

С. С. ДЕМИДОВ

АНДРЕЙ НИКОЛАЕВИЧ КОЛМОГОРОВ — ИСТОРИК МАТЕМАТИКИ

Как отметил В. М. Тихомиров¹, в своих подходах к задачам физики А. Н. Колмогоров выступал подчас не как математик (предоставляя разработку математического аспекта другим, например физику М. А. Леонтовичу), а как физик. Это в равной мере относилось и к его историко-математическим занятиям: к историко-математическому материалу он зачастую подходил не как математик, а как историк. В случае с историей математики это выглядит даже более естественно, чем с физикой: напомним, что свою научную карьеру в самом начале 20-х гг. Андрей Николаевич начинал как историк в семинаре С. В. Бахрушина². Лучше всего это видно, как я попытаюсь показать, на примере его работы над знаменитой статьей «Математика» для Большой Советской Энциклопедии³.

Первый ее вариант готовился для первого издания энциклопедии и был опубликован в 1938 г.⁴, второй, существенно дополненный, вариант был опубликован во втором издании в 1954 г.⁵. Статья начинается с определения

¹ См. его статью в этом же номере ВИЕТ, с. 81–87.

² В 1920–1922 гг. А.Н. Колмогоров работал над изучением новгородских писцовых книг. Итогом этой работы стала рукопись «Новгородское землевладение XV века», опубликованная только в 1994 г. (Колмогоров А. Н. Новгородское землевладение XV века. М.: Изд. фирма «Физико-математическая литература» ВО «Наука», 1994) с предисловием В. Л. Янина и комментарием Л. А. Бассальго. В своем предисловии Янин высоко оценивает выполненную Колмогоровым работу. В частности, он пишет: «Будь работа Андрея Николаевича издана вскоре после ее написания, наши знания сегодня были бы много полнее и, главное, точнее. Она направляет исследовательскую мысль к еще не тронутым в историографии проблемам и вооружает ее точной методикой» (с.13). Там же В.Л. Янин рассказывает о том, почему Колмогоров оставил историю и перешел к исследованиям в области математики: «Когда работа была доложена им в семинаре, руководитель семинара профессор С. В. Бахрушин, одобрив результаты, заметил, однако, что выводы молодого исследователя не могут претендовать на окончательность, так как “в исторической науке каждый результат должен быть обоснован несколькими доказательствами” (!). Впоследствии, рассказывая об этом, Андрей Николаевич добавлял: “И я решил уйти в науку, в которой для окончательного вывода достаточно одного доказательства”. История потеряла гениального исследователя, математика навсегда приобрела его» (с. 4).

³ Колмогоров А. Н. Математика // Большая Советская Энциклопедия. 2 изд. Т. 26. М., 1954. С. 464–483.

⁴ Колмогоров А. Н. Математика // Большая Советская Энциклопедия. 1 изд. Т. 38. М., 1938. С. 359–402.

⁵ Статья с необъяснимыми сокращениями (об этом см.: Юшкевич А. П. А. Н. Колмогоров о сущности математики и периодизации ее истории // Историко-математические исследования. Вып. 35. СПб.: Изд-во Международного фонда истории науки, 1994. С. 8–16, в особенности с. 11) появилась и в третьем издании энциклопедии (Большая Советская Энциклопедия. 3 изд. Т. 15. М., 1974. С.467–478) и была в полном объеме воспроизведена в «Математическом энциклопедическом словаре» (М.: Изд-во БСЭ, 1988. С. 7–38) и в сборнике: Колмогоров А. Н. Мате-

математики, данного Ф. Энгельсом в «Анти-Дюринге»: «Чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира...»⁶. Затем дается очерк ее истории, основу которого составляет предложенная А. Н. Колмогоровым периодизация. Согласно Колмогорову, история эта распадается на четыре этапа: 1) период зарождения математики, на протяжении которого был накоплен достаточно большой фактический материал, 2) период элементарной математики, начинающийся в VI–V вв. до н. э. и завершающийся в конце XVI в. («Запас понятий, с которыми имела дело математика до начала XVII в., составляет и до настоящего времени основу “элементарной математики”, преподаваемой в начальной и средней школе»⁷), 3) охватывающий XVII–XVIII вв. период математики переменных величин, «который можно условно назвать также периодом “высшей математики”»⁸, 4) период современной математики — математики XIX–XX вв., в ходе которого математикам пришлось «отнестись к процессу расширения предмета математических исследований сознательно, поставив перед собой задачу систематического изучения с достаточно общей точки зрения возможных типов количественных отношений и пространственных форм»⁹.

