

Из истории естествознания

К. А. РЫБНИКОВ

ИЗ ИСТОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ИГР

От редколлегии

18 августа исполняется 90 лет выдающемуся российскому историку математики заведующему кабинетом истории и методологии математики и механики механико-математического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова заслуженному деятелю науки РСФСР доктору физико-математических наук профессору Константину Алексеевичу Рыбникову.

Его труды по истории вариационного исчисления, комбинаторного анализа, оснований математического анализа, историографии истории математики получили широкую известность во всем мире. На его учебнике по истории математики, переведенном на несколько языков, воспитывалось не одно поколение математиков.

В настоящее время Константин Алексеевич готовит большой труд о развитии ряда прикладных направлений математики в XX веке. Отдельные его главы публикуются брошюрами, издаваемыми МГУ (рецензия на подборку таких брошюр появилась в нашем журнале). Публикуемая статья примыкает к этой работе.

Редколлегия нашего журнала присоединяется к поздравлениям со славным юбилеем и желает Константину Алексеевичу здоровья, благополучия и дальнейших творческих успехов.

Математическая теория игр получила известность в научном мире начиная с 1943 г., когда в Принстоне (США) местный университет и Институт перспективных исследований (Institute of Advanced Studies) издали большую, свыше 600 страниц, монографию: «Теория игр и экономическое поведение» («Theory of games and economic behavior» by John von Neumann and Oscar Morgenstern). Эта книга содержала подробное изложение новой теории, снабженное интерпретациями экономического характера. Она сразу же привлекла к себе внимание многих математиков, экономистов и иных специалистов, заинтересованных в приложениях математики. В 1947 и 1953 гг. книгу издавали повторно. На русском языке она появилась в 1970 г.¹ и до наших дней сохранила значение основополагающего сочинения, где теория игр впервые изложена как целостная теория математической модели конфликтных ситуаций.

Важнейшие идеи теории игр были высказаны и основные результаты были изучены гораздо раньше. 7 декабря 1926 г. Джон (в то время: Янош) фон Нейманн представил Гёттингенскому (Германия) математическому обществу до-

¹ Нейманн Дж. фон, Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970.

клад «Zur Theorie der Gesellschaftsspiele». Под этим же названием доклад был опубликован в журнале «Mathematische Annalen» (1928. Bd. 100. S. 295–320). На русском языке текст доклада появился в 1961 г.²

Термин Gesellschaftsspiele в буквальном контексте может прозвучать как «игра в общество». Если же вникнуть в содержание статьи, то станет понятным, что речь идет о математической модели отношений в человеческом обществе. Сохранение в последующем термина «игра», на наш взгляд, затушевало первоначальный замысел.

Дж. фон Нейманн рассмотрел следующую ситуацию: в некотором поле общих интересов действуют некие персонажи (игроки). Они производят действия, безразличные для интересов других игроков, преследуя цель получения наибольшей выгоды. Задача состоит в том, чтобы для подобных, явно конфликтных, ситуаций найти математические методы исследования. Предложенные методы имеют, как принято говорить в математике, минимаксный характер.

Пусть для начала речь идет о простейшем случае игры двух лиц с нулевой суммой. Это означает, что выигрыш одного игрока является проигрышем другого. Игроки S_1 и S_2 выбирают, не владея еще информацией о выборе партнера, соответственно по одному из чисел: $1, 2, \dots, s_1$ и $1, 2, \dots, s_2$. Выбор какой-либо пары: x и y приносит им соответственно $g(x, y)$ и $-g(x, y)$. Функция $g(x, y)$ определена на $x = 1, 2, \dots, s_1$; $y = 1, 2, \dots, s_2$; значение функции $g(x, y)$ задается условием задачи. Игрок S_1 при каждом выборе x получает $\geq \min_y g(x, y)$. Его задача: получить $\max_x \min_y g(x, y)$. Другой же игрок — S_2 — может не допустить, чтобы S_1 выиграл $\geq \max_x \min_y g(x, y)$. Оптимальной серией выборов (стратегией) будет тот случай, когда $\max_x \min_y g(x, y) = \min_y \max_x g(x, y)$.

