

ра (если не сказать просто — открыл этот ряд!)»³³. Изданные в 1976 г. бумаги Ньютона подтвердили эту гипотезу³⁴.

Большинство историко-научных работ А. Н. Колмогорова собрано в изданной в 1991 г. В. А. Успенским книге «Математика в ее историческом развитии». Их обстоятельный анализ — дело будущего. В заключение замечу только, что в конце своей жизни он вместе с А. П. Юшкевичем предпринял издание трех томов «Математики XIX века»³⁵ и, когда в 70-х гг. возник проект написания труда по истории математики XX в., заметил, что лично он готов принять в нем участие только в том случае, если верхняя граница рассматриваемого периода не будет существенно выше, чем 30-е гг. «Я не считаю себя компетентным, — заметил он, — оценивать развитие математики в последующие годы»³⁶.

Историки науки высоко ценят его труды по истории математики, и неудивительно, что среди многочисленных научных академий, избравших великого ученого, числится и Международная академия истории науки, почетным членом которой он стал в 1977 г. Однако настоящая оценка историко-математических трудов А. Н. Колмогорова только начинается. Но уже сегодня ясно, что и в них проявился универсальный гений великого ученого.

³³ Юшкевич. А.Н. Колмогоров о сущности математики... С. 111.

³⁴ Об этом см.: Петрова С. С., Романовская Д. А. К истории открытия ряда Тейлора // Историко-математические исследования. Вып. 25. М.: Наука, 1980. С. 10–24.

³⁵ Математика XIX века. Математическая логика. Алгебра. Теория чисел. Теория вероятностей / Под ред. А. Н. Колмогорова, А. П. Юшкевича. М.: Наука, 1978; Математика XIX века. Математическая логика. Геометрия. Теория аналитических функций / Под ред. А. Н. Колмогорова, А. П. Юшкевича. М.: Наука, 1981; Математика XIX века. Математическая логика. Чебышевское направление в теории функций. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Вариационное исчисление. Теория конечных разностей / Под ред. А.Н. Колмогорова, А.П. Юшкевича. М.: Наука, 1987.

³⁶ И это говорил А. Н. Колмогоров — активный участник математической жизни 50–60-х гг., как раз в этот период поразивший мир своими замечательными открытиями (КАМ-теория, исследования по 13-й проблеме Гильберта и др.)!

С. Н. БЫЧКОВ

МАТЕМАТИКА В ИСТОРИЧЕСКОМ ИЗМЕРЕНИИ

Идея написания данной статьи ¹ возникла на открытии I Колмогоровских чтений, посвященных 100-летию великого ученого. Торжественность момента, связанная с увековечением памяти А. Н. Колмогорова на ярославской земле, где прошли первые годы его жизни и где в самом раннем возрасте проявились его исключительные дарования ², не увлекла выступавших по естественному пути выдвижения на первый план несомненных достижений одного из крупнейших ученых XX в. и замалчивания отдельных неудач. А. М. Абрамов, один из активнейших участников колмогоровской школьной реформы 60–70-х гг., призвал ускорить разработку новой научной дисциплины «Онтология школьного математического образования», первые камни в здание которой заложили А. Я. Хинчин и А. Н. Колмогоров. В рамках этой (философской! — С. Б.) дисциплины, в частности, можно было бы попытаться дать и оценку деятельности гениального ученого в последние годы жизни — оценку, в максимальной степени свободную от сегодняшней конъюнктуры.

В. М. Тихомиров противопоставляет научный и социальный оптимизм начала прошлого столетия тревожному ожиданию будущего нашими современниками ³. Возможно, уже одного этого достаточно для объяснения отмеченного С. П. Новиковым всеобщего охлаждения к физико-математическим наукам ⁴, и уже это одно объяснило бы неудачу колмогоровской реформы, по поводу которой В. И. Арнольд заметил, что Колмогоров склонен был считать всех школьников столь же гениальными математиками, как и он сам ⁵. И все же едва ли было бы правильным сводить все к распространившимся ныне во всем мире антисциентистским настроениям, поскольку в таком случае требо-

¹ Ее наименование является парафразой названия сборника, содержащего работы А. Н. Колмогорова по истории и методологии математики. См.: *Колмогоров А. Н. Математика в ее историческом развитии* / Под ред. В. А. Успенского. М., 1991.

² Интересную попытку приоткрыть тайну раннего созревания колмогоровского математического таланта предпринял В. С. Секованов в недавно опубликованной художественно-документальной повести «Гений из Туношны» (Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2003).

³ *Тихомиров В. М. О некоторых особенностях математики XX века* // *Стили в математике: социокультурная философия математики* / Под ред. А. Г. Барабашева. СПб., 1999. С. 441–442.

⁴ *Новиков С. П. Вторая половина XX века и ее итог: кризис физико-математического сообщества в России и на Западе* // *Историко-математические исследования. Вторая серия*. М., 2002. Вып. 7 (42). С. 355–356.

⁵ *Арнольд В. И. Об А. Н. Колмогорове* // *Колмогоров в воспоминаниях* / Под ред. А. Н. Ширяева. М., 1993. С. 158. В справедливости бытовавшей на мехмате МГУ поговорки, что лекции Колмогорова для школьников понятны кандидатам наук, а для студентов — лишь докторам, убедился и автор этих строк на экспериментальном курсе математической логики, читавшемся Андреем Николаевичем в начале 70-х студентам-первокурсникам.

валось бы объяснить их всплеск на исходе XX столетия. Можно ведь все перевернуть: разочарование общества в точных науках связано с неудачей принятых во второй половине прошлого века реформ школьного математического образования.

Движение за реформу математического образования возникло во второй половине XX столетия в различных странах как реакция на отставание школьного образования от достижений естественных наук, бывших в то время локомотивом технического прогресса цивилизации. Многим в то время казалось, что Колмогоров выполняет в специфических отечественных условиях часть общенаучной работы по приведению школьной математики в соответствие с потребностями этого самого «прогресса». Лишь сравнительно недавно стало понятно, что дело обстоит гораздо сложнее: когда АН СССР и Академия педагогических наук рекомендовали А. Н. Колмогорову возглавить созданную в 1964 г. комиссию по реформе школьного математического образования, сама действительность, выражаясь высоким философским языком, пошла навстречу пожеланиям ученого.