Отметим важную особенность, характерную для позиции Колмогорова-историка: обсуждая причины возникновения математики как науки в Древней Греции, он связал его с историческими особенностями древнегреческих государств.

Развитие математики в Древней Греции приняло существенно иное направление, чем на Востоке. Если в отношении вычислительной техники, искусства решения задач алгебраического характера и разработки математических средств астрономии лишь в эллинистическую эпоху был достигнут и превзойден уровень вавилонской математики, то уже гораздо раньше математика в Древней Греции вступила в совершенно новый этап логического развития. Появилась потребность в отчетливых математических доказательствах, были сделаны первые попытки систематического построения математической теории... Это изменение характера математической науки объясняется более развитой общественно-политической и культурной жизнью греческих государств, приведшей к высокому развитию диалектики, искусства спора. К привычке отстаивать свои утверждения в борьбе с противником¹⁰.

Такая позиция принципиальным образом отлична от установок, более естественных для профессионалов-математиков (см., например, подходы

матика в ее историческом развитии // Под ред. В. А. Успенского. М.: Наука, 1991. С. 24–85). Все дальнейшие цитаты приводятся по этому изданию.

⁶ Колмогоров. Математика в ее историческом развитии... С. 24.

⁷ Там же. С. 29.

⁸ Там же.

⁹ Там же.

¹⁰ Там же. С. 34.

Н. Бурбаки¹¹ или А. Д. Александрова¹²), связывающих причины возникновения математики в Древней Греции преимущественно со «внутренней эволюцией математической науки»¹³.

Ряд авторов выступили с возражениями, дополнениями и уточнениями по поводу избранного А. Н. Колмогоровым определения математики и периодизации ее истории. Что касается определения Ф. Энгельса, то указывалось (конечно, даже робкие возражения Энгельсу стали возможны лишь в сравнительно позднее время — после смерти И. В. Сталина), что это определение, которое вполне приемлемо для математики вплоть до начала XIX в., неадекватно описывает современную математику. Ему противопоставлялось определение модного в 60–70-х гг. Н. Бурбаки¹⁴: «Математика представляется скоплением абстрактных форм — математических структур»¹⁵. На критику энгельсовского определения Андрей Николаевич не реагировал никак. Впрочем, внимательный читатель статьи «Математика» мог бы заметить, что ее автор прекрасно видел: его определением характеризуется математика, предшествующая XIX в. Что касается последующего ее развития, то для сохранения верности этого определения требуется чрезвычайно *расширительное* толкование входящих в него терминов: только при достаточно «широком понимании терминов “количественные отношения” и “пространственные формы” приведенное в начале статьи определение математики применимо и на новом современном этапе ее развития»¹⁶. Так что, по Колмогорову, это определение «применимо» для математики, предшествующей современной (до начала XIX в.) (а с этим, пожалуй, трудно не согласиться), что же касается его применимости для математики XIX–XX вв., то это оказывается возможным лишь при чрезвычайно расширительном толковании входящих в него основных терминов.

Что же до колмогоровской периодизации, то предлагались различные дополнения к ней или ее уточнения¹⁷. Так, например, выдвигалось возражение против наименования второго периода периодом «элементарной математи-

¹¹ Бурбаки Н. Архитектура математики // Бурбаки Н. Очерки по истории математики / Перевод И. Г. Башмаковой под ред. К. А. Рыбникова. М.: Иностранная литература, 1963.

¹² Александров А. Д. Математика // Философская энциклопедия. Т. 3. М., 1964. С. 329–335.

