Из истории естествознания

В. С. КИРСАНОВ

ЛЕЙБНИЦ В ПАРИЖЕ: ПЕРВЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО МЕХАНИКЕ

Работа посвящена исследованию неопубликованных рукописей Лейбница по механике, написанных в период его пребывания в Париже в середине 70-х гг. XVII в. В отличие от математических рукописей, относящихся к тому же периоду, этой стороне его творчества практически не было уделено внимания в историко-научной литературе. В рассматриваемых работах интересными (с точки зрения эволюции научных взглядов Лейбница) представляются его попытки сконструировать вечный двигатель несмотря на то, что впоследствии он, как известно, категорически отверг такую возможность. Другая рукопись, примыкающая к этим работам, обращает на себя внимание едва ли не первым в науке Нового времени примером аккумулирования энергии, а также представленным в ней замечательным кинематическим механизмом, превращающим вращение в любую сторону во вращение только в одну сторону. Наконец, последняя из рассматриваемых рукописей представляет собой исследование движения тела в сопротивляющейся среде, в которой были получены основные результаты, опубликованные лишь двенадцать лет спустя и вызвавшие необоснованные обвинения в заимствовании со стороны И. Ньютона.

Введение: круг чтения

Пребыванию Лейбница в Париже посвящена обширная литература, но в ней обычно акцент делается на его открытия в области математики и на изобретение счетной машины. Другие аспекты его научной деятельности, как правило, остаются в тени. Настоящая статья представляет попытку несколько заполнить этот пробел; она является побочным результатом работы по подготовке к изданию рукописей Лейбница физико-математического содержания, написанных в Париже в течение 1672–1676 гг. [1] Мы остановимся преимущественно на работах, посвященных механике, хотя следует заметить, что в это же время Лейбница интересовали и проблемы физики в более широком смысле, в частности оптики, астрономии и вакуумного дела. Вообще исследователь, изучающий ранние рукописи Лейбница, прежде всего обращает внимание на необычайно широкий спектр его интересов, не ограничивающийся лишь точными науками (и науками вообще).

В этом смысле показательна рукопись, хранящаяся под шифром LH035,08,30, ff.151r,v.; в ней перечислены темы, представляющие для Лейбни-

---

[1] Собрание рукописей Лейбница находится в библиотеке земли Нижняя Саксония (ФРГ, Ганновер): Niedersächsische Landesbibliothek, Hannover, Leibniz-Handschriften, v. 35, 37.

ца интерес. Среди многочисленных вопросов, относящихся к собственно математике и физике, не меньше и совершенно экзотических, расшифровка которых представляет немалые трудности. Например, одна из записей в начале рукописи гласит: «Hookii tornus dioptricus. Scriptura coelestis, Gaffarelli et Bangi. Tachygraphia Anglicana» [2]. Здесь Лейбниц сначала ссылается на работы Роберта Гука о вытачивании оптических линз, а затем он упоминает двух разных авторов, знаменитых в конце XVII в. своими полумистическими книгами, это Жак Гаффарель [3] автор книги «Необыкновенные истории о волшебных талисманах персов. Гороскоп Патриархов. О чем говорят Звезды» и Томас Банг [4] с его книгой «Небесный свод Востока и триада Древнего мира». Следующая строчка относится, конечно, к стенографии, которая в это время начинает быть популярной в Англии. Или: «De Signatura rerum. Crollius» [5]. Непросто было установить, что речь идет о книге немецкого ятрохимика Освальда Кроллиуса «Храм химии» [6].

Далее Лейбниц упоминает и о других любопытных книгах, не забывая, впрочем, возвращаться и к интересующим его научным темам. Так, в добавление к работам Гука по технической оптике он говорит о «Wrenni hypebola per tornum»: без сомнения, здесь имеется в виду статья Кристофера Рена [7] о гиперболоидах и способах вытачивания стеклянных гиперболических поверхностей, напечатанная в 1669 г., и о «Huddenianis Lentibus, physico artifico tornatis», т. е. о линзах, сделанных голландцем Яном Гудде, о котором известно, что еще в 1663 г. он построил микроскоп со сферическими линзами, а затем работал вместе со Спинозой над изготовлением линз для телескопа. Среди других научных книг в рассматриваемом списке интересно отметить «Harmonices Mundi» Иоганна Кеплера, причем любопытно заметить, что его привлекает не астрономическая, а математическая часть книги, посвященная так называемым паркетажам («Kepleri pars harmonica de figuris» [8]), эта проблема, по-видимому, особенно его привлекает, ибо несколько ранее он вносит ее в свой список отдельной строкой: «Elegantes formae, quas singulari quodam delectu vitrarii et pavimentarii sive tessellifices sola dispositione conciliant» [9]; добавим, что еще одна книга Кеплера, упоминаемая в списке, чисто математического содержания, это «Стереометрия винных бочек».

---

[2] Токарный станок Гука для обтачивания оптических стекол. Небесные письмена Гаффареля и Банга. Английская скоропись (лат. – Здесь и далее перевод автора).

[3] *Gaffarel, Jacques.* Curiositez inouyes, sur la sculpture talismanique des Persians. Horoscope des patriarches. Et lecture des estoilles. Rouen: J. Bouley, 1634. Жак Гаффарель (1601–1681) – французский теолог и специалист по каноническому праву; был библиотекарем у кардинала Ришелье, особенно интересовался каббалистическими текстами. Его книга «Curiosités inouïes» была запрещена Сорбонной.

[4] Caelum orientis et prisci mundi triade Exertationum Literarium Repraesentationem, curisque Thomae Bangi ... investigatum. Hauntiae: Haubold, 1657.

[5] О знаках вещей. Кроллиус.

[6] *Oswaldi, Crollii.* Basilica chimica. Pluribus selectis et secretissimis ... descriptionibus, et usu remediorum chym. selectissimorum aucta a Johanne Hartmanno. / Ed. a Johanne Michaelis et Georgio Everhardo Hartmanno. Lipsae: Grossius, 1634.

[7] *Wren, Ch.* The generation of an hyperbolical cylindroid demonstrated, and application thereof to the grinding of hyperbolical glasses // Philosophical Transactions, June 1669.

[8] Раздел кеплеровской «Гармонии» о фигурах (лат.).

[9] «Замечательно выбранные безупречные фигуры витражей и мозаичных полов или паркетажей, которые сочетаются единственно возможным образом» (лат.).

Что касается чисто физических задач, то здесь Лейбница интересует в первую очередь механика: траектория движения снаряда и струи воды, изохронность маятника, принцип работы архимедова винта, волны на поверхности воды, расходящиеся от брошенного камня; оптика, особенно прохождение луча на границе двух сред, причина возникновения радуги; картография: способы вычерчивания карт и проекция плоских карт на сферическую поверхность, как выпуклую, так и вогнутую; кристаллография, магнитные свойства тел и многое другое.

Что же касается тем, не относящихся собственно к науке, то разнообразие его интересов поистине не имеет границ. Его интересует все – токарное дело, ткацкое производство и его история (заметим, что он отдельно выделяет способ изготовления шелковых чулок), полировка алмазов и других твердых камней, проблема измерения вообще и измерение размеров египетских пирамид (здесь он ссылается на книгу английского математика и египтолога Джона Гривза «Пирамидография» [10]), гравировальное дело, производство типографских литер, игры в карты и шахматы и т. д. Особое место в его списке занимают темы, относящиеся к искусству письма, в частности, изобретение пера и способы шифрования («De complicatione literarum, deque modo ita complicandi, ut difficile sit aperire ignoranti, sine ullo sigillo» [11]).

Во всем этом многообразии тем механика занимала особое место. Приехав в Париж, Лейбниц был новичком в ее изучении, как говорит он сам на полях конспекта галилеевых «Бесед»: «cum ista scriberam eram in his novus» [12]. И он со всем пылом новиция погрузился в наверстывание упущенного. Известно, что Гюйгенс при встрече с ним осенью 1672 г. рекомендовал прочесть математические работы Валлиса и Сент-Винсента, и, возможно, упомянутая им литература содержала более обширный список работ, которые следовало бы прочесть. Информацию о книгах и статьях, которые следовало прочесть, Лейбниц черпал из постоянного общения со своими коллегами при личных встречах и из обширной переписки. По-видимому, в этом процессе важную роль сыграла его поездка в Лондон и знакомство с Генри Олденбургом, секретарем Королевского общества. Представляется наиболее вероятным, что первые годы пребывания в Париже Лейбниц был почти целиком поглощен своими математическими открытиями и по-настоящему обратился к механике где-то между концом 1673 и началом 1675 гг., во всяком случае вышеприведенная цитата взята из рукописи первой половины 1675 г. Подтверждением этому служит и тот факт, что в другой рукописи, датируемой августом 1673 г. и посвященной вычислению положения центра тяжести (в связи с разбором второй главы тех же «Бесед») Лейбниц отмечает: «Haec cum scriberem nondum intelligebam quid esset centrum gravitatis» [13].

