

В. М. ТИХОМИРОВ

ВОПРОСЫ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ В ТВОРЧЕСТВЕ А. Н. КОЛМОГОРОВА

Владимиру Игоревичу Арнольду принадлежат такие слова: «Колмогоров — Пуанкаре — Гаусс — Эйлер — Ньютон: всего пять таких жизней отделяют нас от истоков нашей науки»¹. Приведем даты жизни этих великих ученых: Ньютон (1643–1727), Эйлер (1707–1783), Гаусс (1777–1855), Пуанкаре (1854–1912), Колмогоров (1903–1987). Мы видим, что каждый следующий в этом ряду хоть немного, но был современником предыдущего, что это действительно — непрерываемая жизненная нить. Пять жизней — сколь малый это срок, и какая беспредельность свершений выпала на этот ничтожный исторический период. Ньютон, Эйлер, Гаусс и Пуанкаре — это исполинские вехи на пути развития естествознания. И Андрей Николаевич Колмогоров находится в этом ряду.

Еще на заре своей творческой жизни он был одержим «смутным желанием заниматься математикой, имеющей выходы в физику и естествознание». И таких «выходов» оказалось великое множество. О некоторых наиболее существенных хочется вспомнить в год его столетнего юбилея.

Одним из центральных вопросов естествознания является вопрос об устройстве Солнечной системы (и ее возможном происхождении). Ньютон был первым, кто постиг законы движения планет. Над разрешением этого вопроса бились и Эйлер, и Гаусс, и Пуанкаре и многие, многие другие ученые. Один из центральных вопросов теоретической астрономии и одна из фундаментальных загадок естествознания звучит так: может ли система, подобная Солнечной, существовать вечно? Или неизбежно (на множестве полной меры начальных данных, т. е. «почти всегда») эволюция подобных систем завершается катастрофой? В 1953 г. Андрею Николаевичу было суждено сдвинуть с мертвой точки эту великую проблему.

О том, как это произошло Колмогоров рассказывал В. И. Арнольду: «Главное было то, что в 1953 году появилась надежда. От этого я почувствовал какой-то необыкновенный подъем. О задачах небесной механики я думал давно, с детства, с Фламариона, а потом, читая Шарлье, Биркгофа, механику Уиттеккера, работы Крылова и Боголюбова, Шази, Шмидта. Несколько раз пытался, но не получалось. А тут начало получаться»².

Я надеюсь, что читателям журнала «Вопросы истории естествознания и техники» не надо представлять знаменитых астрономов Камилла Фламариона (1842–1925) (думаю, что у многих это имя вызовет светлые воспомина-

¹ Явление чрезвычайное. Книга о Колмогорове. М.: Фазис и Мирос, 1999. С. 86.

² Колмогоров в воспоминаниях. М.: Наука, 1993. С. 146.



А. Н. Колмогоров на лекции

ния о его книгах, прочитанных в детстве), Карла Шарлье (1862–1934), выдающихся математиков Джорджа Биркгофа (1884–1944) и Эдмунда Уиттекера (1873–1956), академиков Николая Митрофановича Крылова (1879–1955), Николая Николаевича Боголюбова (1909–1992) и Отто Юльевича Шмидта (1891–1956). Жак Шази — знаменитый французский ученый, член Парижской академии наук. В сороковые годы происходил заочный спор Шази и Шмидта о финальных движениях в задаче трех тел, спор, который был разрешен (в пользу Шмидта) учениками Андрея Николаевича.

Духовный подъем, наступивший в жизни Колмогорова, в 1953 г. привел к созданию нового метода доказательства теорем существования, который (будучи дополненным вкладом В. И. Арнольда и Ю. Мозера) получил название КАМ-теории (теории Колмогорова-Арнольда-Мозера).

Создание КАМ-теории привело к существеннейшим сдвигам в этом круге вопросов. Задача описания движений систем, близких к интегрируемым системам классической механики, восходит к Ньютону. Лаплас делал первые шаги в разрешении проблемы устойчивости подобных систем, применяя теорию возмущений. Комментируя работы А. Н. Колмогорова, В. И. Арнольд пишет, что Пуанкаре, «проанализировав многочисленные попытки обоснования и усовершенствования рассуждений Лапласа, дает проблеме современную формулировку [...] и называет ее основной проблемой динамики [...]». Коммен-

тируемые работы Колмогорова решают эту задачу для большинства начальных данных в случае общего положения»³.