¹³ На это обратил особое внимание С. Н. Бычков: Бычков С. Н. Дедуктивное мышление и древнегреческий полис // Стили в математике: социокультурная философия математики / Под ред. А. Н. Барабашева. СПб., 1999. С. 288–304.

¹⁴ Кацивели Г. [Шилов Г. Е.] Математика и действительность. (Публикация, предисловие и примечания Г. Е. Шилова) // Историко-математические исследования. Вып. 20. М.: Наука, 1975. С. 11–27.

¹⁵ Бурбаки. Архитектура математики... С. 258.

¹⁶ Колмогоров А. Н. Математика в ее историческом развитии... С. 62.

¹⁷ См., например: Юшкевич А. Н. Колмогоров о сущности математики...; Юшкевич А. П. А. Н. Колмогоров о предмете математики и ее истории // Вопросы истории естествознания и техники. 1983. № 3. С. 67–74; Юшкевич А. П. Исследования по истории математики в странах Востока в средние века: итоги и перспективы // Труды Международного конгресса математиков (Москва-1966). М., 1968. С. 664–680.

ки»¹⁸. Прежде всего, говорили оппоненты, странно связывать содержание целого исторического периода с современной организацией математического образования¹⁹. Тем более, что в этот период исследовались вопросы, которые, с современной точки зрения, относятся к высшей математике — например, инфинитезимальные методы Архимеда. Интересно заметить, что это обстоятельство не ускользнуло от внимания А. Н. Колмогорова. Говоря о содержании второго периода, он замечает, что его определение (период «элементарной математики») характеризует основное содержание периода «за исключением отдельных исследований греческого ученого Архимеда... требовавших уже начатков исчисления бесконечно малых»²⁰. Так что даваемые им определения не являются определениями в математическом смысле, но дают обобщенные характеристики основного содержания этапов развития математики, основного, допускающего отдельные (может быть, даже очень важные) исключения, которые должны лишь подчеркивать правило, а вовсе не делать его некорректным. Высказывалось также мнение о целесообразности выделения в самостоятельный период средневековой математики²¹.

Особо отмечалась необходимость более детальной проработки периода, обозначенного Колмогоровым как период современной математики. «А.Н. не нашел, а может быть, и не искал лаконичной характеристики в немногих словах всего многообразия направлений исследований», — писал А. П. Юшкевич и далее продолжал: «Быть может, допустимо было бы охарактеризовать истекающие два столетия как эпоху нестандартной математики»²². Ведь начало этого периода отмечено построением нестандартных геометрий, а в конце появляются нестандартные логики и нестандартный анализ. Б. А. Розенфельд считал необходимым выделять в отдельный период появление машинной математики. Об этом писал и А. П. Юшкевич²³. «Как-то раз, — писал Юшкевич, — я попробовал затронуть этот вопрос в беседе с А.Н. Он выслу-

¹⁸ «Объединение всех этих этапов (а изложение содержания этого периода подразделяется у Колмогорова на несколько этапов — математика Древней Греции, Эллинистической и Римской эпохи, Средней Азии и Ближнего Востока, Китая, Индии, Западной Европы до XVI в., отдельно XVI в. — С. Д.) в период элементарной математики мне представляется мало удачным. Эпитет “элементарный” слишком неопределенный, носит почти школьный характер; но ведь школьные программы существенно изменяются во времени и разные в разных странах. Ни апории Зенона, ни математический атомизм Демокрита, ни учение о бесконечности Аристотеля, ни инфинитезимальные методы Архимеда, ни теория конических сечений, развитая вместе с ее проективными элементами Аполлонием, вряд ли естественно относить к элементарной математике... Термин “элементарная математика” более подходит, правда, с рядом оговорок, к длительному периоду примерно с V по XVI вв...» (Юшкевич. А. Н. Колмогоров о сущности математики... С. 15).

