃), в четвертой строке – третий промежуточный результат (и҃і), четвёртый промежуточный результат (ѯ҃). В пятой строке – результат сложения (т҃ли)

Способ Пифагора для получения того же результата потребовал сделать на абаке всего лишь 3 сложения (4 слагаемых). Меньшая трудоемкость этого способа очевидна.

* * *

Приведенный материал показывает, как именно славяне и россияне в допетровские времена пользовались алфавитной системой нумерации славянской кириллицы не только для записи чисел, но и для выполнения арифметических расчетов. Для этого необходимо было использовать расчетную доску – абак, чтобы выполнить сложение и вычитание чисел в этой системе нумерации. Использование абака позволяло умножать как египетским способом, так и греческим. Есть определенные основания думать, что творцом греческого способа является Пифагор: именно его имя приписывают таблице умножения пифменов, а поскольку эта таблица имела ценность не сама по себе, а как элемент способа упрощенного умножения, то следует полагать, что сам способ был предложен Пифагором. В пользу такого предположения косвенно говорит и тот факт, что до Пифагора в Египте не применялся упрощенный способ умножения, а через некоторое время после Пифагора (во времена Александрийской библиотеки) этот способ начал применяться и в Египте и других местах. Автор полагает, что важным элементом способа умножения по Пифагору служит набор правил для выполнения манипуляций, связанных с использованием таблицы Пифагора. Вполне вероятно, что для выполнения этих манипуляций использовалась специальная таблица (автор называет ее лестницей Пифагора). В Древней Руси и в допетровской России упрощенное умножение по способу Пифагора было известно, в пользу этого говорит тот факт, что первой математической книгой, изданной типографским способом в 1682 г., была таблица умножения, записанная славянской кириллицей.

Обращает на себя внимание тот факт, что, несмотря на тысячелетний период существования алфавитной нумерации в Византийской империи (на основе греческого алфавита) и пятисотлетний период аналогичной нумерации у российских славян (на основе кириллического славянского алфавита), до сих пор не обнаружены соответствующие абаки. Автору, за неимением лучшего, пришлось предложить свою конструкцию такого абака и надеяться, что, возможно, в ближайшем будущем среди сохранившихся экземпляров православной церковно-монастырской утвари, либо в иных местах, еще будут обнаружены предметы, похожие на такой абак.

Вполне вероятно, что упрощение способа умножения сделало особо привлекательной алфавитную нумерацию и способствовало распространению греческого алфавита и алфавитной нумерации во многих странах, с которыми контактировали Древняя Греция и Византия, в том числе на Ближнем Востоке, на Руси, в Армении, Грузии и др.

Е. В. ЛЕВАШКО

ЭНТОМОЛОГИЧЕСКИЕ НАУЧНЫЕ ШКОЛЫ В ГОРОДЕ НА НЕВЕ (1917–1941)

Научные школы как неформальные объединения ученых – характерное явление в отечественной науке, в значительной степени определившее высокий уровень ее развития. Формирование и деятельность санкт-петербургских энтомологических научных школ необходимо рассматривать во взаимосвязи с такими факторами, как личностные качества лидера школы, его научный статус, особенности его научной программы, а также социальные и экономические условия государства.

В специальной литературе существует ряд определений научной школы [1]. В последнее десятилетие наблюдается усиление интереса к определению этого понятия, установлению закономерностей развития определяемых им феноменов, оценке исторической роли и перспективности различных форм научных школ. Это обусловлено в большой степени изменением структуры финансирования науки. Одной из форм с 1995 г. стала программа поддержки ведущих научных школ России. Е. З. Мирская провела исследование атрибутивных свойств и типизацию научных школ и выделила научно-образовательные, исследовательские, национальные школы и школы-направления [2]. В работе Д. Ю. Гузевича (он, как и предыдущий автор, отталкивается от некоторых положений М. Г. Ярошевского) приведен пример инвариантного содержания термина «школа», а затем на основании инвариантов второго, третьего и т. д. порядков построена иерархическая система различных типов школ [3].

Факторы, влияющие на успешность или неуспешность научных школ, рассматриваются в классической работе Дж. Моррела [4], который предложил модель «идеальной исследовательской школы». Несколько модифицировав схему Моррела, другой исследователь Дж. Гисон выделил около полутора десятков таких факторов [5]. Среди них следует отметить научную репутацию и авторитет лидера, стиль руководства, ясность исследовательской программы,

---

[1] *Ярошевский М. Г.* Трехаспектность науки и проблемы научной школы // Социально-психологические проблемы науки. М., 1973. С. 174–184; *Кедров Б. М.* Научная школа и ее руководитель // Школы в науке. М., 1977. С. 300–310; *Фандо Р. А.* Формирование научных школ в отечественной генетике в 1930-1940-е гг. М., 2005; *Geison, G. L.* Scientific Change, Emerging Specialties, and Research Schools // History of Science. 1981. Vol. 19. Part 1. N 43. P. 20–30.

[2] *Мирская Е. З.* Школы как форма организации науки. Социологический анализ проблемы // Науковедение. 2002. № 3. С. 8–24.

[3] *Гузевич Д. Ю.* Научная школа как форма деятельности // ВИЕТ. 2003. № 1. С. 64–93.

[4] *Morrell, J. B.* The Chemist Breeders: The Research Schools of Liebig end Thomas Thomson // Ambix. 1972. Vol. 19. Part 1. N 1. P. 1–46.

[5] *Geison*. Scientific Change... 1981.