Из рассмотрения рукописей 35-го и 37-го томов становится ясно, что скрупулезному изучению подверглись три книги, это «Беседы и математические доказательства» Галилея [14], «Механика» Валлиса [15] и «Трактат об ударе»

[10] *Greaves, John.* Pyramidographia, or a discourse of the pyramids in Egypt. London, 1646.

[11] «О сочетании букв, составленных таким образом, что непосвященному трудно их прочитать без соответствующего трафарета» (лат.).

[12] «Когда я писал это, я еще был новичок в этом [вопросе]» (лат.).

[13] «В то время, когда я это писал, я еще не понимал, что такое центр тяжести» (лат.).

[14] *Galilei, G.* Discorsi e dimostrazioni matematiche. Leiden, 1638.

[15] *Wallis, J.* Mechanica sive de motu. London, 1670–1672.

Мариотта [16]. Среди других книг, которые неоднократно упоминаются в этих рукописях, отметим «Механику» Аристотеля [17], «Гидростатические парадоксы» и «Новые физико-механические эксперименты» Бойля [18], «О сопротивлении твердых тел» Маркетти [19], «Статика» Парди [20], «Краткое изложение десяти книг об архитектуре Витрувия» Перро [21] (здесь Лейбница интересует, главным образом, раздел о простых машинах), «Трактат по механике» Роберваля [22] и «Трактат по физике» Роо [23].

Знакомство с этой литературой было необходимо Лейбницу для разработки трех крупных тем, которые впоследствии превратились в первые его статьи по механике. Так, разбор «Бесед» Галилея дал импульс для его позднейшей статьи «Новые доказательства относительно сопротивления твердых тел», напечатанной в «Acta Eruditorum» в 1684 г. [24] Уже в рукописях парижского периода Лейбниц, разбирая результаты решения задачи о прочности балки, указывает на ошибки Галилея. В дальнейшем он перерабатывает свои ранние представления более аккуратно. Действительно, Галилей представлял себе балку как абсолютно твердое тело, которое разламывается в том месте, где растягивающее или изгибающее усилие превышает предел прочности. На самом деле никакое тело не является абсолютно твердым, и следует учитывать его упругие и пластичные свойства. Именно поэтому расчеты Галилея не совпали с результатами опытов Мариотта, и Лейбниц в своей статье, чтобы устранить это несоответствие, вводит в рассмотрение упругое растяжение. Другой крупной проблемой, которой в это время занимается Лейбниц, является задача о движении тел в сопротивляющейся среде. Рассмотрение соответствующих рукописей парижского периода показывает, что фундамент его теории движения в сопротивляющейся среде был положен именно в Париже, и лишь двенадцать лет спустя эти идеи были переработаны в статью «Заметки о сопротивлении сред» [25]. Третьей темой, которая чрезвычайно занимала Лейбница, была проблема вечного двигателя и вечного движения. В Париже он еще не пришел к убеждению о невозможности вечного движения и, более того, попытался предложить конструкцию механизма, который мог бы такое движение осуществить. Ниже мы расскажем об этих работах более подробно.

---

[16] *Mariotte, E.* Traité de la percussion ou choc des corps. Paris, 1673.

[17] Aristotelis Mechanica Graeca, emendata, Latina facta, et Commentariis illustrata. Paris, 1599.

[18] *Boyle, R.* Hydrostatical paradoxes. Oxford, 1666; New experiments physico-mechanical, touching the spring and weight of the Air. Oxford, 1669.

[19] *Marchetti, A.* De resistentia solidorum. Florentiae, 1669.

[20] *Pardis, I. G.* La statique ou la science des forces mouvantes. Paris, 1673.

[21] *Perrault, C.* Abrègé des dix livres d'Architecture de Vitruve. Paris, 1674.

[22] *Roberval, G. P.* Traité de mechanique. Paris, 1636.

[23] *Roault, J.* Traité de physique. Paris, 1671.

[24] *Leibniz, G. W.* Demonstrationes novae de resistentia solidorum // Acta Eruditorum. 1684. LMS. Bd. IV. S. 106–112.

[25] *Leibniz, G. W.* Schediasma de resistentia medii & motu projectorum gravium in medio resistente // Acta Eruditorum. 1689. P. 38–47.

Вечное движение

1. Вечный двигатель с магнитами

Интерес Лейбница к проблеме вполне естественен. XVII век изобилует попытками построить такой двигатель[26]. Лейбниц, как следует из его рукописей, не переставал интересоваться этим вопросом до конца жизни[27], и, будучи в Париже, рассматривал, по крайней мере, два варианта такого механизма, что может показаться удивительным историку науки, так как впоследствии, когда Лейбниц в полной мере овладел понятием сохранения энергии, он, как известно, пришел к резкому отрицанию возможности существования вечного двигателя.

Описание и обсуждение первой конструкции мы находим в рукописи LH037,05, ff.59v,58r,v. Мы не можем с уверенностью сказать, что данная конструкция является оригинальным изобретением Лейбница, поскольку в то время, как я уже говорил, существовало множество вариантов подобного механизма, и вполне возможно, что он в этой рукописи обсуждает чье-то чужое изобретение. В любом случае, конструкция такова (рис. 1a, 1b): имеется колесо *ABCD*, которое может вращаться в вертикальной плоскости вокруг своего центра *A*. На двух перпендикулярных диаметрах *BD* и *CE* расположены четыре круглых отверстия, пятое отверстие находится в центре, причем все они одинаковы. На горизонтальных диаметрах, которые могут свободно скользить внутри каждого отверстия, подвешены магниты, а между отверстиями вдоль соответствующих диаметров колеса Лейбниц располагает стеклянные трубки *FG*, *HI*, *KL* и *MN*, заполненные жидкостью и герметически запаянные; в каждой трубке практически без трения может перемещаться стальной шар.

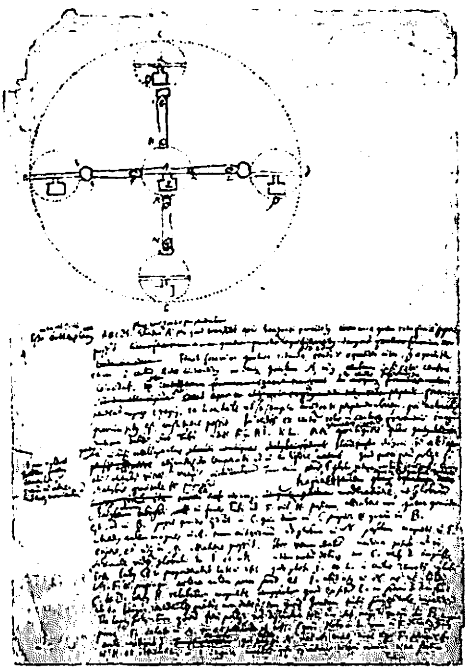
Начальное положение этих шаров таково, что они расположены в точках *F*, *I*, *L*, *M* (соответственно), и тогда очевидно, что колесо начнет поворачиваться по часовой стрелке. После того как колесо сделает четверть оборота, для того, чтобы вращение продолжилось, необходимо, чтобы шары снова заняли то же самое положение, что и в начале движения. Именно для этого Лейбниц и снабжает свой механизм магнитами.

Итак, по мере того как колесо будет поворачиваться, магнит *O* будет удерживать шар *I* в правом крайнем положении, и через четверть оборота он займет положение, в котором раньше был шар *L*; шар *L*, в свою очередь, перейдет в положение *N* и будет притянут центральным магнитом *Q* в положение *M*; шар *M* перейдет в положение *F*, и поэтому делать с ним ничего не надо; а шар *F* перейдет в положение *H* и будет притянут своим магнитом в точку *I*. Очевидно, говорит Лейбниц, что «вследствие своего собственного движения машина придет в то самое положение, которое было ей задано первоначальным импульсом, и движение продолжится».

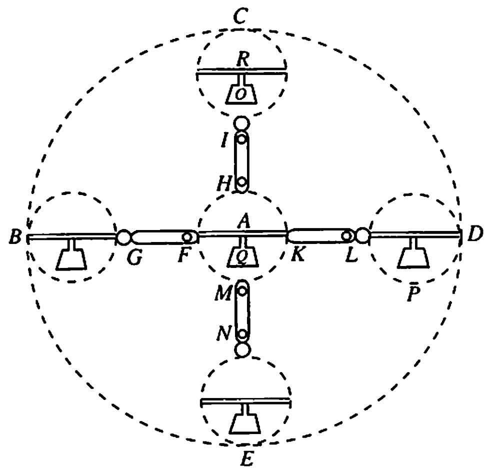
---

[26] См., например, книгу: *Орд-Хьюм, А.* Вечное движение. История одной навязчивой идеи. СПб., 2001.