¹⁹ Заметим, что и следующий период — период математики переменных величин — можно, согласно Колмогорову, «условно назвать также периодом “высшей математики”», т. е. математики, преподаваемой в высшей школе. Таким образом, периодизация оказывается тесно связанной со структурой современного математического образования.

²⁰ Колмогоров. Математика в ее историческом развитии... С. 29.

²¹ Юшкевич А. П. Исследования по истории математики в странах Востока в средние века: итоги и перспективы // Труды Международного конгресса математиков (Москва — 1966). М., 1968. С. 664–680. См. с. 670.

²² Юшкевич. А.Н. Колмогоров о сущности математики... С. 15.

²³ Там же. С. 16.

шал мои замечания, но ответил только: “Интересно: об этом стоит подумать” и этим ограничился»²⁴.

Я позволю себе высказать предположение, кажущееся мне совершенно естественным, что к рассмотрению и предмета математики, и ее периодизации Андрей Николаевич подошел с позиций исторических: полагая, что дать адекватное формальное определение ее предмета просто невозможно, он дал это определение через ее историю (аналогичные попытки понять сущность математики и ее методы через ее историю предприняли в последние десятилетия многие философы математики: в США — это работы школы Ф. Китчера, в России — исследования А. Г. Барабашева и его учеников). Тогда становится очевидно: определение Ф. Энгельса А. Н. Колмогоров использовал как раз для характеристики математики вплоть до конца XVIII в., чтобы противопоставить ее математике XIX–XX вв., которая уже не имеет своим единственным объектом «пространственные формы и количественные отношения действительного мира».

«Если математики древнего мира хорошо укладывались в рамки представления о математике как науке о числах, величинах и геометрических фигурах (единственного реального трехмерного евклидова пространства), математика XVII–XVIII вв. выдвинула на передний план идею измерения величин (функциональной зависимости между изменяющимися величинами) в анализе и геометрических преобразованиях (проекций и т. п.) в геометрии, то XIX век с его пространствами различного числа измерений и различной «связности», абстрактными группами, кольцами и полями в алгебре и тому подобными новыми образованиями уже решительно не укладывается в эти старые рамки», — так писал Андрей Николаевич в статье «Лобачевский и математическое мышление девятнадцатого века»²⁵, опубликованной в 1943 г. и тесно примыкавшей к первому варианту его «Математики». И далее — снова противопоставление: «Овладеть всем разнообразием образований, изучаемых современной математикой, нельзя без аксиоматического метода (здесь он делает ссылку на свою статью «Математика» в первом издании Большой Советской Энциклопедии. — С. Д.), позволяющего систематически обзреть различные возможности развития той или иной теории, открывающиеся в зависимости от того, как видоизменяются исходные допущения, положенные в ее основу»²⁶.

Таким образом, если Н. Бурбаки давал определение математики, соответствующее его концепции математики, и сам процесс ее развития понимал жестко в соответствии с этой концепцией — как эволюцию иерархии структур, ядро которой составляют порождающие структуры, за пределами которого разрастаются все более и более сложные структурные образования²⁷, то А. Н. Колмогоров подошел к пониманию предмета математики исторически. И если понимание Н. Бурбаки уходит в прошлое с самим бурбакизмом, то ви-

²⁴ Юшкевич. А.Н. Колмогоров о сущности математики... С. 13.

²⁵ Колмогоров А. Н. Лобачевский и математическое мышление девятнадцатого века // Математика в ее историческом развитии... С. 112–124. См. с. 124.

²⁶ Там же.

²⁷ Бурбаки. Архитектура математики...

дение Колмогорова остается в своих основах по-прежнему приемлемым. И именно это определяет жизненность воззрения Андрея Николаевича на математику, делает статью «Математика», по выражению А. П. Юшкевича, «подлинным шедевром математической литературы»²⁸.