Общее значение частей этого равенства есть та сумма, которую S_1 уверенно обыгрывает, но больше которой при правильной игре противника ему получить не удастся. Она называется значением.

Первый существенный результат, положивший начало теории Дж. фон Нейманна, состоит в том, что он доказал существование значения для любой конечной антагонистической игры и оптимальных (возможно, смешанных) стратегий в ней.

После того, как принципиальные основы поведения участников игры двух лиц с нулевой суммой прояснились и первый значительный результат был получен, Дж. фон Нейманн в той же статье перешел к анализу игр с большим числом участников. Он подробно описал случай, когда два из трех игроков совместно действуют против третьего с целью его разорить, и свел его к виду игры с двумя конфликтующими сторонами. Аналогичные приемы он применял при изучении более сложных игровых ситуаций.

В последующие 15 лет (1928–1943) Дж. фон Нейманн «последовательно, в несколько приемов»³ строил свою теорию; в печати он с ней не выступал.

² См.: К теории стратегических игр // Матричные игры (сборник переводов) / Под ред. Н. Н. Воробьева. М.: Физматгиз, 1961. С. 173–204.

³ Нейманн, Моргенштерн. Теория игр... С. 15.

Похоже, он был уверен, что он — единственный, кто разрабатывает математическую модель общественных отношений в их конфликтной сущности. Однако это было не так.

Во Франции Эмиль Борель, математик и при жизни знаменитый, еще до публикации статьи фон Нейманна начал изучать аналогичные модели и публиковать заметки, одну за другой: в 1921, 1923, 1924, 1926, 1927 гг.⁴ С этого времени, совпавшего с появлением работы Дж. фон Нейманна, Борель ничего о подобных задачах не публиковал. Только в 1938 г. в одном из издаваемых им сборников он поместил статью Ж. Вилля⁵, содержащую более простое доказательство теоремы фон Нейманна о минимаксах. При этом Вилль обнаружил связь между задачей фон Нейманна и теорией выпуклых множеств. Он указал на результаты Г. Минковского и Э. Штимке⁶, использование которых может значительно упростить доказательство теоремы.

В 1953 г., когда готовилась к третьему изданию ставшая уже знаменитой монография Нейманна, в журнале «Econometrica» была опубликована на английском языке упомянутая подборка материалов. Публикация имела целью доказать, что приоритет в создании математической теории игр принадлежит не Дж. фон Нейманну, а Э. Борелю. Составитель подборки М. Фреше дал ей общее название: «Эмиль Борель, инициатор теории психологических игр и их приложений», включил в нее три заметки Бореля, опубликованные в 1921, 1924 и 1927 гг., сопроводил их своим предисловием и комментариями. К ним он присоединил тексты двух писем (не датированных), которыми обменялись М. Фреше с Дж. фон Нейманном, и библиографическую справку. Так как авторы писем не сошлись во мнениях, то Фреше завершил подборку словами: «...The reader will judge», т. е. «читатель (сам) рассудит». Этим мы здесь и займемся: рассудим.

Единого и независимого авторства Дж. фон Нейманна в создании математической теории игр не отрицал никто и никогда. Не подвергал это сомнению и Фреше. В предисловии к своей публикации 1953 г. он писал: «Тем не менее остается справедливым то, что именно фон Нейманну и Моргенштерну мы обязаны существованием теории более полной, гораздо лучше развитой во всех своих деталях, чем та, которая содержалась в набросках Бореля».

Э. Борель (1871–1956) был ученым с весьма широким диапазоном интересов и свершений⁷. В части вероятностных исследований его роль в построении аксиоматических теоретико-множественных основ очень значительна. Те заметки, о которых здесь идет речь, по мнению автора статьи, отразили вни-

⁴ См.: *Econometrica*. 1953. Vol. 21. №1. P. 95–127.