[27] В сборнике работ Лейбница по физике и механике, изданных в 1906 г. Герляндом, мы находим фрагмент, где он обсуждает вечный двигатель конструкции Орфиреуса. А поскольку Орфиреус родился в 1680 г., упоминание о машине, им предлагаемой, появилось, по-видимому, в начале XVIII в. См: *Leibniz, G. W.* Nachgelassene Schriften physikalischen, mechanischen und technischen Inhalts. 1995. S. 119–120.



a



b

Рис. 1

Следует, конечно, отметить (и Лейбниц отдает себе в этом полный отчет), что вся эта процедура может происходить только в том случае, когда размеры всей конструкции и силы магнитов соответствующим образом подобраны. Так, поначалу силы всех магнитов считаются равными (и обратно пропорциональными расстоянию), а расстояние *HQ* больше расстояния *OH*, поэтому магнит *O* (например) может притянуть шар из точки *H* в точку *I* и там его удерживать. К тому же по мере того как колесо вращается вправо, шар *I*, как утверждает Лейбниц, не будет скатываться обратно к *H*, несмотря на то, что он будет удаляться от магнита *O*, потому что «мы всегда можем сделать расстояние *LP* меньше, чем *HO*», а, кроме того, его скатыванию будет всегда мешать «некоторая искривленность» самой стеклянной трубки (рис. 2).

Однако вывод Лейбница из всего этого рассказа оказывается совершенно неожиданным: «Я признаю, – говорит он, – что это изобретение в высшей степени остроумно и великолепно [именно эта фраза заставляет нас думать, что не Лейбниц является автором изобретения: вряд ли он стал бы в таких выражениях говорить о собственной работе. – *В. К.*], тем не менее я подозреваю, что в его основе чего-то недостает. Я полагаю, что центральный магнит, который, на первый взгляд, поддерживает постоянство движения, в действительности разрушает его в результате зловещей компенсации». Лейбниц считает, что, поскольку магнит *Q* неподвижен, при движении колеса во время прохождения третьей четверти оборота расстояние *M'Q* между магнитом и шаром будет увеличиваться, так что в конце концов вес шара перевесит и он скатится назад к точке *N* (рис. 3).

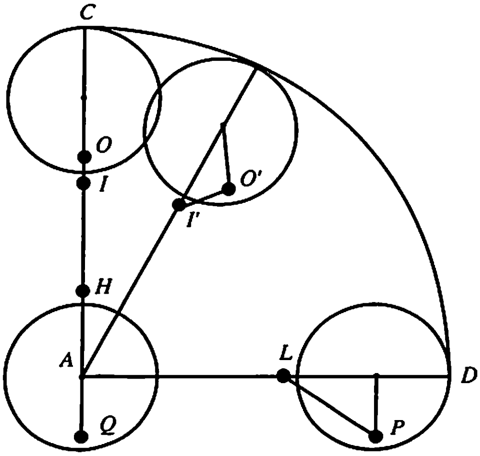


Рис. 2

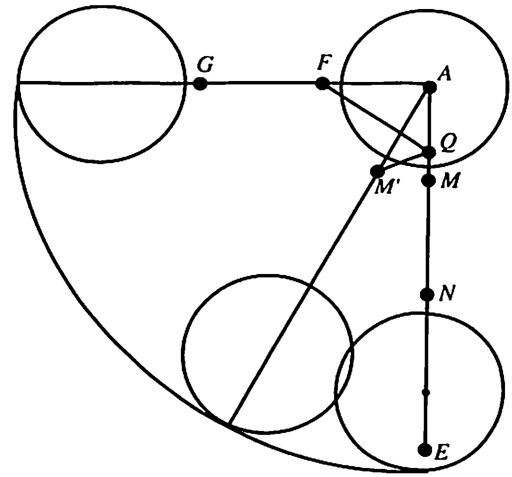


Рис. 3

Здесь можно заметить, что в данном случае можно было поступить аналогично тому, как было сделано при вращении в первой четверти, а именно, сказать, что расстояние FQ (т.е. максимум расстояния $M'Q$) всегда можно сделать меньше расстояния QN (на котором шар непременно притягивается магнитом Q).

Но Лейбниц предпочитает оставить это соображение без внимания, а вместо этого он начинает исследовать вопрос, что произойдет, если мы поместим центральный магнит в самом центре отверстия или сделаем стеклянную трубку длиннее, или же увеличим диаметр отверстий, или, наконец, возьмем более слабый магнит для центрального отверстия. Во всех этих случаях Лейбниц приходит к одному и тому же выводу: шар неизбежно будет скатываться назад, и движение таким образом будет останавливаться.

Интересно отметить, что при обсуждении этих проблем он один раз упоминает трение как возможную причину остановки движения: «необходимость для магнитов менять свое место будет существенно препятствовать движению, поскольку они постоянно трутся о собственные оси».

В заключение своего анализа Лейбниц выводит формулу для оптимального диаметра внешнего отверстия, если принять, что центральный магнит помещен в центре своего отверстия, а сила магнита обратно пропорциональна расстоянию. Эта формула легко выводится из баланса сил, действующих на шар, помещенный между двумя магнитами, расположенными на одной вертикали :

$$h = \frac{b}{\dfrac{a}{c-d} - i} \quad \text{или} \quad h = \frac{\left(\dfrac{a}{c-d} + f + g\right)(c-d-e)}{\dfrac{a}{c-d} - i},$$

где (рис. 4): h – диаметр отверстия, a – сила центрального магнита, b – сила крайнего магнита, c – длина трубки, c–d – радиус центрального магнита, e – расстояние между верхним магнитом и соответственным шаром в нижнем положении, f – вес шара, g – избыток силы притяжения верхнего магнита по сравнению с центральным магнитом в точке H, i – избыток силы притяжения центрального магнита по сравнению с нижним магнитом в точке M.

Получив эту формулу, Лейбниц просто отмечает: чем больше диаметр внешнего отверстия, тем сильнее раскачивание магнитов, а следовательно, и трение, которое препятствует движению. «Поэтому, – заключает он, – что все в конце концов придет ко взаимной компенсации. И это неудивительно, поскольку здесь присутствуют два вида притяжения, одно к центру Земли, другое к магниту, но оба они действуют непрерывно, так что невозможно одновременно что-то делать и не делать ничего». Неясно, что он хотел сказать своей последней фразой, но очевидно, что Лейбниц был разочарован своей конструкцией с магнитами, но попытки построить вечный двигатель не оставил, как это видно из другой рукописи, рассматриваемой ниже.

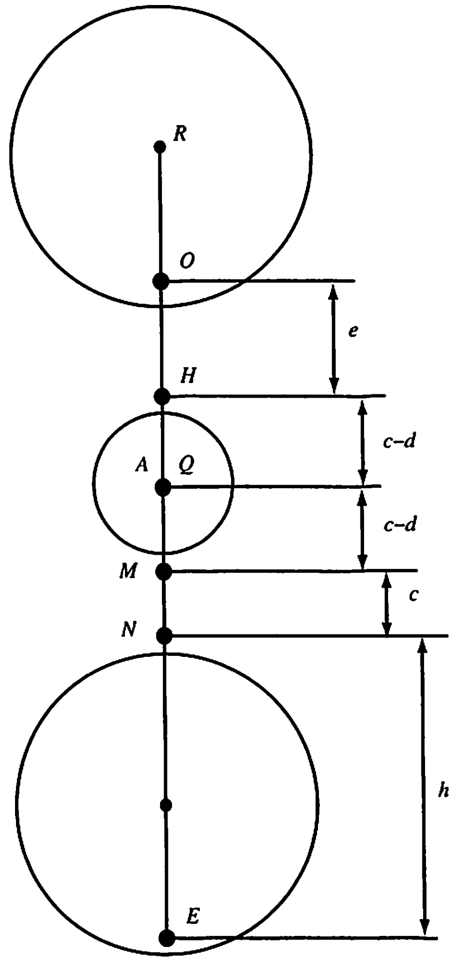


Рис. 4

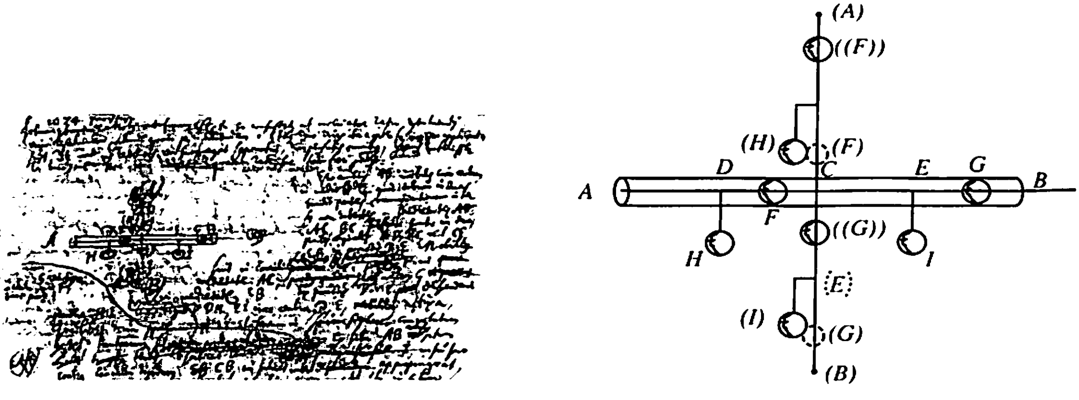
2. *Вечный двигатель с упругими элементами*