Расскажем попутно о завершении исследований по финальным движениям трех тел. Само обращение Колмогорова к этой проблематике было вызвано его контактами с О. Ю. Шмидтом.

Напомню: проблема финальных движений трех материальных точек состоит в описании поведения этих точек, взаимодействующих между собой по закону всемирного тяготения Ньютона, при $t \rightarrow -\infty$ и при $t \rightarrow \infty$. Простейшие случаи (когда все расстояния между телами остаются ограниченными или когда, наоборот, все расстояния стремятся к бесконечности и в ту и в другую сторону) были известны еще Ньютону. Первые примеры «простых невозможностей» были обнаружены еще во времена Лапласа. Сама задача в явной форме была поставлена Якоби.

К тому моменту, когда А. Н. Колмогоров предложил своему студенту-четверокурснику Володе Алексееву курсовую работу на тему «финальные движения в задаче трех тел», оставались логически допустимыми следующие возможности (все они реализуются во взаимоотношениях между людьми): *обмен* (звезда прилетает и отрывает от другой звезды ее спутника); *частичный захват* (три звезды приближаются друг к другу из бесконечности, две образуют двойную звезду, а третья улетает); *полный захват* (двойная звезда захватывает третью, прилетевшую из бесконечности); *захват в осцилляцию* (тело прилетает к двойной звезде и начинает затем осциллировать); *двойная осцилляция* (т. е. осцилляция в прошлом и в будущем) и, наконец, *переход из ограниченного движения в осцилляцию*. Всего же число возможностей равнялось десяти.

Классификацию всех этих комбинаций дал знаменитый французский астроном академик Ж. Шази, который занимался этой проблемой в течение нескольких десятилетий.

Теория Шмидта о происхождении Солнечной системы основывалась на возможности захвата астероида планетной системой, а такая возможность отрицалась Шази. Теория финальных движений была завершена Колмогоровым и его учениками (В. М. Алексеевым, В. И. Арнольдом и К. А. Ситниковым). Все возможности оказались реализуемыми.

Весьма значителен вклад А. Н. Колмогорова в разработку теории случайных процессов. В 1931 г. выходит его выдающаяся работа «Об аналитических методах в теории вероятностей»⁴. В статье, посвященной пятидесятилетию А. Н. Колмогорова, П. С. Александров и А. Я. Хинчин писали: «Во всей теории вероятностей XX столетия трудно указать другое исследование, которое оказалось бы столь основополагающим для дальнейшего развития науки и ее приложений, как эта работа Андрея Николаевича»⁵. Замечательна по своей простоте и глубине исходная методологическая позиция автора. Исследова-

³ См.: Колмогоров А. Н. Избранные труды. Математика и механика. М.: Наука, 1985. С. 434.

⁴ См.: Колмогоров А. Н. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука. 1986. С. 60–105.

⁵ См.: Успехи математических наук. 1953. Т. 8. Вып. 3. С. 178–200.

ние детерминированных процессов, в которых начальное положение системы в фазовом пространстве определяет дальнейшую эволюцию системы, дополняется исследованием случайных процессов, в которых, по словам автора статьи, «состояние x системы в некоторый момент t_0 обуславливает лишь известную вероятность для наступления возможного состояния y в некоторый последующий момент $t > t_0$ ». Это рассмотрение приводит А. Н. Колмогорова к определению марковского процесса. Он выписывает в общей форме интегральное уравнение, которое в частных случаях было получено М. Смолуховским. Из этого интегрального уравнения выводятся прямые уравнения (уже встречавшиеся в трудах таких крупнейших физиков, как Планк, Эйнштейн, Фоккер и Смолуховский) и обратные уравнения, которые не были известны физикам. В работе Колмогорова воссоединяются теория теплоты, идущая от Фурье, теория броуновского движения Эйнштейна—Смолуховского, описание случайных блужданий Маркова, а также идеи Башелье и Винера, которые построили первые модели случайных процессов.

В связи с теорией марковских процессов Колмогоров имел плодотворные контакты с физиками (С. И. Вавиловым, М. А. Леонтовичем и др.). В работе «К вычислению средней броуновской площади»⁶, написанной совместно с М. А. Леонтовичем, была решена задача, поставленная С. И. Вавиловым. Андрей Николаевич любил подчеркивать, что в этой совместной работе с Леонтовичем ему принадлежит физическая часть, а Леонтовичу — математическая.