В декабре 1943 г. А. Н. Колмогоров записывает «Календарный план того, как сделаться великим человеком, если на это хватит охоты и усердия»⁶. Сравнительно молодой еще человек, достигший полного признания на родине в избранной в юности профессии, примеривает на себя более высокие мерки, возвышающиеся и над географическими, и над дисциплинарными границами, давно уже разделившими человечество. Здесь и намерение написать «Историю форм человеческой мысли», и, что более важно, учебники по математике и логике для средней (!) школы⁷. Это можно было бы отнести на счет по-человечески понятного тщеславия (наука вообще и математика в особенности не располагают к излишней скромности, что, естественно, не отменяет скромности по отношению к Истине), если бы не два обстоятельства. Во-первых, в главном намеченная программа была реализована⁸. Во-вторых, «научная честность и объективность почти невероятные»⁹ не позволяли автору «Календарного плана» хоть на йоту завышать собственный реальный (и, соответственно, возможный) вклад в тот или иной вид творческой деятельности. Поэтому если стараться в оценке масштаба личности А. Н. Колмогорова быть на уровне объективности его собственных самооценок, то нельзя не признать, что рукою автора упомянутого документа, в названии которого за-

⁶ *Ширяев А. Н.* Андрей Николаевич Колмогоров (25.IV.1903–20.X.1987). Биографический очерк о жизни и творческом пути // Колмогоров в воспоминаниях / Под ред. А. Н. Ширяева. М., 1993. С. 90.

⁷ Написание учебников для студентов не предъявляет к таланту автора тех требований, которым должен следовать пишущий для школьников. В отличие от студентов школьники только еще ищут свое призвание, и мера ответственности за объективность представления той или иной науки в ряду других учебных дисциплин несравненно выше.

⁸ Хотелось бы написать: «выполнена», но ситуация с школьной реформой не позволяет все же использовать это более емкое слово.

⁹ *Успенский В. А.* Наш великий современник Колмогоров // *Колмогоров А. Н.* Математика в ее историческом развитии / Под ред. В. А. Успенского. М., 1991. С. 17.

метны следы и столь любезной модному ныне постмодернизму самоиронии, водило не тщеславие, а трезвая оценка собственной миссии. И если в реализации отечественной школьной математической реформы, задуманной на десятилетие раньше всего остального мира и призванной увенчать его блистательную карьеру, великий ученый все же не достиг успеха, то, видимо, этому были свои веские, не лежащие на поверхности причины. Попыткой анализа этих причин с несколько неожиданной, на первый взгляд, стороны — с точки зрения социокультурной философии науки — и является данная работа.

* * *

К мысли о том, что у А. Н. Колмогорова к 1943 г. уже созрела идея реформирования школьного математического образования, можно прийти и без обращения к дневниковым записям. Незадолго до войны была опубликована первая часть пробного учебника по алгебре¹⁰, написанного совместно с П. С. Александровым¹¹. Но, что гораздо важнее, еще до издания учебника А. Н. Колмогоров написал статью «Математика» для 1-го издания БСЭ¹². Эта статья возникла не на пустом месте. Важными вехами на пути создания цельной мировоззренческой концепции математического знания, без чего трудно было бы даже помышлять о реформе, явились работы, свидетельствующие о постоянном интересе их автора к философско-методологическим проблемам науки¹³. И хотя эти проблемы не занимали в творчестве А. Н. Колмогорова такого места, как, например, у Г. Вейля или Н. Н. Лузина, тем не менее, наряду с В. И. Гливленко, он принадлежал к числу наиболее философски мыслящих умов среди молодых математиков СССР в 20–30-х гг. В каком же отношении находится статья в энциклопедии к начатой спустя тридцать лет реформе школьной математики?

С. П. Новиков в уже упоминавшейся работе «Вторая половина XX века и ее итог: кризис физико-математического сообщества в России и на Западе» пишет об А. Н. Колмогорове, что «он имел те же самые идеи в образовании, что и бурбакизм, иногда даже более нелепые»¹⁴. Бурбакизм в школьном преподавании ассоциируется со стремлением навязывать учащимся, независимо от их будущей профессии, взгляды на математику, присущие ревнителям ее

¹⁰ Александров П. С., Колмогоров А. Н. Алгебра. Ч. 1. М., 1939.

¹¹ Как отметил Р. С. Черкасов, подход авторов учебника поразил учителей необычной трактовкой многих изучаемых понятий. См.: Черкасов Р. С. Андрей Николаевич Колмогоров и школьное математическое образование // Колмогоров в воспоминаниях / Под ред. А. Н. Шляева. М., 1993. С. 583. Вторая его часть так и осталась неопубликованной.

¹² Колмогоров А. Н. Математика // БСЭ. Т. 38. М., 1938. С. 359–402.

¹³ Колмогоров А. Н. Современные споры о природе математики // Научное слово. М., 1929. № 6. С. 41–54; Колмогоров А. Н. Современная математика // Фронт науки и техники. М., 1934. № 5/6. С. 25–28; Колмогоров А. Н. Современная математика // Сборник статей по философии математики. М., 1936. С. 7–13; Колмогоров А. Н. Теория и практика в математике // Фронт науки и техники. М., 1936. № 5. С. 39–42.

¹⁴ Новиков. Вторая половина XX века и ее итог... С. 335.

чистого, обособленного от других наук, существования (взволнованное описание вызванного этим влиятельным умонастроением кризиса в математическом образовании содержится в статье В. И. Арнольда¹⁵). А. Н. Колмогоров, согласно Новикову, был «идеологом теории множеств, аксиоматизации науки и оснований математики» и «стремился всюду внедрить теорию множеств»¹⁶, и уже одним этим, видимо, и впал в грех бурбакизма. Но позиция Колмогорова по отношению к теории множеств существенно отличается от позиции Бурбаки.

Бурбаки полагают, что «внутренняя эволюция математической науки... более чем когда-либо упрочила единство ее различных частей и создала своего рода центральное ядро, которое является гораздо более связным целым, чем когда бы то ни было. Существенное в этой эволюции заключается в систематизации отношений, существующих между различными математическими теориями; ее итогом явилось направление, которое обычно называют “аксиоматическим методом”»¹⁷. С точки зрения Бурбаки, весь математический мир представляет собой иерархию структур на множествах, начиная с наиболее простых (наподобие структуры группы) и заканчивая самыми сложными, включающими несколько порождающих структур (туда, в частности, попадает классический анализ).