В рукописи LH037,05,ff.57r,v Лейбниц предлагает новый вариант механизма, который начинается с провозглашения общего принципа, лежащего в основе подобных конструкций:

«Все искусство осуществления вечного движения состоит в том, чтобы найти способ восстановления восстанавливающей силы без использования той силы, которая должна быть восстановлена»[28]. Он хочет сказать, что, например, в рассмотренном выше механизме поднятие тяжелых шаров I и M должно совершаться с помощью некоторой другой силы, отличной от силы тяжести. Тогда это была сила магнитов, но она оказалась для этой цели непригодной, потому что (так, по крайней мере, следует из его объяснения) она действует постоянно. Но если вместо магнитов использовать пружины, вечное движение может быть осуществлено «достойным восхищения образом»:

Пусть трубка AB (рис. 5a, 5b) в своей середине С разделена непроницаемой перегородкой. Внутри каждой из половин AC и CB может двигаться тяжелый шар. Через центр трубки C проходит горизонтальная ось, так что сама трубка может вращаться в вертикальной плоскости. Первоначально трубка распо-

[28] «Totum continuandi motus artificium in eo consistit, ut inveniatur ratio restutiendi vim resitituentem aliunde quam per restituendam».



a b

Рис. 5

лагается горизонтально, причем левый шар находится в фиксированном положении близко к центру *C*, а правый – близко к краю трубки *B*. Ясно, что при заданном расположении шаров трубка будет поворачиваться по часовой стрелке. Когда трубка опишет пол-оборота и придет в вертикальное положение, упругий механизм, скрытый в ней, поднимет оба шара в крайнее верхнее положение, и движение продолжится.

Лейбниц особо останавливается на устройстве упругого механизма, хотя и не описывает его детально. В середине каждой половины трубы он подвешивает на жестком стержне грузы *H* и *I*. По мере того как трубка вращается вокруг центральной оси, грузы поворачиваются относительно трубки и закручивают связанную с ними пружину. Когда трубка приходит в вертикальное положение, пружина освобождается и поднимает шары, которые, по-видимому, одновременно фиксируются в этом новом положении.

Лейбниц не сообщает никаких подробностей относительно устройства этого спускового механизма, он просто замечает, что

> каждый из грузов *I* и *H* обладает упругостью, например, снабжен закручивающейся пружиной [...], и когда машина поворачивается из положения *AB* в положение (*A*)(*B*), груз *I*, находящийся против жесткого канала *CB*, к которому он приближается во время своего движения вниз, может под действием своего веса закрутить свою пружину [...] И когда (*A*)(*B*) будет в вертикальном положении, немного не дойдет до него или немного перейдет, пружина освободится (чем-то отброшенная, или как-то иначе, например, в результате потери контакта с трубкой).

По-видимому, Лейбница не смущают такие детали, он уверен, что все это можно осуществить без особого труда, и потому в дальнейшем он сосредотачивает свое внимание на улучшении конструкции в целом. Рассматривая вращение трубки, он понимает, что, совершая полный оборот, она может не дойти до вертикали, и тогда «машина начнет двигаться в обратном направлении», и чтобы добиться постоянного вращения в одном направлении, он предлагает добавить к данной трубке такую же вторую, присоединенную под прямым углом. Чтобы машина работала возможно более эффективно, можно усложнить эту конструкцию, составив ее из множества трубок, наподобие спиц в колесе, а чтобы грузы не мешали друг другу, Лейбниц предлагает распределить их по оси вращения на некотором расстоянии друг от друга. Более того, он говорит, что «это можно устроить более изящно», так чтобы трубки были снабжены полыми кольцами (он называет их эпициклами) с центрами в точках D и E, в которых «вращались бы грузы I и H, выточенные в форме шариков. Они натягивали бы пружину, закрепленную в крайней точке B; так что, когда шарики в эпицикле достигают нужного места (противоположного первоначальному), они, задев за что-то, возвращают пружину в прежнее состояние». «Таким образом, – заключает Лейбниц, – мы будем иметь и то преимущество, что пружина, которая поднимает груз, будет его удерживать до тех пор, пока не настанет момент ее возвращения в прежнее состояние».

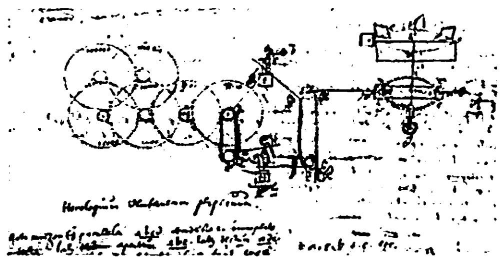
Итак, конструкция с упругими элементами представляется Лейбницу вполне работоспособной.

3. Вечное движение: проблема аккумулирования энергии

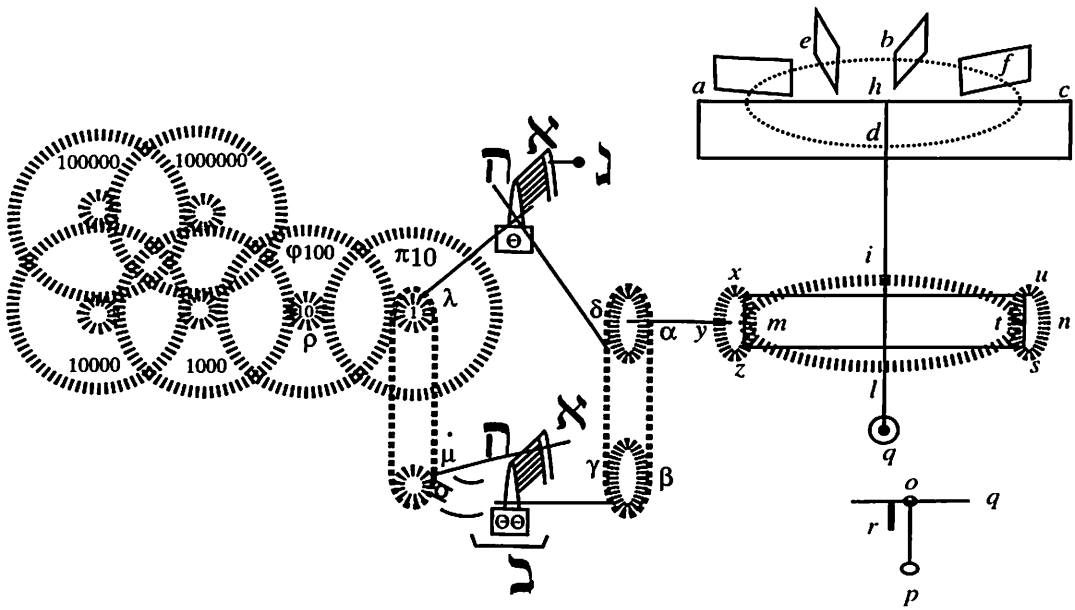
В следующей рукописи, рассматриваемой нами (LH037,05,ff.92r,v;93r.), Лейбниц подходит к проблеме вечного двигателя с несколько иной точки зрения: он задается вопросом, нельзя ли получить вечное движение, но не как таковое, а вызываемое силами природы, так, что сам человек (или механизм, им построенный) для производства такого движения не должен совершать никаких усилий. Прообразом такого устройства являются ветряные мельницы, но они работают только тогда, когда дует ветер. Эта рукопись имеет примечательное название: «Равномерное непрерывное движение, вызываемое неравномерной и непостоянной причиной, или Вечные ветряные часы (Motus regularis continuus a causa irregulari, discontinuata seu Horologium ventaneum perpetuum)» (рис. 6a, 6b). Здесь Лейбниц пытается получить непрерывное движение с помощью периодически запасаемой энергии. Идея машины проста: имеется ветряная мельница, она, пока ветер дует, поднимает некоторый груз на некоторую высоту; пусть, например, это будет гиря, обеспечивающая работу маятниковых часов. А пока эта гиря опускается, ветряная мельница поднимает другую гирю, равную первой, на ту же самую высоту. Чтобы эта идея работала, необходимо сделать промежуток времени, в течение которого гиря опускается из верхнего положения в нижнее, достаточно большим, чтобы в это время вторая гиря могла бы быть поднята силой ветра из нижнего своего положения на должную высоту. И, конечно, необходимо придумать устройство, с помощью которого происходил бы обмен этими гирями.

Что касается временного промежутка, эта задача решается легко, так как недельный, например, запас хода, – вещь вполне обычная даже для XVII в., и Лейбниц говорит, что можно быть уверенным в том, что уж за неделю ветер будет дуть достаточное время, чтобы дать возможность мельнице совершить требуемую работу. Что же касается устройства для обмена грузами, Лейбниц высказывает некоторые соображения и по этому поводу.