Физическая интуиция, отчетливое понимание физической картины незатухающих колебаний процессов с непрерывным спектром послужили путеводной звездой для создания Колмогоровым теории стационарных случайных процессов. Стационарные процессы, т. е. процессы, вероятностные характеристики которых остаются постоянными во времени, являются идеализацией огромного числа стохастических явлений в природе (в атмосфере, в океане и т. п.), они постоянно встречаются в технических приложениях, например в радиотехнике. Одна из актуальнейших естественно-научных и технических проблем — проблема прогноза поведения процесса по наблюдению за поведением процесса в течение какого-то времени — была разработана Колмогоровым и Винером. Винер считал эту теорию одним из крупнейших своих достижений и с некоторым чувством горечи признавал приоритет Колмогорова в этой области.

Исследование случайных процессов привело Колмогорова к проблемам турбулентности. Его работы в этом направлении развивали феноменологические исследования крупнейших механиков прошлого столетия Джеффри Тейлора и Теодора фон Кармана. Труды Колмогорова совершенно преобразили теорию турбулентности и оказали большое влияние на все дальнейшее развитие этой области естествознания. Представление об этом можно получить из монографии известного французского ученого Уриела Фриша, переведенной на русский язык⁷. В этой книге есть такие слова: «Глубже всех проник

⁶ Колмогоров А. Н. Теория вероятностей... М.: Наука. 1986. С. 124–133.

⁷ Фриш У. Турбулентность. Наследие Колмогорова. М.: Фазис, 1988.

в суть турбулентности именно Колмогоров — математик, обладавший страстным интересом к живой действительности». Библиография книги Фриша содержит более 600 работ последователей Колмогорова. Но это только малая часть тех исследований, в которых развивается теория Колмогорова. Среди последователей Колмогорова в этой области такие крупные ученые в прикладных областях знаний, как Михаил Дмитриевич Миллионщиков, Андрей Сергеевич Монин и Александр Михайлович Обухов. Трудно сомневаться в том, что если бы наша научная общественность вовремя озаботилась бы представлением работ Колмогорова на Нобелевскую премию, он был бы удостоен этой награды.

Очень значительный вклад в естествознание внесли исследования Колмогорова, инициированные биологической тематикой.

В 1932 г. директор Института экспериментальной биологии, выдающийся советский биолог Н. К. Кольцов организует при институте небольшую эволюционную «бригаду» (как мы сейчас скажем — лабораторию по проблемам эволюции). Возглавил ее Д. Д. Ромашов, товарищ Колмогорова по гимназии. Андрей Николаевич принимает живое участие в работе лаборатории. По его советам Д. Д. Ромашов привлекает к работе в лаборатории в качестве консультантов В. И. Гливенко, А. А. Ляпунова и Н. В. Смирнова, а у самого Андрея Николаевича возникают плодотворные научные контакты с А. С. Серебровским, Н. П. Дубининым, А. А. Малиновским, Д. Д. Ромашовым и другими биологами. Занятия биологией приводят его к разрешению ряда проблем математической биологии. В 1937 г. А. Н. Колмогоров, совместно с И. Г. Петровским и Н. С. Пискуновым, публикует статью «Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества, и его применение к одной биологической проблеме»⁸. Эта работа получила необычайно далекое развитие в разнообразных проблемах естествознания (в частности, в теории теплового распространения пламени, начала разработки которой принадлежали Я. Б. Зельдовичу и Д. А. Франк-Каменецкому, в теории горения и взрыва, теории распространения нервных импульсов и др.). Очень интересно отметить, что и здесь, как и в работе с Леонтовичем, Колмогорову принадлежало описание физической модели, а математическая теория была разработана в основном его соавторами. Колмогоров говорил при этом, что наглядным физическим процессом для описания биологической модели послужило распространение пламени в бикфордовом шнуре. («Я же видел, как горит бикфордов шнур!» — говорил Андрей Николаевич, и, отправляясь от этого зрительного впечатления, он придумал дифференциальное уравнение, решение которого распространяется, сохраняя форму, с постоянной скоростью.)

В 1940 г. вышла статья Андрея Николаевича Колмогорова, озаглавленная «Об одном новом подтверждении законов Менделя»⁹. В те годы развернулась дискуссия между генетиками и лысенковцами по поводу справедливости законов Менделя. Лысенко и Н. И. Вавилов попросили своих сотрудников

⁸ См.: Колмогоров А. Н. Избранные труды. Математика и механика. М.: Наука, 1985. С. 246–251.