А. Н. Колмогоров не пытается, в отличие от Бурбаки, абсолютизировать воцарившуюся в XX столетии концепцию построения математического знания. Его позиция напоминает, скорее, позицию отстраненного исследователя-историка, взирающего с космических высот на происходящее на Земле и, по досадному недоразумению, лишенного возможности перемещаться вперед во времени:

Только к концу 19 в. сложился стандарт требований к логической строгости, остающийся и до настоящего времени господствующим в практической работе математиков над развитием отдельных математических теорий. С этой точки зрения любая математическая теория имеет дело с одним или несколькими множествами объектов, связанных между собой несколькими отношениями... *С принципиальной стороны* (курсив мой. — С. Б.), однако, следует иметь в виду, что теоретико-множественное построение всех основных математических теорий, начиная с арифметики натуральных и действительных чисел, требует обращения к теории... бесконечных множеств, а их теория сама требует логического обоснования, так как абстракция, приводящая к понятию бесконечного множества, законна и осмысленна лишь при определенных условиях, которые еще далеко не выяснены¹⁸.

¹⁵ Арнольд В. И. Математическая дуэль вокруг Бурбаки // Вестник РАН. М., 2002. Т. 72. № 3. С. 245–250.

¹⁶ Новиков. Вторая половина XX века и ее итог... С. 334–335.

¹⁷ Бурбаки Н. Очерки по истории математики. М., 1963. С. 247.

¹⁸ Колмогоров А. Н. Математика // Колмогоров А. Н. Математика в ее историческом развитии / Под ред. В. А. Успенского. М., 1991. С. 66–67.

В отличие от Бурбаки, которые не собираются выходить из построенного ими здания математики на просторы окружающей Вселенной, А. Н. Колмогоров постоянно соотносит текущее состояние мировой математической науки, в которой он к моменту написания первого варианта статьи «Математика»¹⁹ уже сам начал выходить на ведущие позиции, с условиями времени и места. «Условия места» введены во втором разделе энциклопедической статьи:

...Математика в Древней Греции вступила в совершенно новый этап логического развития. Появилась потребность в отчетливых математических доказательствах, были сделаны первые попытки систематического построения математической теории... Это изменение характера математической науки объясняется более развитой общественно-политической и культурной жизнью греческих государств, приведшей к высокому развитию диалектики, искусства спора, к привычке отстаивать свои утверждения в борьбе с противником²⁰.

Возникновение остающегося «до настоящего времени господствующим» дедуктивного способа построения математической теории связывается А. Н. Колмогоровым со спецификой общественного устройства греческих полисов, т.е. с фактором *внешним* по отношению к математике как таковой. Подобный подход противостоит не только позиции Бурбаки, где говорится о «внутренней эволюции математической науки», но и позиции еще одного уважаемого автора — А. Д. Александрова, автора статьи «Математика» в другой энциклопедии — философской²¹.

А. Д. Александров последовательно проводит «внутриматематическую концепцию» возникновения дедуктивной математики:

...Наряду с накоплением математических знаний, с установлением связей между получаемыми результатами и унификацией правил решения задач складывались теоретические способы вывода новых результатов и первые математические доказательства. В конечном итоге это привело к качественному скачку: сложилась чистая математика с ее дедуктивным методом²².

Возникновение дедуктивного метода выглядит с этой точки зрения как необходимое следствие процесса саморазвития математики, как ординарное проявление философского закона перехода количественных изменений в качественные. А. Д. Александров, когда писал указанные строки, был прекрасно осведомлен о позиции А. Н. Колмогорова по проблеме генезиса теорети-

¹⁹ Взаимоотношения четырех вариантов статьи «Математика» в различных изданиях касается А. П. Юшкевич, см.: Юшкевич А. П. А. Н. Колмогоров о сущности математики и периодизации ее истории // Историко-математические исследования. СПб., 1994. Вып. 35. С. 8, 11.

²⁰ Колмогоров. Математика. С. 34.

²¹ Далее, как и для статьи А. Н. Колмогорова, цитаты приводятся со ссылкой на перепечатку энциклопедической статьи Александров А. Д. Математика // Философская энциклопедия. М., 1964. Т. 3. С. 329–335. в другом издании: Александров А. Д. Математика // Александров А. Д. Проблемы науки и позиция ученого. Л., 1988. С. 27–48.

²² Александров А. Д. Математика // Проблемы науки и позиция ученого. С. 34.

ческой математики, так что исторически правильнее здесь было бы говорить о противостоянии александровской позиции концепции А. Н. Колмогорова, а не наоборот. Кто же прав в этом заочном «споре» двух ведущих среди российских математиков второй половины XX в. методологов науки?

Схема объяснения А. Д. Александрова выглядит более привлекательной для чистого математика, который нечасто задумывается над тем, сколь необычной является выбранная им сфера профессиональной деятельности. В самом деле, особенностью данной схемы является увязывание *формы изложения* математики с ее *содержанием*. В качестве следствия мы получаем освящение принятого ныне способа преподавания математики на все будущие времена. Концепция А. Н. Колмогорова, связывающая дедуктивную форму математического знания с внешними по отношению к науке условиями, более открыта педагогическим новациям, так как предполагает возможность критического отношения к породившим дедуктивную форму социально-историческим условиям²³. Выбор в пользу «внутренней» или «внешней» схемы объяснения зарождения теоретической математики может быть сделан только на основе соотнесения каждой из них с реальной историей развития мировой математики.

Обладая, как отмечалось выше, несомненной привлекательностью и простотой, схема А. Д. Александрова предъявляет в то же время довольно жесткие требования к эмпирической истории математики. В соответствии с ней дедуктивный метод должен был возникнуть *всюду*, где объем математических сведений превысил некоторую «критическую массу». В частности, это должно было произойти в Китае и Индии, где, в отличие от Египта и Вавилона, математическая традиция не прерывалась и объем накопленных знаний в средние века сопоставим с древнегреческой математикой V–IV вв. до н. э. — времени возникновения аксиоматического способа построения знания. Тем не менее математика в этих странах так и не стала дедуктивной наукой. Идея логического построения теории на основе немногих выставленных вперед общих положений — чисто греческого происхождения.