Наиболее интересной в рассматриваемой конструкции является ее кинематическая часть, а именно, устройство, которое преобразует вращение в разных направлениях во вращение в одном направлении. Дело в том, что Лейбниц в своем сочинении отвергает применяемую обычно конструкцию ветряных мельниц с косо поставленными крыльями и вместо нее предлагает использовать крылья строго вертикальные. «Пусть у нас будет, – пишет он, – колесо *abcd* [вращающееся] в горизонтальной плоскости, которое



a



b

Рис. 6

будет полуоткрыто и полузакрыто. Открытая сторона – *abc*, закрытая – *adc*. Вдоль окружности колеса к нему прикреплены крылья в точках а, *b*, *c*, *d*, *e* и т. д.».

Следующий пассаж особенно любопытен: «Одна из сторон колеса закрыта, потому что ветер не может производить работу, дуя одновременно в противоположно расположенные крылья. Например, северный ветер (который дует от *b* к *d*) действует одновременно на крыло *a* и на противоположное крыло *c*, так что возникает равновесие и нет причины для вращения в какую-либо сторону. Именно поэтому водяные мельницы полупогружены в воду, иначе они не могли бы вращаться потоком воды или вращались бы чересчур медленно. И я удивляюсь, почему мы этого не наблюдаем в работе обычных ветряных мельниц». Затем Лейбниц продолжает: пусть крыльчатое колесо имеет ось *gh*, на нее также насажено зубчатое колесо *inlm*; оно приводит в движение цилиндр *mn*, торцы которого также представляют собой зубчатые колеса, находящиеся в зацеплении с первым. Если осуществить работу такой зубчатой передачи, то тогда цилиндр способен выполнять функцию ворота,

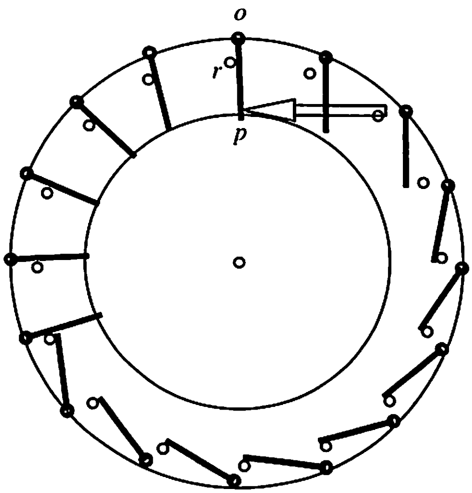


Рис. 7

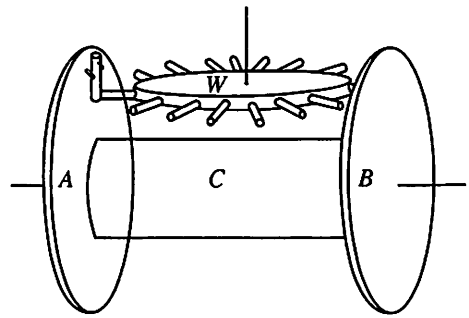


Рис. 8

с его помощью ветряная мельница может поднимать грузы, и основная задача конструкции вроде бы будет решена.

Однако, если построить такую передачу, она работать не будет, потому что зубчатые колеса на торцах цилиндра при любом повороте ведущего колеса должны вращаться в разных направлениях, а так как эти колеса жестко скреплены с цилиндром и не могут двигаться одно без другого, зубчатое колесо не сможет повернуться, застопоренное связанными с ним колесами. С другой стороны, уже говорилось о том, что такая передача должна не просто преобразовывать одно вращательное движение (вокруг вертикальной оси) в другое (вокруг горизонтальной оси), но удерживать однонаправленность этого второго вращения.

Чтобы решить эти проблемы, Лейбниц предлагает использовать простое устройство, которое аналогично храповику. Зубцы на торцевых колесах цилиндра должны быть подвижными, но устроены таким образом, что могли бы двигаться только в одну сторону. Каждый такой зуб *op* (рис. 7) может свободно поворачиваться вокруг центра *o*, но только лишь по направлению к *q*; в обратном направлении – к *r* – он двигаться не может, так ему мешает стопор *r*. Если этот зуб под действием какой-либо силы отклоняется по направлению к *q*, то после того как действие этой силы прекращается, он вновь возвращается в прежнее положение под действием собственного веса.

На рис. 8 представлена реконструкция зубчатого механизма, предложенного Лейбницем. Здесь зубчатое колесо *W* связано с цилиндром *C* с помощью зубчатых колес *A* и *B*, составляющих с цилиндром одно целое. Легко видеть, что когда колесо *W* вращается по часовой стрелке, оно вступает в зацепление с левым колесом *A*, через зубцы правого колеса оно будет проходить свободно, не вступая с ним в зацепление; таким образом колеса *A* и *B* вместе с цилиндром *C* будут вращаться по часовой стрелке, если смотреть справа налево. Если же колесо *W* вращается против часовой стрелки, то в роли рабочего колеса цилиндра здесь выступает колесо *B*, а колесо *A* играет роль холостого; и в результате оба колеса вместе с цилиндром будут снова вращаться по часовой стрелки, если смотреть справа налево. Следовательно, заключает Лейбниц, в каком бы направлении ни вращалась крыльчатка, цилиндр всегда будет вращаться в одном и том же направлении.

В оставшейся части рукописи Лейбниц кратко останавливается на принципе механизма обмена гирями: его основу составляют две цепные передачи, одна является частью часового механизма (по ней спускается гиря), другая – частью механизма ветряной мельницы (по ней гиря поднимается). В работе всегда находятся два груза (гири). В то время как первый груз опускается, другой поднимается; обмен грузами происходит в момент, когда первый груз достигает нижней точки и опускается на специальный поддон. Второй груз, уже достигший к этому времени верхней точки, висит на специальном крючке, и когда первый груз опускается на поддон, освобождается пружина, удерживающая груз на крючке, и он переходит на первую цепь и продолжает выполнять роль часовой гири. Вскоре (как только появится ветер) вторая цепь с помощью специального крючка снимает опустившийся груз с поддона, и начинается его подъем. Когда этот груз достигает верхней точки, он попадает на уже упомянутый крючок, что достигается с помощью использования некоего «упругого элемента». Что представляет из себя этот упругий элемент, Лейбниц, по своему обыкновению, не рассказывает, считая, очевидно, что подобные технические детали не являются серьезной проблемой.

В этой рукописи замечательна (помимо настойчивости Лейбница в попытках построить вечный двигатель и изобретения остроумной зубчатой передачи) сама идея аккумуляции энергии, которая появляется здесь едва ли не впервые.

Движение в сопротивляющихся средах

Наиболее важные результаты первых исследований Лейбница по механике содержатся в рукописях, посвященных проблеме движения в сопротивляющихся средах, написанных в 1674–1675 г. [29] Известно, что в 1689 г. Лейбниц изложил эти результаты в статье «Schediasma de resistentia medii», опубликованной в январском номере «Acta Eruditorum» [30]. Ознакомившись с этой статьей, Ньютон посчитал, что Лейбниц воспользовался в ней результатами, содержащимися во Второй книге «Начал». Поскольку «Начала» были напечатаны в июле 1687 г., и тогда же Ньютон послал экземпляр этой книги в Ганновер, это как будто бы давало Ньютону право намекнуть позднее в «Commercium epistolicum», что в данном случае имеет место прямое заимствование:

> В «Commercium Epistolicum» упоминалось о трех [31] трактатах, написанных г-ном Лейбницем после того, как экземпляр «Начал Философии» г-на Ньютона был послан для него в Ганновер, и после того, как он увидел рассказ об

[29] LH 35, 09, 11, ff. 1r-13r; LH 35, 13, ff. 261r-262v; LH 37, 05, ff. 4r-12v. См. также: *Hess, H.-J.* Die unveröffentlichen naturwissenschaftlichen und technischen Arbeiten von G.W. Leibniz aus der Zeit seines Parisaufenthaltes. Eine Kurzcharakteristik // Studia Leibnitiana. XVII/I (1978). S. 183–217, особенно, S. 206–210.

[30] *Leibniz.* Schediasma de resistentia medii... P. 38–47.

[31] Кроме статьи «Schediasma de resistentia medii», Ньютон имеет в виду работы Лейбница «De linies opticis, et alia» и «Tentamen de motuum coelestium causis».

этой книге, опубликованный в «Acta Eruditorum» за январь и февраль 1689 г. В этих трактатах основные положения этой книги изложены в новой манере и представлены г-ном Лейбницем, как если бы он сам их открыл до публикации указанной книги. Но г-н Лейбниц не может быть свидетелем в свою пользу. И ему следует либо доказать, что он открыл их прежде г-на Ньютона, либо отказаться от своих притязаний [32].

В 1688 г. Лейбниц писал по этому поводу в письме Отто Менке:

Выводы относительно сопротивления среды, которые я записал на отдельном листе, я получил, по большей части, двенадцать лет назад в Париже, и я сообщил некоторые из них знаменитой Парижской Академии [33].