Но то же можно сказать и об опубликованной в 1943 г. статье «Лобачевский и математическое мышление девятнадцатого века», в которой А. Н. Колмогоров показывает роль идей Н. И. Лобачевского в формировании нового подхода к математике, определившего содержание нового современного периода ее развития, и о статье «Ньютон и современное математическое мышление», также опубликованной в 1943 г.²⁹ В последней А. Н. Колмогоров дал анализ идей И. Ньютона с точки зрения последующей эволюции идей математического анализа, раскрывая глубину историко-научного дарования великого математика. И здесь подход Колмогорова к изучаемому материалу строго историчен. Он отмечает модернизацию терминологии Ньютона в русском переводе его «Начал», допущенную А. Н. Крыловым³⁰. В самом начале статьи он заявляет о том, что «необходимо придерживаться правила, которое мы отнесли бы к изучению работ большинства представителей математических и естественных наук: изучать методологию ученого в первую очередь непосредственно по его научным работам, а не по его методологическим высказываниям». Свою работу он видит «несовершенной попыткой применения этого правила к математическим работам Ньютона»³¹. Довольно сложная история публикации основных результатов Ньютона по открытому им *calculus*'у, пишет он, «хотя и затрудняет создание связной характеристики научной методологии Ньютона в каждый период его работы, но дает и некоторое преимущество — возможность проникнуть в лабораторию его научной мысли»³². Исследование опубликованных работ И. Ньютона позволило Колмогорову не только охарактеризовать его вклад в создание анализа, но и получить замечательный историко-математический результат: анализируя биномиальное разложение $(x + o)^n$ в связи с XI предложением ньютоновского «Рассуждения о квадратуре кривых» (опубликованного в 1704 г.), он выдвинул мотивированное предположение, что Ньютон в момент написания «Поучения» к «Трактату о квадратуре кривых» (т. е. в 1670-х гг.) «был очень близок к открытию ряда Тейло-

²⁸ Юшкевич. А. Н. Колмогоров о сущности математики... С. 8.

²⁹ Колмогоров А. Н. Ньютон и современное математическое мышление // Математика в ее историческом развитии... С. 92–111.

³⁰ Там же. С. 102. И хотя А. Н. Колмогоров в своем анализе математики прошлых веков подходит к оценке результатов и методов с современных позиций (об этом говорят даже названия его статей о творчестве И. Ньютона и Н. И. Лобачевского), — такова его творческая установка, — он превосходно понимает минусы такого, как сказали бы мы, презентистского подхода, делая в ряде случаев характерные оговорки. В их числе и отмеченная им модернизация в крыловском переводе ньютоновских «Начал». Однако, с его точки зрения, основным остается верность сути (а суть одна!), но не букве. Поэтому, сделав замечание о переводе, он тут же добавляет: «Логическое строение ньютоновских рассуждений А. Н. Крылов передает, однако, достаточно точно».

³¹ Там же. С. 92.

³² Там же. С. 94.

ра (если не сказать просто — открыл этот ряд!)»³³. Изданные в 1976 г. бумаги Ньютона подтвердили эту гипотезу³⁴.

Большинство историко-научных работ А. Н. Колмогорова собрано в изданной в 1991 г. В. А. Успенским книге «Математика в ее историческом развитии». Их обстоятельный анализ — дело будущего. В заключение замечу только, что в конце своей жизни он вместе с А. П. Юшкевичем предпринял издание трех томов «Математики XIX века»³⁵ и, когда в 70-х гг. возник проект написания труда по истории математики XX в., заметил, что лично он готов принять в нем участие только в том случае, если верхняя граница рассматриваемого периода не будет существенно выше, чем 30-е гг. «Я не считаю себя компетентным, — заметил он, — оценивать развитие математики в последующие годы»³⁶.

Историки науки высоко ценят его труды по истории математики, и неудивительно, что среди многочисленных научных академий, избравших великого ученого, числится и Международная академия истории науки, почетным членом которой он стал в 1977 г. Однако настоящая оценка историко-математических трудов А. Н. Колмогорова только начинается. Но уже сегодня ясно, что и в них проявился универсальный гений великого ученого.

³³ Юшкевич. А.Н. Колмогоров о сущности математики... С. 111.

³⁴ Об этом см.: Петрова С. С., Романовская Д. А. К истории открытия ряда Тейлора // Историко-математические исследования. Вып. 25. М.: Наука, 1980. С. 10–24.