Как видим, схема А. Д. Александрова согласуется с реальной историей не лучшим образом. Можно, впрочем, попытаться усовершенствовать ее, сделав акцент не на накоплении фактов как таковом, а на процессе *осознания* их взаимосвязи, который, вообще говоря, не обязан автоматически сопровождать количественный рост знания. Но в таком случае немедленно встает новый вопрос: почему греки, заимствовав в VI в. до н.э. математические знания у других народов, менее чем за три столетия полностью перестроили математику на принципах дедуктивного вывода, в то время как более древним цивилизациям не хватило для этого и нескольких тысячелетий?

Любая попытка ответить на данный вопрос неизбежно выводит за рамки «внутриматематической» схемы объяснения. Ссылка на особенности устройства древнегреческой цивилизации, очевидно, прямо противоречит исходной установке на объяснение происхождения дедуктивного метода из внутренних

²³ Мы намеренно пока абстрагируемся от конкретно-исторической основы концепции А. Н. Колмогорова.

потребностей развития математики. Не столь ясно, правда, это в отношении другого аргумента — «особой математической одаренности греков», позволившей им успешней других осознать взаимную связь разрозненных математических фактов. Остановимся поэтому на нем подробнее.

Хорошо известно, сколь многим обязаны математика и естествознание Евдоксу, Архимеду, Аполлонию и другим замечательным ученым античности. Было бы неверно, однако, сводить все достижения древнегреческой математики только к личной одаренности ее творцов. Такие качества, как сила воображения, прекрасная память, способность к длительному умственному напряжению сами по себе не могут объяснить эти достижения. Для того чтобы склонность к математике могла проявиться, необходим целый ряд дополнительных внешних условий, таких, как возможность получения соответствующего образования, определенная независимость в материальном отношении, наконец, наличие благоприятной обстановки для проведения математических исследований (результаты исследований должны представлять не только личный интерес). И если первые два препятствия можно преодолеть, совершив специальную поездку или заработав достаточное количество денег, то последнее обстоятельство не во власти ученого и всецело определяется условиями жизнедеятельности общества, которые далеко не всегда благоприятны для занятий математикой ²⁴.

С учетом сказанного «особая математическая одаренность греков» может рассматриваться только как результат счастливого сочетания субъективных предпосылок в лице людей, обладающих выдающимися качествами, и благоприятных внешних условий, способствовавших расцвету их таланта. В силу *каких* причин оказалось возможным подобное совпадение субъективного и объективного факторов, может выясниться лишь в результате специального исследования, но даже не приступая к нему, можно утверждать, что причины эти в самой математике отыскать нельзя.

Вероятно, для А. Н. Колмогорова аргументы такого рода представлялись самоочевидными, и для него, первым увлечением которого в науке была история ²⁵, довольно естественно было сразу обратиться к факторам социокультурного характера — внешним по отношению к математике.

Здесь мы напрямую выходим к отмечаемой близко знавшими А. Н. Колмогорова отличительной особенностью его гения — едва ли не безграничной его универсальности ²⁶. В. А. Успенский пишет, что «широта научных интересов Колмогорова имеет мало precedентов в XX веке — если вообще имеет тако-

²⁴ Излишне доказывать, что во времена расцвета математической деятельности А. Н. Колмогорова подобные условия были гораздо благоприятнее нынешних.

²⁵ См. посмертно опубликованную работу: *Колмогоров А. Н.* Новгородское землевладение XV века / Предисл. В. Л. Янина. М., 1994.

²⁶ В случае успеха педагогической реформы А. Н. Колмогорова можно было бы поставить в один ряд с самыми универсальными гениями в истории человечества — Леонардо да Винчи, Декартом и Лейбницем, которые, похоже, не признавали никаких границ в своей творческой деятельности. К этому же стремился и Гете, однако здесь субъективные устремления не встретили ответного движения со стороны современной ему науки (впрочем, об этом — в связи с обсуждением причин неудач колмогоровской реформы — несколько позже).

вые»²⁷. Данный вопрос представляет не только биографический интерес, имея непосредственное отношение к анализу колмогоровской педагогической реформы. Вряд ли ученый, обладающий гением только в области математики, смог бы успешно написать учебник для *обычной* школы (для физико-математических школ — совсем другое дело!). В том, что А. Н. Колмогоров проводил резкую границу между этими двумя видами деятельности, свидетельствует его «Ответ ученикам», продиктованный В. М. Тихомирову после дня рождения, отмечавшегося в 1986 г.

Тяжело больной ученый с горечью констатирует, что здоровье не позволяет ему одновременно заниматься учебниками для способных ребят и для учеников обычных школ, поэтому он пребывает на распутье. Вместе с тем он полагает, что в написание подобных учебников он может «внести еще много полезного и даже незаменимого...»²⁸. Ощущение собственной незаменимости, не исчезнувшее и после суровой критики его педагогической деятельности со стороны ряда коллег-математиков, показывает, что Колмогоров ни в коей мере не считал, что успех реформы может быть достигнут — и оценен другими! — лишь в рамках «педагогико-математических средств».

Многие крупные математики имели опыт преподавания в высших учебных заведениях и на его основе предъявляли, по их мнению, обоснованные претензии к новациям А. Н. Колмогорова в области школьной математики. Но в отношении к школьной математике опыт преподавания математики «высшей» весьма специфичен и не может служить основой для объективной критики. Степень «самодостаточности» математики в вузах настолько велика, что потребность в соотнесении с другими предметами в них гораздо меньше, нежели в средней школе. Преподавание школьных предметов должно быть подчинено не формированию у учеников проявившихся ранее индивидуальных склонностей (что фактически происходит в случае со студентами), а именно развитию *универсальных способностей* и потому в гораздо большей степени должно ориентироваться на объективное место будь то физики, математики или истории в общечеловеческой культуре. Ясно, что идея А. Н. Колмогорова о «внематематическом» происхождении современной математики носила междисциплинарный характер и никак не могла замыкать его усилия на пути абсолютизации наличных представлений математики о самой себе (где, действительно, к моменту начала реформы господствовал бурбакизм).

И сегодня, и завтра главной мерой состоятельности человека в жизни будет считаться профессиональный успех. Колмогоров, как когда-то Гаусс, сравнительно поздно по нынешним меркам и не без колебаний выбрал род своей основной деятельности. Именно успех в специальном разделе чистой математики — теории рядов Фурье — предопределил основную область его научных интересов в студенческие годы. Методы метрической теории функций послужили затем переходным мостиком для занятий теорией вероятностей. К концу аспирантуры молодой математик уже сформулировал в основных чертах подход к аксиоматическому обоснованию теории вероятностей на базе тео-

²⁷ Успенский. Наш великий современник Колмогоров. С. 12.