Издатели переписки Ньютона, где напечатано это письмо, отмечают, что «прошло много времени, прежде, чем книга дошла до Лейбница», потому что он писал [по этому поводу]:

После того, как я внимательно прочел книгу г-на Ньютона, которую в первый раз увидел в Риме, я был восхищен количеством великолепных вещей, которые там сделаны [34].

Действительно, в октябре 1687 г. Лейбниц отправился с важным поручением ганноверского герцога в Италию, где пробыл около двух лет, и книгу Ньютона он получил в середине апреля 1689 г., два месяца спустя после выхода в свет «Acta Eruditorum» с его собственной статьей. Тем не менее, действительно, «Начала» послужили неким катализатором для его работы, так как, прочитав обзор содержания «Начал», опубликованный на самом деле в 1688 г. в «Acta Eruditorum». Лейбниц поспешил изложить свои собственные результаты по ряду проблем, затронутых в «Началах».

Эрик Эйтон в своей статье 1972 г. подробно проанализировал работу Лейбница «Schediasma de resistentia medii» и показал на основе анализа рукописей, предшествующих ее появлению, что, по-видимому, у Лейбница (так же, как у Ньютона в «Началах») в основе доказательств лежит инфинитезимальный подход [35]. В результате он переписал доказательства предложений статьи о сопротивлении с помощью современной математической символики и показал адекватность математических (в рукописи) и словесных (в опубликованной статье) формулировок. Однако вопрос, действительно ли Лейбниц получил некоторые теоремы, содержащиеся в «Началах» Ньютона двенадцатью годами раньше, остался открытым.

На этот вопрос можно будет ответить при внимательном рассмотрении рукописей 1675 г. Но прежде чем перейти к такому анализу предложений, содержащихся в рукописях Лейбница (и предложений, открывающих Вторую книгу «Начал»), сделаем одно важное замечание. Как и в случае открытия дифференциального исчисления (как мы помним, для Ньютона руководящей идеей была скорость изменения, а для Лейбница – характеристический треугольник), и в данном случае подход к проблеме сопротивления у Лейбница и

---

[32] «An account of the book entitled Commercium Epistolicum...» // Philosophical Transactions. 1714. Vol. 29, P. 208.

[33] The Correspondence of Isaac Newton. Cambridge, 1961. Vol. III. P. 5.

[34] Там же.

[35] *Aiton, E.* Leibniz on motion in a resisting medium // Archive for history of exact sciences. 1972. Vol. 9. P. 257–274.

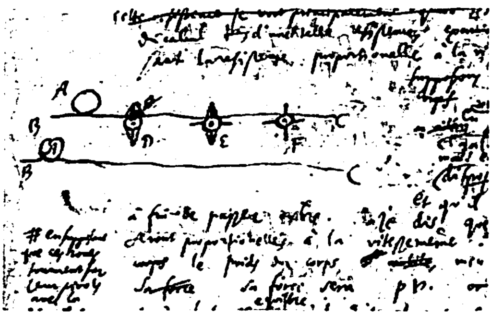


Рис. 9

Ньютона отличались кардинально, хотя результаты совпадали. При движении тела в жидкости для Ньютона основным понятием было давление среды при его движении, его Ньютон и называет сопротивлением. Для Лейбница же главным было взаимодействие тела с каждой отдельной частицей среды, и сопротивление этой частицы движению тела он и называл сопротивлением. Во вступительной части рукописи «Du frottement» [36] Лейбниц отмечает, что предшествующие исследователи, решая задачу о движении тел, искали зависимость между ускорением и временем, в то время как ему для анализа проблемы трения представляется важным иметь зависимость ускорения от пройденного пути [37].

Для Лейбница не существует разницы в механизме сопротивления движению при движении одного твердого тела по поверхности другого и при движении твердого тела в жидкости – в обоих случаях физической причиной сопротивления является трение частиц друг о друга. В рукописях парижского периода он рассматривает различные модели того, каким образом это сопротивление могло бы быть физически смоделировано. Например, он полагает, что элементом, моделирующим механическое сопротивление при движении одного тела по поверхности другого, может быть стерженек, расположенный перпендикулярно этой поверхности. При движении другого тела по поверхности этот стерженек сгибается, поворачиваясь, как на шарнире, параллельно поверхности, а после того как тело прошло над ним, вновь возвращается в исходное вертикальное положение под действием какой-либо пружины, или же такой стерженек может представлять собой зубец колесика, вращающегося на оси (рис. 9) [38].

Ясно, что при подобном механизме взаимодействия скорость движения одного тела по поверхности другого не влияет (до определенного предела) на сопротивление поверхности. Такой вид сопротивления Лейбниц называет абсолютным: это сопротивление «qui est tousjour la même, quelque vitesse le mobile puisse avoir».

Но если рассматривать аналогичный вид сопротивления при движении тела в жидкости, то суммарный эффект действия такого сопротивления будет зависеть от числа частиц в жидкости, встреченных телом на единицу пройден-

---

[36] LH035,09,11, ff. 3r-4r.

[37] «Celle [acceleration] qui est selon les temps a esté employée par Galilei à l'explication de la descente des corps pesants. Mais celle qui se fait selon les lieux n'a pas encor esté reduite au calcul, à ce que j'en ay pû apprendre. Quoyque plusiers l'ayent crû preferable à celle de Galilei pour expliquer même la dite descent, je ne suis pas de leur opinion, et il me suffit, de la pouvoir appliquer au frottement»[LH035,09,11, f. 3r].

[38] «Quand un corps marche le long d'un autre avec quelque difficulté, on se peut imaginer quantité de pointes ou éminences sur la surface de celui qui résiste au mouvement de l'autre lesquelles se plient et se remettent, et on peut représenter cet effet mechaniquement par des chevilles ou dens qui marchent dans des charnières, et qui se peuvent plier et remettre par le moyen de quelques ressorts ou quelque bassecoules appliquées.» [LH035,09,11, f. 10v].

ного пути. Именно поэтому Лейбницу важно представить сопротивление как функцию, зависящую от пути. А число частиц, встречаемых телом на единицу пройденного пути, пропорционально скорости, поэтому суммарный эффект, вызываемый абсолютным сопротивлением при движении тела, будет пропорционален скорости.

С другой стороны, он полагал, что существует другой вид сопротивления, «соответственное сопротивление» (résistance respective), которое зависит от силы соударения частицы с жидкостью, и в этом случае тело испытывает тем большее сопротивление, чем с большей силой оно действует, и, следовательно, такое сопротивление пропорционально скорости. Двенадцать лет спустя Лейбниц детально изложил смысл обоих понятий в статье «Schediasma de resistentia medii», но и в 1675 г. он достаточно ясно представлял себе суть дела. Эрик Эйтон в упоминаемой выше статье совершенно справедливо утверждает, что в действительности лейбницевская теория абсолютного сопротивления соответствует ньютоновской теории сопротивления, пропорционального скорости, а его теория соответственного сопротивления – ньютоновской теории сопротивления, пропорционального квадрату скорости [39].

Итак, осуществление своего первоначального замысла – поиск зависимости скорости от расстояния – Лейбниц начинает с формулирования Теоремы I:

> Тело, движение которого равномерно как таковое, будет равномерно замедляться соответственно каждому элементу места, где оно проходит, а остаточные скорости будут относиться между собой, как пространства, которые остается пройти [40].

Имея в виду все сказанное выше, эту формулировку можно перефразировать следующим образом: Если тело движется равномерно и испытывает сопротивление пропорциональное скорости, то его скорости будут относиться, как расстояния, которые предстоит пройти. Сравним это утверждение с Теоремой I Второй книги «Начал»:

> Количество движения, теряемое телом от сопротивления, пропорционального скорости, пропорционально пройденному при движении пространству [41].

Покажем, что эти утверждения эквивалентны.

Рассмотрим сначала теорему Ньютона. Используя Второй закон Ньютона, запишем исходное уравнение в виде: $\frac{dv}{dt} = -k\frac{dx}{dt}$, где k – коэффициент пропорциональности (массу для простоты полагаем равной единице). Интегрируя это уравнение, получим $v_0 - v = kx$, где v_0 – начальная скорость, т. е. потери скорости пропорциональны пройденному расстоянию, а это и есть утверждение теоремы.

Теперь обратимся к теореме Лейбница. В 1675 г. Лейбниц определенно не знал Второго закона Ньютона, поэтому его доказательство – чисто геометрическое.

---

[39] *Aiton*. Leibniz on motion in a resisting medium... P. 259–260, особенно, fn. 17.

[40] «Un corps dont le mouuement est uniforme en soy même estant retardé également à chaque endroit du lieu oû il passe, les vistesses residues sont entre elles, comme les espaces qui restent à parcourir» [LH035,09,11, f. 3r].

[41] *Ньютон И*. Математические начала натуральной философии. М., 1989. С. 311.