⁵ *Ville, J.* Sur la théorie générale des jeux // *Borel, E.* Applications aux jeux de hazard. Cours professé à la Faculté des sciences de Paris. Rédigé par J. Ville. Paris: Gauthier-Villars. 1938. P. 105–113.

⁶ *Stiemke, E.* Über positive Lösungen homogener linearer Gleichungen // *Math. Annalen*. 1915. Bd. 76. S. 340–342.

⁷ Об этом см., например: *Медведев Ф. А.* Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX–XX вв. М.: Наука, 1976; *Полищук Е. М.* Эмиль Борель. Л.: Наука, 1980.

мание Бореля к вероятностным схемам, которые учитывали бы заинтересованные действия участников.

Что касается М. Фреше (1978–1973), то первые 50 лет своей жизни ни теорией вероятностей, ни (тем более) теорией игр он не занимался. Его научные статьи начали появляться в печати с 1904 г. Начиная с диссертации «О некоторых вопросах исчисления функций» (1906), они относились преимущественно к области топологии и функционального анализа. С 1919 г. Фреше работал в Страсбурге. На тематику его занятий определяющее влияние оказывал Ж. Адамар (1865–1963); Фреше в Париже учился в лицее Бюффона, а Ж. Адамар в этом лицее в те годы преподавал.

Почтение, которое Фреше испытывал к Адамару, было настолько велико, что на Международном математическом конгрессе в Болонье (3–10 октября 1928 г.) Фреше даже заявил, что вся структура и содержание функционального анализа явились просто реализацией замыслов Адамара.

В том же 1928 г. Борель пригласил Фреше на работу в Париж. Помимо предоставления широких возможностей преподавания (в университете и Нормальной школе), ему были поручены заботы о серии монографий по теории вероятностей. Начало этой серии положил Борель в 1925–1926 гг. своим трехтомным трактатом по теории вероятностей и ее приложениям. Почти тотчас Фреше капитально изменил направление своих научных занятий. Его достижения в теории вероятностей и математической статистике оказались настолько значительными, что сегодня его считают одним из создателей этих наук. К Борелю, как до того к Адамару, Фреше питал исключительное уважение и активно это чувство выражал. В свете сказанного неуступчивость Фреше в вопросе о приоритете в создании теории игр не представляется чем-то для него необычным.

Для обоснования своей позиции Фреше из огромного научного наследия Бореля смог обнаружить семь, а использовать три краткие заметки. Их-то он и опубликовал в «Econometrica», сопроводив извинением, что ранее он их не знал, так как лишь недавно начал работать в теории вероятностей, а его внимание к ним вызвано советами Жильбо⁸.

Вот тут Фреше явно слукавил. Дважды годами ранее, в 1951 г., в год 80-летия Бореля, по приглашению Бельгийского общества логики и философии науки он выступал в Брюсселе на лекции «Исчисление вероятностей в социальных науках». В этой лекции он многословно разъяснял слушателям, что Борель с 1921 г. разрабатывает новый вид проблем — теорию игр, перспективную для решения многих социальных проблем: военных, экономических, финансовых и исполнительских. Более того, заявил Фреше, Борель «предложил общую программу, более широкую, приложимую в различных областях, не только в теории игр»⁹. О монографии Дж. фон Нейманна и О. Моргенштерна Фреше сказал, что она «более специализирована и поэтому более узка»¹⁰.

⁸ Econometrica... Р. 118.

⁹ Там же. С. 120.

¹⁰ Там же.

Фреше считал себя обязанным сообщить о своем мнении Дж. фон Нейману¹¹ и получил следующий ответ:

Я считаю в принципе нежелательным, чтобы любой автор вступал на страницах печати в спор, отстаивая свой «дом родной», поскольку его оценка работы, в которую он внес вклад, с неизбежностью субъективна. В данном случае я надеюсь, что мою предвзятость несколько компенсируют чувства дружбы и уважения, которые я питаю к проф. М. Фреше. С высказанной им оценкой развития теории игр я решительно не согласен по следующим причинам:

1. Э. Борель был первым, кто разработал понятие стратегии, как чистой, так и смешанной, хотя в своих рассуждениях он не вышел за пределы случая симметричной игры двух лиц.