²⁸ Ширяев. Андрей Николаевич Колмогоров... С. 136.

рии меры. После преодоления значительных технических трудностей, связанных с теоретико-множественным обоснованием понятия условной вероятности, ознаменовавшегося изданием в 1933 г. в Германии знаменитых «Основных понятий теории вероятностей», А. Н. Колмогоров становится признанным мировым лидером в этой науке.

Двенадцать лет спустя учитель Колмогорова Н. Н. Лузин пишет в письме Андрею Николаевичу:

... Мое желание, чтобы Вы несколько удалились от работ по теории вероятностей. И вовсе не потому, что Ваш вклад в нее не фундаментален: я прекрасно знаю, что он оценивается всеми, как равноценный вкладу классиков. Но самое-то теория вероятностей не стоит Вас: ее источники сомнительные... и ее действие на работающих в ней не положительное. Вам дан высокий дух, и я хочу, чтобы Вы его силы берегли для вещей, которые под силу очень немногим ²⁹.

Характерен ответ Андрея Николаевича на это пожелание:

... Меня давно уже, скорее, несколько тяготят своеобразные обязанности «лидера» известного направления в теории вероятностей. Конечно, их надо нести, так как исследования в этом направлении должны продолжаться... Но уже давно (с 1936 года) я начал некоторый цикл исследований, который возник из проблем теории вероятностей и динамических систем, а оказался же, по существу, исследованием унитарных представлений групп в гильбертовом пространстве. Это звучит несколько изысканно и не «классически», но у меня имеется убеждение, что здесь скрывается один из центральных вопросов будущей «классической» математики: очень уж многие проблемы самых разных стилей согласно ведут именно сюда... И еще — исследования в области логических оснований математики, где мне видятся зародыши очень большого нового движения в результатах Turing'a и Church'a ³⁰.

Здесь уместны два комментария. В. М. Тихомиров замечает после цитирования приведенного отрывка:

В кратком абзаце соединены три, казалось бы, несовместимые структуры — теория вероятностей, динамические системы и математическая логика. Именно это, несоединимое, он и пытался объять ценой грандиозных усилий в последнее десятилетие своей творческой жизни — с 1953 по 1963 год. Динамические системы — это системы, где все предопределено, вероятностные — где все случайно. Но выяснилось, что между этими, казалось бы, разделенными непроходимой пропастью областями на самом деле нет никакой пропасти. Детерминированное, но сложное ведет себя случайно, а случайное подвержено строгим детер-

²⁹ Цит. по: Тихомиров В. М. Слово об учителе // Колмогоров в воспоминаниях / Под ред. А. Н. Ширяева. М., 1993. С. 248.

³⁰ Там же. С. 249–250.

минированным оценкам. И соединяющий мост осуществляется математической логикой, где истоки — в результатах Turing'a и Church'a ³¹.

Как видим, А. Н. Колмогоров и последовал, и не последовал совету своего учителя: формально он вышел за рамки узко понимаемой теории вероятностей, но его прежние исследования подготовили почву для гораздо более высокого синтеза различных — и даже противоположных по своему происхождению — идей.

С. П. Новиков пишет, что «у Колмогорова был замечательный дар — находить узловые точки, открывать то, что будет впоследствии нужно очень многим» ³². Является ли этот дар действительно Даром, сниспосланным свыше математику Колмогорову, или же одним из «следствий» универсальности колмогоровского гения? Далее будут приведены аргументы в пользу второго варианта ответа.

Если А. Н. Колмогоров не принимал во всем объеме критику задуманной им педагогической реформы со стороны своих выдающихся коллег-математиков, то, наверное, потому, что рамки этой критики — «педагогико-математические» — были, с точки зрения его замысла, слишком узки. Подлинной мерой могла быть только та «История форм человеческой мысли», где математика рассматривалась бы наряду с другими науками — физикой, историей, наконец, философией. Пусть по разным причинам это намерение не было осуществлено, но, без сомнения, ученый к сорока годам уже чувствовал соразмерность подобной, колоссальной по сложности, задачи своим собственным силам. И задачу эту он планировал в дневнике решать по завершении написания учебников для средней школы по математике и логике.

Но тогда так ли уж неправ Б. В. Гнеденко, полагая, что А. Н. Колмогоров вполне был в состоянии доработать учебники, написанные коллективом под его руководством? «Учебник мало написать, его необходимо выстрадать и многократно улучшать. Такой возможности Колмогорову дано не было» ³³. Может быть, коллеги-математики с трудом могли разглядеть подлинный — общечеловеческий — масштаб гения А. Н. Колмогорова? Да, положение первого математика в мире давало ему право возглавить отечественную реформу школьного математического образования. Но, может быть, он был единственным во всем мире, у кого был хоть какой-то реальный шанс предотвратить то плачевное состояние, в котором оказалось сегодня во всем мире школьное математическое образование, о чем неустанно говорит и пишет в последние годы В. И. Арнольд?

Главной задачей средней школы является гармоничное развитие способностей учеников во всех направлениях, чтобы по окончании школы они развивали в рамках профессии те из них, которые наиболее отвечают их инди-

³¹ Тихомиров В. М. Слово об учителе... С. 250.

³² Новиков. Вторая половина XX века и ее итог... С. 335.

³³ Гнеденко Б. В. Учитель и друг // Колмогоров в воспоминаниях / Под ред. А. Н. Ширяева. М., 1993. С. 206.

видуальным склонностям³⁴. Трудно ожидать успеха в решении этой задачи от тех, кто чувствует свою ущербность хотя бы в одном из общеобразовательных предметов. Могут ли похвастаться отсутствием предубеждений по отношению к основным отраслям естественно-научного и гуманитарного знания все крупные ученые? Пример Бурбаки показывает, что это не так. Не пополняет ли число таких крупнейших *специалистов* и А. Н. Колмогоров? Достаточно ли его выдающейся по меркам XX столетия универсальности, чтобы служить исключением из почти что всеобщего правила? Может быть, XX век с его сверхспециализацией уже не время для возмужания универсальных гениев ранга Леонардо да Винчи, Декарта или Лейбница, которые шли вровень со временем во всех областях человеческой деятельности? Что же, возможно, это и так. Но, может быть, «внутри своей личности» А. Н. Колмогоров и был таким универсальным гением, и только внешние обстоятельства помешали окружающим увидеть это? Здесь вполне уместным выглядит сравнение его с Гете.