³⁵ Математика XIX века. Математическая логика. Алгебра. Теория чисел. Теория вероятностей / Под ред. А. Н. Колмогорова, А. П. Юшкевича. М.: Наука, 1978; Математика XIX века. Математическая логика. Геометрия. Теория аналитических функций / Под ред. А. Н. Колмогорова, А. П. Юшкевича. М.: Наука, 1981; Математика XIX века. Математическая логика. Чебышевское направление в теории функций. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Вариационное исчисление. Теория конечных разностей / Под ред. А.Н. Колмогорова, А.П. Юшкевича. М.: Наука, 1987.

³⁶ И это говорил А. Н. Колмогоров — активный участник математической жизни 50–60-х гг., как раз в этот период поразивший мир своими замечательными открытиями (КАМ-теория, исследования по 13-й проблеме Гильберта и др.)!

С. Н. БЫЧКОВ

МАТЕМАТИКА В ИСТОРИЧЕСКОМ ИЗМЕРЕНИИ

Идея написания данной статьи ¹ возникла на открытии I Колмогоровских чтений, посвященных 100-летию великого ученого. Торжественность момента, связанная с увековечением памяти А. Н. Колмогорова на ярославской земле, где прошли первые годы его жизни и где в самом раннем возрасте проявились его исключительные дарования ², не увлекла выступавших по естественному пути выдвижения на первый план несомненных достижений одного из крупнейших ученых XX в. и замалчивания отдельных неудач. А. М. Абрамов, один из активнейших участников колмогоровской школьной реформы 60–70-х гг., призвал ускорить разработку новой научной дисциплины «Онтология школьного математического образования», первые камни в здание которой заложили А. Я. Хинчин и А. Н. Колмогоров. В рамках этой (философской! — С. Б.) дисциплины, в частности, можно было бы попытаться дать и оценку деятельности гениального ученого в последние годы жизни — оценку, в максимальной степени свободную от сегодняшней конъюнктуры.

В. М. Тихомиров противопоставляет научный и социальный оптимизм начала прошлого столетия тревожному ожиданию будущего нашими современниками ³. Возможно, уже одного этого достаточно для объяснения отмеченного С. П. Новиковым всеобщего охлаждения к физико-математическим наукам ⁴, и уже это одно объяснило бы неудачу колмогоровской реформы, по поводу которой В. И. Арнольд заметил, что Колмогоров склонен был считать всех школьников столь же гениальными математиками, как и он сам ⁵. И все же едва ли было бы правильным сводить все к распространившимся ныне во всем мире антисциентистским настроениям, поскольку в таком случае требо-

¹ Ее наименование является парафразой названия сборника, содержащего работы А. Н. Колмогорова по истории и методологии математики. См.: *Колмогоров А. Н. Математика в ее историческом развитии* / Под ред. В. А. Успенского. М., 1991.

² Интересную попытку приоткрыть тайну раннего созревания колмогоровского математического таланта предпринял В. С. Секованов в недавно опубликованной художественно-документальной повести «Гений из Туношны» (Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2003).

³ *Тихомиров В. М. О некоторых особенностях математики XX века // Стили в математике: социокультурная философия математики* / Под ред. А. Г. Барабашева. СПб., 1999. С. 441–442.

⁴ *Новиков С. П. Вторая половина XX века и ее итог: кризис физико-математического сообщества в России и на Западе // Историко-математические исследования. Вторая серия. М., 2002. Вып. 7 (42). С. 355–356.*

⁵ *Арнольд В. И. Об А. Н. Колмогорове // Колмогоров в воспоминаниях* / Под ред. А. Н. Ширяева. М., 1993. С. 158. В справедливости бытовавшей на мехмате МГУ поговорки, что лекции Колмогорова для школьников понятны кандидатам наук, а для студентов — лишь докторам, убедился и автор этих строк на экспериментальном курсе математической логики, читавшемся Андреем Николаевичем в начале 70-х студентам-первокурсникам.