2. Важность этого понятия в его руках была существенно преуменьшена вследствие того, что Э. Борелю не удалось доказать имеющую решающее значение «теорему о минимаксе». Он даже подозревал, что эта теорема неверна. Насколько я могу судить, без теоремы о минимаксе на основе одного лишь определения стратегии теория игр не могла бы существовать. Подозревая, что теорема о минимаксе неверна, Борель в действительности подозревал, что теория игр в том виде, в каком она известна нам в настоящее время, невозможна.

3. В силу этих обстоятельств Борель вряд ли мог стать «основоположником» теории. Я развил свои соображения по поводу теоремы о минимаксе до того, как прочитал статью Э. Бореля, чьи отрицательные заключения по главному пункту (относительно теоремы о минимаксе, ибо лишь она делает безусловно полезными введенные Борелем понятия) могли бы лишь разочаровать меня. Я несколько удивлен тем, что проф. Фреше считает одно лишь желание математизировать понятия, относящиеся к стратегиям, и прямое формальное определение чистой стратегии главным аргументом при установлении «основоположника» теории игр. В течение всего периода, о котором идет речь (1921–1928. — К. Р.), меня не покидало ощущение, что до того, как доказана теорема о минимаксе, все остальное не заслуживает опубликования.

4. Мне представляется бездоказательным высказанное проф. Фреше мнение о том, что фундаментальная теорема о существовании хороших стратегий (ныне общеизвестная под названием теоремы о минимаксах) была широко известна и, следовательно, несущественна. Действительно, сейчас нам известно несколько простых и прямых доказательств этой теоремы с помощью различных, более или менее классических теорем о выпуклых множествах. Эта взаимосвязь может показаться очевидной тому, кто впервые познакомился с теорией игр после того, как она обрела свою современную форму (О. Моргенштерн и я в своей книге, написанной в 1943 г., руководствуясь дидактическими соображениями, всячески пытались подчеркнуть эту взаимосвязь). Однако в 1921–1938 гг. все

¹¹ *Econometrica*... С. 129.

обстояло иначе. О том, что теорема о минимаксе и ее связь с теорией выпуклых множеств были тогда далеко не очевидны, свидетельствуют следующие факты: а) в 1921 г. и позднее Борель подозревал, что теорема о минимаксе или неверна, или может быть неверна; б) в 1928 г. я доказал эту теорему, обратив внимание на ее связь с теорией неподвижных точек, а не с теорией выпуклых множеств; в) в 1935 г. я обобщил теорему о минимаксе (имея в виду ее приложения в теории цен и производства), воспользовавшись в еще более явном виде методом неподвижной точки; г) понадобилось десять лет после опубликования моего первоначально-го доказательства, прежде чем Ж. Вилль в 1938 г. открыл связь теоремы о минимаксе с выпуклыми множествами; д) даже сейчас эта связь, как показано после 1945 г. в работах Какутани, Нэша, Брауна и моих, рассказывает о теореме далеко не все или далеко не в простейшем виде.

Широко распространенное и весьма соблазнительное заблуждение состоит в том, что более поздние этапы развития математической теории считаются *постфактум* более очевидными и убедительными, чем они были до создания теории.

Вряд ли необходимо подчеркивать, что я испытываю лишь чувство восхищения достижениями Э. Бореля и его гением, и для любого математика иметь непосредственное отношение к его работам и трудиться на территории, по которой некогда проходил Борель, — высокая честь. Однако в силу изложенных выше причин мне представляется необоснованным приписывать Э. Борелю, как намеревается сделать проф. Фре-ше, создание теории игр¹².