Гете в первую очередь известен как великий поэт, однако сам он на первое место ставил свои естественно-научные труды. Камнем преткновения в признании естественно-научных идей Гете оказался не кто иной, как Гаусс, без колебаний принявший в споре своего соотечественника с Ньютоном по поводу учения о цвете сторону последнего³⁵. Этой проблеме посвящено множество работ, но, пожалуй, наиболее интересна с рассматриваемой здесь точки зрения статья Э. Кассирера «Гете и математическая физика».

Кассирер рассматривает проблему соотношения теорий Гете и Ньютона не как научно-историческую, а как философскую³⁶. Оптические эксперименты Гете сами по себе не содержат ошибок и легко воспроизводимы и сегодня. Все дело в отборе возможных экспериментальных ситуаций и их интерпретации. Из сравнения теорий Ньютона и Гете Кассирер приходит к идее несопоставимости двух видов познания: математического, направленного на то, чтобы сделать явления *исчисляемыми*, и «созерцательного», стремящегося сделать явления *зримыми*³⁷. Анализ причин расхождения позиций Ньютона и Гаусса, с одной стороны, и Гете — с другой, явился одной из побудительных причин построения Кассирером оригинальной философской теории о существовании объективно несводимых друг к другу символических форм познания.

Здесь не место говорить о степени обоснованности кассиреровской теории. Важно другое: то, что казалось современникам заблуждениями гения, свидетельствами его неуниверсальности, может, при определенном стечении обстоятельств, расцениваться в будущем как свидетельство его гениальной про-

³⁴ Последнее не означает остановки на пути совершенствования тех способностей, которые не связаны с основным родом деятельности.

³⁵ По поводу взаимоотношений Гете и Гаусса см. обстоятельную работу К. Р. Бирмана «Гаусс и Гете» (Историко-математические исследования. М., 1976. Вып. 21. С. 261–272).

³⁶ Кассирер Э. Гёте и математическая физика. Теоретико-познавательное исследование // Кассирер Э. Избранное. Опыт о человеке. М., 1998. С. 278.

³⁷ Там же. С. 318.

зорливости. Даже то, что выглядит, на первый взгляд, очевидной ошибкой³⁸, может в случае, когда ее приписывают гению ранга Гете, оказаться проблемой для науки будущего³⁹.

Если Гете стремился расширить свою творческую деятельность с гуманитарного знания на естественно-научное, то деятельность А. Н. Колмогорова можно рассматривать как движение в противоположном направлении: от сухих формул математики к самой гуманитарной из всех областей знания — педагогике. Если верить В. И. Арнольду⁴⁰, то вследствие завышенных требований к учащимся у замысла А. Н. Колмогорова не было никаких шансов на осуществление. Но тогда какой смысл было великому ученому в ответе ученикам противопоставлять учебники для физматшкол учебникам для обычной школы? Скорее всего, дело с реформой обстояло не так просто. Может быть, отношение математиков к реформе Колмогорова было сродни отношению Гаусса к ревизии ньютоновской теории цвета со стороны Гете? И связано это в обоих случаях с абсолютизацией наличных представлений о том, что такое «хорошо» и что такое «плохо» в физико-математическом естествознании и способах его преподавания? Для ответа на этот вопрос мы вернемся к проблеме возникновения теоретической математики.

Концепция А. Н. Колмогорова увязывания возникновения теоретической математики с особенностями устройства древнегреческих полисов может быть уточнена и дополнена⁴¹. Для того чтобы древнегреческая математика стала дедуктивной, наряду с благоприятными для этого общественными условиями, стимулировавшими развитие диалектики, необходимо было также и условие «внутреннее»: наличие в составе математического знания раздела, изучающего свойства углов. Последний мог появиться в Греции только в результате заимствования греками геометрических сведений у египтян. Практические геометрические знания, нужные египтянам для строительства (полных) пирамид, при переносе на греческую почву необходимо должны приобрести созерцательный (теоретический) характер. Дальнейшее преобразование теоретической геометрии⁴² в дедуктивную науку под воздействием диалектических споров было уже фактически предопределено и не зависело от воли и сознания отдельных греческих математиков (хотя и происходило в соответствии с их субъективным волеизъявлением). Таким образом математика из науки о количественных отношениях реальных объектов преврати-

³⁸ В случае с Гете ошибка казалась очевидной Гауссу, в то время как Гегель, Шеллинг и Шопенгауэр встали в споре с Ньютоном на сторону Гете.

³⁹ Впрочем, из позиции Кассирера нельзя вывести возможность подобного пересмотра.

⁴⁰ См. приведенное выше мнение В. И. Арнольда на этот счет (Арнольд. Об А. Н. Колмогорове... С. 158).

⁴¹ Бычков С. Н. Дедуктивное мышление и древнегреческий полис // Стили в математике: социокультурная философия математики / Под ред. А. Г. Барабашева. СПб., 1999. С. 288–304; Бычков С. Н. Египетская геометрия и греческая наука // Историко-математические исследования. Вторая серия. М., 2001. Вып. 6 (41). С. 277–284.

⁴² Сегодня, да и во времена Платона, мало кто обращает внимание на парадоксальный характер данного словосочетания.

лась в науку об абстрактных (идеальных) предметах. Бурбакизм в XX столетии явился концентрированным выражением этой тенденции.

Идея А. Н. Колмогорова о социокультурной обусловленности теоретической математики подрывает идеологию Бурбаки, полагающую единственным объектом теоретической математики некие идеальные сущности (структуры). Это позволяет философски обосновать нежелание А. Н. Колмогорова полностью последовать совету Н. Н. Лузина и уйти из теории вероятностей в более абстрактные разделы математики.

А. Н. Колмогоров хорошо понимал, что найденная им изящная аксиоматическая схема обоснования теории вероятностей удобна для чисто математического ее развития, но ничего не говорит о причинах ее применимости к задачам техники и естествознания. Когда в 50-х гг. ученый стал размышлять над этими проблемами, то неизбежно должен был мыслить не как чистый математик, а как естествоиспытатель и одновременно философ⁴³. Излишне говорить, что в этих размышлениях он наилучшим образом продемонстрировал и эти грани своего универсального гения.