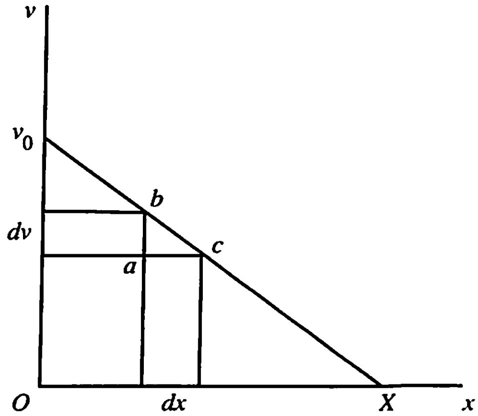


Рис. 10

Пусть на рис. 10 изображена зависимость скорости v от расстояния x для рассматриваемой задачи. Из чертежа ясно, что треугольник abc подобен треугольнику $v_0 0X$, откуда $-\frac{dv}{v_0} = -\frac{dx}{X}$, где v_0 – начальная скорость, уменьшающаяся до нуля в конце пути, X – максимальное пройденное расстояние. Тогда для любых пар значений (x_1, v_0) и (x_2, v_2) получаем интегрированием: $\frac{v_1 - v_2}{v_0} = \frac{x_2 - x_1}{X}$. Но в начале пути $v_1 = v_0$, $x_1 = 0$, следовательно, имеем

$$\frac{v_0 - v}{v_0} = \frac{x}{X}, \text{ т. е. } v_0 - v = \frac{v_0}{X}x \text{ или } v = \frac{v_0}{X}(X - x).$$

Последнее выражение и есть утверждение Теоремы I Лейбница, что скорости пропорциональны расстояниям, которые им предстоит пройти, а равносильное ему предыдущее выражение есть Теорема I Ньютона. Следовательно, теоремы Лейбница и Ньютона эквивалентны.

Рассмотрим теперь Теорему II Ньютона из Второй книги «Начал». Этой теореме предшествует чисто математическая Лемма:

> Количества, пропорциональные своим разностям, образуют непрерывную пропорцию.
>
> Пусть будет: $A{:}A{-}B{=}B{:}B{-}C{=}C{:}C{-}D{=}$ и т. д.; тогда по обращении получится: $A{:}B{=}B{:}C{=}C{:}D$ и т. д. [42]

Сама Теорема II гласит:

> Если тело испытывает сопротивление, пропорциональное скорости, и по инерции движется в однообразной среде и если взять равные последовательные промежутки времени, то скорости в начале каждого промежутка образуют геометрическую прогрессию, пространства же, пройденные в продолжение каждого промежутка, будут пропорциональны скоростям [43].

---

[42] Там же. С. 312.
[43] Там же.

Ньютон исходит из достаточно очевидного факта, что если сопротивление пропорционально скорости, то скорости тела, соответствующие равным последовательным промежуткам времени, будут составлять геометрическую прогрессию. Он поясняет:

> Если время разделить на равные промежутки и если бы в начале каждого промежутка сила сопротивления действовала бы мгновенным натиском, то уменьшение скорости для каждого промежутка было бы пропорционально самой скорости. Следовательно, такие скорости (по Лемме I кн. II), пропорциональные своим разностям, составляют геометрическую прогрессию [44].

Так доказывается первая часть теоремы.

Таким образом, для Ньютона очевидно, что потери скорости пропорциональны полным скоростям, а по Теореме I расстояния пропорциональны потерям скорости, следовательно, эти расстояния пропорциональны самой скорости. Теорема доказана полностью.

У Лейбница в рукописи «Du frottement» Теореме II Ньютона соответствуют четыре теоремы и предшествующая им Лемма.

Лемма утверждает, что в предположении о пропорциональности сопротивления и скорости

> приращения времени для каждого элемента пространства будут обратно пропорциональны скоростям, которые имеет движущееся тело [45].

Лейбниц полагает, что, поскольку для любых достаточно малых промежутков времени и равных отрезков пути можно считать $dx = vdt$, из данного соотношения непосредственно следует обратная пропорциональность скорости и приращений времени.

Затем он доказывает Теорему II:

> При тех же условиях затраченное время растет обратно пропорционально пространству, которое осталось пройти [46].

Действительно, $v = \frac{v_0}{X}(X - x)$ по Теореме I и согласно Лемме $dt = \frac{dx}{v}$, тогда $dt = \frac{X}{v_0} \cdot \frac{dx}{X - x}$, т. е. приращения времени обратно пропорциональны пространству, которое остается пройти.

Поскольку графиком обратно пропорциональной зависимости является гипербола, естественно, что Лейбниц (как мы увидим впоследствии – и Ньютон) в поисках связи между скоростью и расстоянием использует именно эту кривую, и в следующей Теореме III говорится, что приращения времени есть ор-

[44] Там же. А. Н. Крылов поясняет в своем примечании: «Вместо непрерывных пропорций теперь рассматриваются обыкновенно геометрические прогрессии. Стоит только обозначить общую величину отношений через q, будем иметь: $B=Aq$; $C=Aq^2$; $D=Aq^3$;...$N=Aq^n$. Затем, если принять, что n изменяется не скачками, а непрерывно, то N будет показательною функцией от n» (там же, сноска 129).

[45] «Les accroissemens du temps en chaque endroit du lieu, sont en raison reciproque des vistesses, que le mobile y a» [LH035,09,11, f. 3v].

[46] «le temps employé croist à chaque endroit de l'espace en raison reciproque des espaces qui restent parcourir» [LH035,09,11, f. 3r].

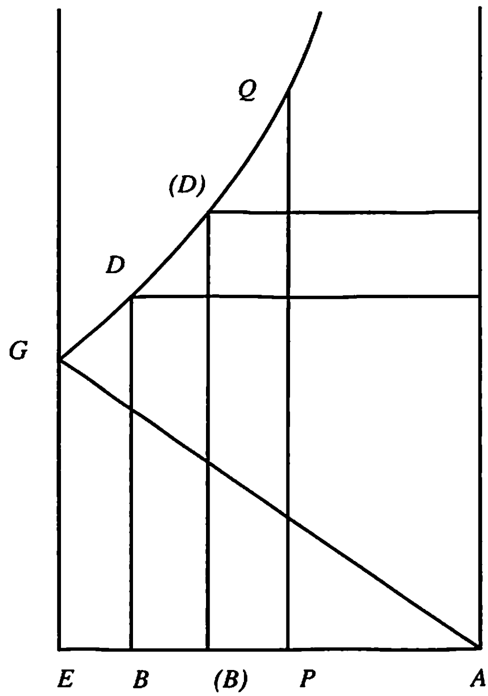


Рис. 11

динаты некой гиперболы с асимптотой *EA* и с центром в *A*, абсциссы которой представляют собой пространства, которые остается пройти [47].

Это утверждение достаточно просто доказать: пусть на рис. 11 дана кривая *GD(D)Q*. Если ординаты этой кривой *(B)(D)*, *BD* являются приращениями времени, то по Теореме II они обратно пропорциональны расстояниям *A(B)* и *AB*; а это означает, в свою очередь, что площади прямоугольников *A(B)(D)* и *ABD* равны. Равенство же указанных площадей составляет свойство гиперболы, а так как проведенное построение годится для любых точек *(B)* и *B*, то кривая *GD(D)Q* есть гипербола.

Теорема IV представляет очевидное следствие Теоремы III: поскольку приращения времени есть ординаты гиперболы, то времена, затраченные на прохождение пути, начиная с некоторой точки, например *E*, будут представлены суммами указанных ординат, т. е. проще говоря, будут площадями, ограниченными гиперболой [48].

Наконец, Теорема V говорит, что при всех означенных выше условиях, если расстояния, которые остается пройти движущемуся телу, будут относиться между собой как числа, времена будут относиться как логарифмы:

> Если движение тела является само по себе равномерным и единообразно замедляется при прохождении участков пути, пространства *BA* или *(B)A*, которые остается пройти до точки покоя *A*, начиная с точки *B* или *(B)*, куда прибыло движущееся тело, будут относиться как числа; времена же, которые остается потратить для достижения некоторой точки *P* по эту сторону от точки покоя, будут как логарифмы отношений этих чисел, *BA* или *(B)A*, к *PA*, расстоянию этой точки *P* до точки покоя, принимаемому за единицу [49].

[47] «Les accroissemens du temps, en chaque endroit du lieu, qui retarde par tout également un mouuement uniforme en soy même, pourront estre representez par les appliquées *EG, BD, (B)(D)* etc. de l'Hyperbole *GD(D)Q* menées sur *EA*, espace, dans lequel tout le mouuement se doit faire, et qui est partie de l'Asymptote de l'Hyperbole, dont le centre A est le même avec le point de repos» [LH035,09,11, f. 3v].

[48] «Le même estant posé les temps mêmes, employez à parcourir une certaine partie de l'espace, comme *EB* ou *E(B)* seront representez par les portions hyperboliques *GEBDG, GE(B)(D)G* comprises entre deux appliquées, dont l'une *EG* passe par *E*. point d'où le mobile est parti, l'autre *BD* ou *(B)(D)* par *B* ou *(B)* où le mobile est arrive» [там же].