⁹ См.: Колмогоров А. Н. Теория вероятностей... С. 209–214.

Н. И. Ермолаеву и Т. К. Енина проделать опыты Менделя, чтобы опровергнуть (эта задача стояла перед Ермолаевой) и подтвердить (это должен был сделать Енин) теорию Менделя. И оба исследователя «справились» со своей задачей. Андрей Николаевич занялся исследованием материалов обеих статей. В пресамбуле к своей статье он пишет: «Менделевская концепция не только приводит к простейшему заключению о приближенном соблюдении отношения 3:1, но дает возможность предсказать, каковы должны быть в среднем размеры уклонений от этого отношения. Благодаря этому как раз статистический анализ уклонений от отношения 3:1 дает новый, более тонкий и исчерпывающий способ проверки менделевских представлений о расщеплении признаков. Задачей настоящей заметки является указание наиболее рациональных, по мнению автора, методов такой проверки и их иллюстрация на материале работы Н. И. Ермолаевой. Материал этот, вопреки мнению самой Н. И. Ермолаевой, оказывается блестящим новым подтверждением законов Менделя». (Андрей Николаевич рассказывал, что опыты Ермолаевой были вполне добросовестными, потому и дали новое блестящее подтверждение законов Менделя, а Енин, желая подтвердить эти законы, по-видимому, слишком рьяно браковал некоторые результаты эксперимента и получил чересчур хорошие результаты. Это А. Н. сформулировал в своей статье так: «Намек на такую систематическую чрезмерную близость частот m/n к $3/4$ имеется в материалах работы Т. К. Енина».)

Биологические проблемы стимулировали Колмогорова к разработке теории ветвящихся процессов. Ученик Андрея Николаевича, крупнейший наш специалист по теории ветвящихся процессов Борис Александрович Севастьянов пишет:

Общее понятие и сам термин «ветвящегося случайного процесса», сразу ставший общепринятым, были явно высказаны А. Н. Колмогоровым на руководимом им семинаре в МГУ в 1946/47 уч. г. Отдельные задачи, связанные с простыми моделями ветвящихся процессов, рассматривались и раньше. В частности, одна из таких задач решалась Колмогоровым в более ранней работе [«К решению одной биологической задачи» (1938)]. В настоящее время имеется несколько монографий, посвященных ветвящимся процессам [...] Модель [Колмогорова] ветвящихся процессов оказалась очень богатой как по количеству полученных результатов, так и по возможным приложениям к биологии, химии, физике, технике.

В работах, включенных Андреем Николаевичем в собрание своих избранных сочинений, содержатся и другие его труды по естественно-научным проблемам, например в кристаллографии и геологии.

Естественно-научное творчество Андрея Николаевича Колмогорова вошло в золотой фонд науки двадцатого столетия.

100 лет со дня рождения А. Н. Колмогорова

С. С. ДЕМИДОВ

АНДРЕЙ НИКОЛАЕВИЧ КОЛМОГОРОВ — ИСТОРИК МАТЕМАТИКИ

Как отметил В. М. Тихомиров¹, в своих подходах к задачам физики А. Н. Колмогоров выступал подчас не как математик (предоставляя разработку математического аспекта другим, например физику М. А. Леонтовичу), а как физик. Это в равной мере относилось и к его историко-математическим занятиям: к историко-математическому материалу он зачастую подходил не как математик, а как историк. В случае с историей математики это выглядит даже более естественно, чем с физикой: напомним, что свою научную карьеру в самом начале 20-х гг. Андрей Николаевич начинал как историк в семинаре С. В. Бахрушина². Лучше всего это видно, как я попытаюсь показать, на примере его работы над знаменитой статьей «Математика» для Большой Советской Энциклопедии³.

Первый ее вариант готовился для первого издания энциклопедии и был опубликован в 1938 г.⁴, второй, существенно дополненный, вариант был опубликован во втором издании в 1954 г.⁵. Статья начинается с определения

¹ См. его статью в этом же номере ВИЕТ, с. 81–87.