В «Ответе ученикам», говоря о завершении своей научной карьеры, Колмогоров сделал важную оговорку, что имеется в виду получение новых научных результатов. Думается, что занятие школьными учебниками Андрей Николаевич также рассматривал как творческую научную работу, просто для его учеников-математиков она выглядела как деятельность «второго сорта». Но если сам он считал ее незаменимой (т.е. он не смог бы никому ее перепоручить!), то в его собственных глазах она никак не могла выглядеть второсортной.

* * *

Современникам нелегко оценить истинный вклад великого человека в сокровищницу человеческой культуры, не просто понять ход его размышлений или мотивы каких-то отдельных поступков. Между тем, в основе интереса к деятельности выдающихся людей лежит не только вполне естественное чувство признательности к их заслугам. Есть в этом интересе и сугубо педагогическая составляющая. Заманчиво понять, какие же именно качества и особенности выдающейся личности способствовали достижению ею поразжающих воображение результатов. Это важно, чтобы использовать полученное знание (в той мере, в какой это возможно) для совершенствования процесса обучения новых поколений, которым только еще предстоит вступить в жизнь. Массив познаний, необходимых для успешной деятельности, с каждым годом все разрастается, и универсальная сторона таланта великих людей в этой связи представляет значительный интерес. Иногда они сами приходят в этом нам на помощь, размышляя в зрелом возрасте над причинами собственных неординарных достижений.

⁴³ В. М. Тихомиров в связи с обсуждением творчества А. С. Пушкина упоминает о глубоком знании А. Н. Колмогоровым философии В. С. Соловьева (*Тихомиров. Слово об учителе...* С. 265).

Так, Лейбниц считал главной своей заслугой выдвижение и разработку идеи создания алфавита человеческих мыслей — комбинируя его знаки, можно было бы вывести и проанализировать все человеческое познание:

Необычайная моя судьба была причиной того, что, еще будучи школьником, я напал на эти мысли, которые, как это обыкновенно бывает с первыми склонностями, глубже всего запечатлелись в моем уме. Две вещи оказали мне чрезвычайную услугу (хотя, вообще говоря, они обоюдоостры и для многих вредны): во-первых, то, что я был самоучкой, а во-вторых, то, что в каждой науке, едва приступив к ней и часто не вполне понимая общеизвестное, я искал новое ⁴⁴.

Идея «всеобщей характеристики» с ее философской претензией на универсальность и позволила Лейбницу внести исключительный по глубине воздействия вклад в развитие математики. Сама по себе разносторонность дарований немецкого ученого была «всего лишь» предпосылкой его всеохватывающих достижений, и в этом смысле ему «повезло», что в его творчестве наличествовала плодотворная «сквозная» идея, связывающая воедино его наиболее яркие достижения. В этом и секрет его поистине универсального гения.

Аналогичным образом объясняется секрет всеобъемлющей гениальности творившего половиной столетия ранее Декарта. Философская идея понимания науки как «универсальной математики» позволила Декарту не только создать аналитическую геометрию, но и вообще стать основателем рационалистической науки и философии Нового времени. После IV в. до н.э. философия и математика в первый (и, видимо, в последний) раз так близко сблизились друг с другом в XVII в., что и «привело» к появлению Декарта и Лейбница, одинаково почитаемых как среди представителей математического естествознания, так и среди гуманитариев. В XIX и XX вв. философия и математика уже существенно разошлись между собой, так что Гете и Колмогорову значительно труднее в этом смысле было демонстрировать достоинства «универсального» подхода к человеческому познанию, когда «науки о природе» и «науки о духе» не противопоставляются друг другу по манере мышления.

⁴⁴ Цит по: *Погребыский И. Б.* Готфрид Вильгельм Лейбниц. М., 1971. С. 31. Последние слова Лейбница невольно приходят на ум, когда читаешь в «Дневнике» признание А. Н. Колмогорова, что, взявшись за построение теории унитарных представлений бесконечных групп, он не понимал «причины» положительной определенности характеров (*Колмогоров А. Н.* Юбилейное издание в 3-х книгах. Кн. 3. Звуков сердца тихое эхо. Из дневников / Ред.-составитель А. Н. Ширяев. М., 2003. С. 95). Многие начинающие математики, прочитав соответствующее доказательство в учебнике, вряд ли даже зададутся подобным вопросом (ведь чтение доказательства, изложенного в соответствии с канонами дедуктивного метода, сводится фактически лишь к проверке непреложности умозаключений, т.е. отсутствия в них ошибки). Но стоит только самому заняться построением *новой* теории, как подобные «почему» невольно будут возникать и не исчезнут до тех пор, пока теория не будет построена. При занятии теорией представлений бесконечных групп эти «почему» так и не исчезли: Колмогоров осознал, что положение дел в создаваемой общей теории сложнее, чем ему казалось вначале, и не стал даже писать заметку по результатам своего доклада 2 февраля 1944 г. на Московском математическом обществе.

Еще одним счастливым избранником Истории, наряду с Декартом и Лейбницем, оказался Леонардо. Он немало натерпелся от законодателей тогдашней философской моды — флорентийских платоников. Упрекали его и за недостаточную начитанность, и за занятия живописью, которая стояла в ряду искусств у Платона в самом конце. В ответ своим недоброжелателям Леонардо написал:

Многие будут считать себя вправе упрекать меня, указывая, что мои доказательства идут вразрез с авторитетом некоторых мужей, находящихся в великом почете, почти равном их незрелым суждениям; не замечают они, что мои предметы родились из простого и чистого опыта, который есть истинный учитель ⁴⁵.

Подобная «методологическая позиция» позволяла Леонардо проявлять полную свободу в создании новых канонов художественных произведений, и уже одно только это обессмертило его имя. Знакомство с работами Архимеда, которые в XV столетии продолжали оставаться вершиной теоретического естествознания, позволяло ему занимать передовые позиции и в этой области ⁴⁶.

Не столь разносторонним оказался гений Платона, Аристотеля, Паскаля, Гегеля, Римана. Платон и Аристотель были не только в курсе всех новейших достижений математических и естественных наук, но и активно их использовали в своих философских построениях. Вместе с тем их возможности оригинального творчества в области математики все же были ограниченными. Точно так же и Гегель, хотя и знал математику даже глубже многих современных философов, не имел в области естествознания оригинальных работ. Паскаль, будучи гениальным естествоиспытателем, не был в области философии своего времени в числе первых ⁴⁷.