[49] «Si le mouuement d'un corps est uniforme en soy même, mais retardé également par le lieu où il passe, les espaces *BA* ou *(B)A* qui restent à parcourir jusqu'au point de repos *A* dépuis le point *B*. ou *(B)*. où le mobile est arrive, estant comme les nombres; les temps qui restent à employer jusqu'à un certain point, *P*. pris en deça du point de repos, seront comme les Logarithmes des raisons de ces nombres, *BA* ou *(B)A*, à *PA*, distance de ce point *P*. du point de repos, pris pour l'unité» [там же].

Для доказательства Теоремы V Лейбниц использует ту же схему, что и Ньютон для доказательства своей Теоремы II, а именно, у него расстояния (так же, как у Ньютона – скорости) составляют геометрическую прогрессию. Лейбниц пишет: «Поскольку известно, что отрезки *AP, AB, A(B), AE* (см. рис. 11) составляют непрерывную геометрическую прогрессию, гиперболические части *QP(B)(D)Q, (D)(B)BD(D), DBEGD* будут равными» [50]. В отличие от Ньютона, который аналогичное утверждение доказывает, Лейбниц считает его достаточно очевидным [действительно, если сопротивление пропорционально скорости, то можно, например, принять, что в равные последовательные промежутки времени скорость уменьшается каждый раз в q раз ($q < 1$), так что если начальная скорость равна v, то в следующий момент она равна qv, затем $q(qv) = q^2v$, затем $q(q^2v) = q^3v$ и т. д. Нетрудно видеть, что тогда и пройденные расстояния тоже составят геометрическую прогрессию $v\Delta t$, $qv\ \Delta t$, $q^2v\ \Delta t$, $q^3v\ \Delta t$,..]; «гиперболические части» – это, конечно, промежутки времени (у Ньютона, как мы помним, для равных промежутков времени геометрическую прогрессию составляют скорости). Далее Лейбниц говорит:

> Следовательно, не только гиперболические части *GEBDG, GT(B)(D)G, GEPQG*, или (по Теореме IV) уже *затраченные времена* (курсив мой. – *В. К.*), но также и гиперболические части *QP(B)(D)Q, QPBDQ, QPTGQ* составят арифметическую прогрессию, откуда следует, что указанные последние гиперболические части представляют логарифмы отношений чисел *A(B), AB, AE* к единице *AP*. Или они (по Теореме IV) представляют также времена, затраченные от точек *E* или *B* или *(B)* до точки *P*, следовательно, указанные времена будут относиться как вышеназванные логарифмы [51].

Таким образом, Лейбниц хочет сказать, что если замедление движения тела пропорционально скорости, то приращение времени как функция пройденного расстояния может быть представлена графиком гиперболы, где по оси абсцисс расстояние откладывается в экспоненциальной шкале. «Гиперболические части», которыми он постоянно оперирует, есть площади под гиперболой, и, следовательно, они представляются логарифмами соответствующих расстояний. Поэтому времена будут относиться как логарифмы.

Если сравнивать Теорему V Лейбница с Теоремой II Ньютона, то с самого начала можно было ограничиться лишь одним утверждением, что «расстояния *AP, A(B), AB, AE* составляют геометрическую прогрессию», чтобы отметить их сходство. Но на самом деле это сходство гораздо более существенно. Для того чтобы это показать, проанализируем Теорему V, пользуясь современной математической символикой.

Поскольку по Теореме II Лейбница $dt = \frac{X}{v_0}\cdot\frac{dx}{X-x}$, то интегрируя, получаем: $\frac{v_0}{X}t = \ln\frac{X}{X-x}$ и $x = X(1-e^{-\frac{v_0}{X}t})$. Ясно, что X–x есть расстояния, которые предстоит пройти, и, следовательно, если они будут относиться как числа, то

[50] Там же.

[51] Там же. Согласно лейбницевскому определению логарифма $\log 0=+\infty$; поэтому в действительности, согласно принятым современным определениям, это должны быть логарифмы отношений *AP* к *A(B), AB, AE*.

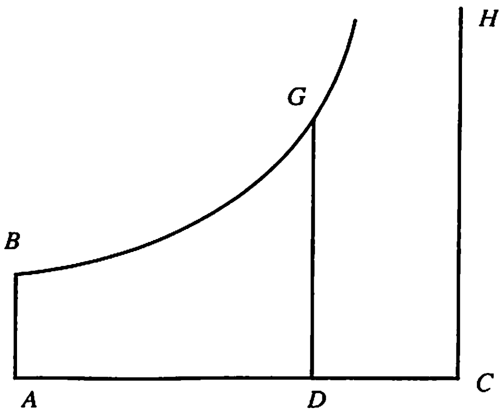


Рис. 12

времена будут относиться как логарифмы. Нетрудно видеть также, что эти расстояния представляют непрерывную геометрическую прогрессию, поскольку (как мы только что видели) Лейбниц выбирает в качестве абсциссы для своей гиперболы показательную функцию и $X - x = Xe^{-\frac{v_0}{X}t}$; тогда соответствующие «гиперболические части», т. е. времена, будут равными. На этом Лейбниц и строит доказательство своей Теоремы V.

Лейбницевские теоремы II–V являются эквивалентными ньютоновской Теореме II. Действительно, согласно Лейбницу (Теорема V), $x = X(1 - e^{-\frac{v_0}{X}t})$ и дифференцирование сразу дает $v = \frac{dx}{dt} = v_0 e^{-\frac{v_0}{X}t}$; это выражение есть не что иное, как утверждение Теоремы II Ньютона: «если взять равные последовательные промежутки времени, то скорости в начале каждого отдельного промежутка образуют геометрическую прогрессию».

Здесь необходимо напомнить, что Ньютон (как и Лейбниц) рассматривал показательную функцию как предельный случай геометрической прогрессии (см. объяснение этого у Крылова) и использовал для оси абсцисс экспоненциальную шкалу.

Схожесть подходов ясно видна из рассмотрения Следствия к Теореме II Ньютона [52]. Как и Лейбниц, Ньютон исследует здесь (рис. 12) гиперболу *BG* с асимптотами *AC* и *CH* и утверждает, что время движения будет представлено площадью *ABGD*. Кроме того, исходное уравнение Теоремы II может быть записано как $\frac{dv}{dt} = -kv$, тогда $v = v_0 e^{-kt}$ и $x = v_0(1 - e^{-kt})$.

Таким образом, мы получили одинаковые выражения и для пройденных расстояний, они различаются лишь коэффициентами, что и должно было быть, так как Ньютон измеряет и время и расстояние вдоль одного и того же отрезка *AC*.

[52] *Ньютон.* Математические начала... С. 313.

Следовательно, результаты, полученные Лейбницем и Ньютоном, являются, по существу, идентичными, и это доказывает тот факт, что Лейбниц действительно получил свои теоремы во время жизни в Париже, за двенадцать лет до публикации «Начал».

* * *

Основываясь на этих материалах, можно высказать некоторые соображения относительно того, почему Лейбниц впоследствии отверг идею возможности построения вечного двигателя, хотя поначалу он был ее горячим сторонником. Разумно предположить, что в процессе своих занятий механикой Лейбниц постепенно пришел к представлению, что трение есть результат бесчисленных столкновений тела с отдельными частицами среды. По-видимому, в конце концов он понял, что в результате этого процесса энергия будет необратимо теряться. Когда он пришел к правильному пониманию сути законов сохранения, он осознал невозможность построения вечного двигателя, поскольку невозможно освободиться от трения.

* * *

Автор считает приятным долгом выразить свою искреннюю благодарность Э. Кноблоху (Технический университет Берлина) и Х. Хехту (Берлинская академия наук) за постоянный интерес и помощь в работе над статьей, а также – О. Федоровой (ИИЕТ РАН) за помощь в переводе латинских текстов и Н. Вдовиченко (ИИЕТ РАН) за полезные замечания в процессе обсуждения работы.

ВЕЧНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ КОНСТРУКЦИИ КИРСАНОВА

26 декабря Владимиру Семеновичу Кирсанову исполнилось 70 лет. Отрадно сознавать, что свою круглую дату Владимир Семенович отмечает новой публикацией на оригинальную и мало изученную тему из истории науки. И это не случайное обстоятельство, как не случаен и выбор темы: можно предвидеть, что публикация этой статьи в журнале положит начало новому циклу публикаций Владимира Семеновича о естественно-научном творчестве Лейбница – откроет путь его новой «лейбнициане». Новой, как это уже очевидно, она будет только по сюжетам – в ней сохранится и скрупулезность изучения предмета, и ясность изложения результатов исследования, столь характерные для этого автора.

Творческая энергия Кирсанова и неистощимость его фантазии давно уже известны по всему миру. И для нас очень лестно, что большая часть его оригинальных идей впервые высказана именно в нашем журнале. Он служит для нас *sui generis* вечным двигателем, от него наш журнал и редакция на протяжении уже многих лет получают неоценимую творческую энергию – порой в форме довольно чувствительных творческих импульсов.

Мы желаем Владимиру Семеновичу дальнейших творческих свершений и успехов, крепкого здоровья и неистощимости его внутренних запасов энергии.

Редколлегия и редакция