² В 1920–1922 гг. А. Н. Колмогоров работал над изучением новгородских писцовых книг. Итогом этой работы стала рукопись «Новгородское землевладение XV века», опубликованная только в 1994 г. (Колмогоров А. Н. Новгородское землевладение XV века. М.: Изд. фирма «Физико-математическая литература» ВО «Наука», 1994) с предисловием В. Л. Янина и комментарием Л. А. Бассальго. В своем предисловии Янин высоко оценивает выполненную Колмогоровым работу. В частности, он пишет: «Будь работа Андрея Николаевича издана вскоре после ее написания, наши знания сегодня были бы много полнее и, главное, точнее. Она направляет исследовательскую мысль к еще не тронутым в историографии проблемам и вооружает ее точной методикой» (с. 13). Там же В. Л. Янин рассказывает о том, почему Колмогоров оставил историю и перешел к исследованиям в области математики: «Когда работа была доложена им в семинаре, руководитель семинара профессор С. В. Бахрушин, одобрив результаты, заметил, однако, что выводы молодого исследователя не могут претендовать на окончательность, так как “в исторической науке каждый результат должен быть обоснован несколькими доказательствами” (!). Впоследствии, рассказывая об этом, Андрей Николаевич добавлял: “И я решил уйти в науку, в которой для окончательного вывода достаточно одного доказательства”. История потеряла гениального исследователя, математика навсегда приобрела его» (с. 4).

³ Колмогоров А. Н. Математика // Большая Советская Энциклопедия. 2 изд. Т. 26. М., 1954. С. 464–483.

⁴ Колмогоров А. Н. Математика // Большая Советская Энциклопедия. 1 изд. Т. 38. М., 1938. С. 359–402.

⁵ Статья с необъяснимыми сокращениями (об этом см.: Юшкевич А. П. А. Н. Колмогоров о сущности математики и периодизации ее истории // Историко-математические исследования. Вып. 35. СПб.: Изд-во Международного фонда истории науки, 1994. С. 8–16, в особенности с. 11) появилась и в третьем издании энциклопедии (Большая Советская Энциклопедия. 3 изд. Т. 15. М., 1974. С. 467–478) и была в полном объеме воспроизведена в «Математическом энциклопедическом словаре» (М.: Изд-во БСЭ, 1988. С. 7–38) и в сборнике: Колмогоров А. Н. Мате-

математики, данного Ф. Энгельсом в «Анти-Дюринге»: «Чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира...»⁶. Затем дается очерк ее истории, основу которого составляет предложенная А. Н. Колмогоровым периодизация. Согласно Колмогорову, история эта распадается на четыре этапа: 1) период зарождения математики, на протяжении которого был накоплен достаточно большой фактический материал, 2) период элементарной математики, начинающийся в VI–V вв. до н. э. и завершающийся в конце XVI в. («Запас понятий, с которыми имела дело математика до начала XVII в., составляет и до настоящего времени основу “элементарной математики”, преподаваемой в начальной и средней школе»⁷), 3) охватывающий XVII–XVIII вв. период математики переменных величин, «который можно условно назвать также периодом “высшей математики”»⁸, 4) период современной математики — математики XIX–XX вв., в ходе которого математикам пришлось «отнестись к процессу расширения предмета математических исследований сознательно, поставив перед собой задачу систематического изучения с достаточно общей точки зрения возможных типов количественных отношений и пространственных форм»⁹.

Отметим важную особенность, характерную для позиции Колмогорова-историка: обсуждая причины возникновения математики как науки в Древней Греции, он связал его с историческими особенностями древнегреческих государств.

Развитие математики в Древней Греции приняло существенно иное направление, чем на Востоке. Если в отношении вычислительной техники, искусства решения задач алгебраического характера и разработки математических средств астрономии лишь в эллинистическую эпоху был достигнут и превзойден уровень вавилонской математики, то уже гораздо раньше математика в Древней Греции вступила в совершенно новый этап логического развития. Появилась потребность в отчетливых математических доказательствах, были сделаны первые попытки систематического построения математической теории... Это изменение характера математической науки объясняется более развитой общественно-политической и культурной жизнью греческих государств, приведшей к высокому развитию диалектики, искусства спора. К привычке отстаивать свои утверждения в борьбе с противником¹⁰.

Такая позиция принципиальным образом отлична от установок, более естественных для профессионалов-математиков (см., например, подходы

матика в ее историческом развитии // Под ред. В. А. Успенского. М.: Наука, 1991. С. 24–85). Все дальнейшие цитаты приводятся по этому изданию.

⁶ Колмогоров. Математика в ее историческом развитии... С. 24.

⁷ Там же. С. 29.

⁸ Там же.

⁹ Там же.

¹⁰ Там же. С. 34.