Особняком стоит Б. Риман. Как чисто математический гений он по оригинальности и глубине своих идей стоит в XIX в. рядом с Гауссом. Вместе с тем именно философская «заряженность» Римана как мыслителя позволила ему подняться над исторической ограниченностью современного ему естествознания и внести огромный вклад в развитие представлений о пространстве.

Для объяснения природы вопросы о неизмеримо большом — вопросы праздные. Иначе обстоит дело с вопросами о неизмеримо малом. От той точности, с которой нам удастся проследить явления в бесконечно малом, существенно зависит наше знание причинных связей. Успехи в познании механизма внешнего мира, достигнутые на протяжении последних столетий, обусловлены почти исключительно благодаря точности того построения, которое стало возможно в результате открытия анализа бесконечно малых и применения основных простых понятий, которые

⁴⁵ *Леонардо да Винчи. Избранные произведения* / Пер. В. П. Зубова, А. А. Губера, В. К. Шилейко, А. М. Эфроса. Минск, 2000. С. 29–30.

⁴⁶ Заслуживает внимания, что свое искусство скульптора и живописца Леонардо ставил ниже собственных технических талантов (*Леонардо да Винчи. Избранные произведения...* С. 41–43).

⁴⁷ Лишь два века спустя он стал рассматриваться как предтеча экзистенциализма.

были введены Архимедом, Галилеем и Ньютоном и которыми пользуется современная физика. В тех же областях естествознания, где еще отсутствуют основные понятия, которые позволили бы произвести аналогичные построения, явления с целью установления причинных связей исследуются в пространственном бесконечно малом, насколько это осуществимо посредством микроскопа. Поэтому вопросы о метрических отношениях пространства в неизмеримо малом не принадлежат к числу праздных ⁴⁸.

Ни последующее развитие естествознания, ни многочисленные изменения в философской моде за прошедшие после написания этих строк полтора столетия не позволяют в приведенной длинной цитате поставить хоть слово под сомнение ⁴⁹. Налицо такая же выверенность в суждениях, как и в статье А. Н. Колмогорова «Математика».

Универсальность гения того или иного человека не означает, что он автоматически является лучшим в какой-то специальной области деятельности. Гаусс считается математиком более великим, чем Декарт и Лейбниц. Аристотеля и Гегеля в философии также ставят выше этих двух универсалов. Ньютону и Эйнштейну в их физическом творчестве приходилось решать непростые проблемы и философского характера. И все же с точки зрения педагогики, с точки зрения написания учебников для обычных учащихся, именно универсальность гения, берущегося за подобную работу, выходит на первый план. И в этом отношении — в отношении универсальности и разносторонности своего дарования — А. Н. Колмогоров стоит в одном ряду с Платоном, Аристотелем, Леонардо, Декартом, Паскалем, Лейбницем, Гете, Гегелем и Риманом. Поэтому его деятельность по реформе школьного математического образования заслуживает самого пристального изучения. Но философско-педагогический уровень подобного анализа должен соответствовать уровню самого ученого, а это очень и очень непростая задача. Скорее всего, даже при благожелательном отношении коллег-математиков состояние здоровья не позволило бы Андрею Николаевичу довести начатую реформу до успешного завершения (настолько сложна задача), но то, что кроме него никто в мире не смог бы в одиночку сделать это, едва ли подлежит сомнению.

⁴⁸ Цит. по: Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М., 1979. С. 31–32.

⁴⁹ В свете этого не так уж и важно, что «учитель» Римана в философии — Гербарт — не считается стоящим в ряду первых философов.

БЕЛОМОРКАНАЛ — ИНЖЕНЕРНЫЙ ПАМЯТНИК ВРЕМЕН «ПЕРЕКОВКИ»

Это сложное гидротехническое сооружение, получившее официальное название «Беломорско-Балтийский канал имени тов. Сталина», было принято в эксплуатацию постановлением Совета народных комиссаров СССР от 2 августа 1933 г. Канал соединил Онежское озеро и Белое море. В постановлении констатировалось, что новый водный путь протяженностью 227 км (шлюзов — 19, плотин — 15, водоспусков — 12, дамб — 49) был успешно построен заключенными «под руководством ОГПУ» и при «исключительно трудных геологических и гидрологических условиях в рекордно короткий срок» за 20 месяцев. Советское правительство отмечало инициативу «руководителей строительства в области выбора и широкого внедрения [...] инженерных конструкций и максимальное использование при постройке канала местных строительных материалов»; наряду с материальным результатом подведен итог, скажем так, духовный: «На основе правильного проведения исправительно-трудовой политики советской власти, Главное управление исправительно-трудовыми лагерями ОГПУ провело большую политико-воспитательную работу среди заключенных, получивших трудовые навыки и квалификацию». В газетах это еще называлось как «перековка человеческих характеров», но чаще просто «перековка». («Перековка» — и название периодического издания, имевшего хождение в Белбалтлаге.)

В то время родились и два других специфических термина, вскоре пустившихся от Беломорканала во всесоюзное «плавание». Они, увы, до сих пор функционируют в разговорном русском языке: это «туфта» — название для очковтирательства или работы, сделанной лишь для видимости (есть мнение, что слово образовалось от аббревиатуры ТФТ — тяжелый физический труд), а также «зек» или «зека» (тоже произошло от аббревиатуры, в данном случае — з/к — «заключенный каналаармеец», термин придумал лично товарищ Л. И. Коган, начальник Беломорстроя). Зеков «перековывали», а те по возможности «гнали туфту»...

Главным элементом механизации труда на Беломорканале по праву считалась тачка. На одной из публикуемых фотографий она горделиво возвышается на некоего рода пьедестале — плод рационализаторских усилий первой трети XX в. и одновременно почти такая же, как на великих стройках времен Петра I (недаром этимологи производят ее название еще от церковно-славянского «тачати» — катить). Другая фотография дает возможность увидеть так называемый «беломорский форд», массивную деревянную тележку или целый поезд для перевозки бревен или камней. Тяга полагалась конная, но не обязательно. Все остальные фотографии прокомментировать немыслимо, взамен попробуем кратко охарактеризовать те общие основы, на которых вырос этот удивительный и страшный феномен Беломорканала.