Когда Фреше получил эти разъяснения, он поступил следующим образом: включил письмо фон Нейманна в подборку в «*Econometrica*», оставив его без даты, и дополнил текст своих комментариев. Последние состоят из двух частей: «Теория игр и социальные науки»¹³, где воспроизводилось то, что было сказано в лекции Фреше в 1951 г. в Брюсселе, и «Дополнительные замечания»¹⁴. Элементов содержательной дискуссии в комментариях нет. Их полностью заменили фразы о «the prophetic [пророческих] views of Borel» (с. 119), «his pioneering notes» (например, с. 121, 124), «the profound originality of Borel notes» (например, с. 122), а также: «Borel was the first», «given by Borel», «made by Borel», «initiated by Borel» и т. п. вплоть до ссылок на «world-wide reputation of Borel» (с. 122). И таких высказываний Фреше на трех страничках комментариев оказалось ... 27.

Через три года, 3 февраля 1956 г., в возрасте 85 лет умер Эмиль Борель. Через год, 8 февраля 1957 г., едва достигнув своего 53-летия, скончался Дж. фон Нейманн. А вот М. Фреше жил еще долго, до 4 июня 1973 г.; всего три месяца не дожил он до 95 лет. Вопрос же о том, кто был первооткрывателем и создателем математической теории игр, больше никто не поднимал.

¹² Цит. по : Данилов Ю. А. Дж. фон Нейманн. М.: Знание, 1990. С. 17–18.

¹³ *Econometrica*.... Р. 118–121.

¹⁴ Там же. С. 122–124.

Таковы были некоторые обстоятельства вхождения в математическую науку моделей конфликтных ситуаций. Оно, это вхождение, происходило не без конфликтов. Разумеется, персональный аспект конфликтов не может занимать приоритетного места в исследованиях по истории науки. Значимость споров между учеными определяется значимостью предмета спора и исследований, проделанных конфликтующими сторонами. Она проявляется и оценивается в ходе дальнейшего развития науки.

История науки изобилует спорами о приоритете. Математики в этом специфическом виде деятельности находятся отнюдь не на последнем месте. В личностном плане подобные дискуссии далеко не всегда разрешаются или хотя бы удерживаются в рамках научных высказываний. Материалы дискуссий также нередко страдают недостатком объективности.

В то же время общепризнано, что в спорах рождается истина. Поэтому непредубежденный исследователь ищет эту истину, невзирая на возможные непривлекательные обстоятельства, сопровождающие ее (истины) рождение. При этом ищущий истину становится в чем-то похожим на акушера, воспринимающего новую жизнеспособную данность, способствующего ее вхождению в жизнь. И это как-то облегчает и оправдывает затраченные усилия.

Практическая направленность теории игр, распространение ее математических результатов на область экономических отношений, вызвали огромный интерес в обществе. Н. Винер писал о книге «Теория игр...», что она произвела глубокое впечатление на весь мир, и не меньшее — на Вашингтон ¹⁵. В другой своей книге он высказался еще более определенно: книга «Теория игр...» принадлежит к наиболее интересным исследованиям социальной организации общества, и методы, которыми оно выполнено, тесно связаны с методами кибернетики, хотя и отличны от них ¹⁶.

Эти оценки вошли в контекст более общих высказываний Н. Винера — о том, что: а) развитие техники привносит в человеческое общество неограниченные возможности как для добра, так и для зла; б) к этим новым возможностям, к их использованию на благо людей нельзя подходить с позиций рынка; в) пути правильного, нормального использования достижений науки и техники состоят в том, чтобы построить общество, основанное на человеческих ценностях, отличных от купли-продажи ¹⁷. Упомянул Н. Винер и о том, что власть слишком часто сосредоточивается в руках людей, достойных лишь негативных оценок.

Не ограничиваясь столь общими тезисами, в той же книге «Кибернетика», в главе 8 «Информация, язык и общество» (с. 192–204), Н. Винер высказался о теории игр вполне конкретно, как о математической модели капиталистического устройства человеческого общества. В частности, при рассмотрении проблемы устойчивости развития общества и мер, способствующих устойчивости (гомеостатических), он определил свою позицию так:

¹⁵ Винер Н. Кибернетика и общество. М: Иностранная литература, 1958. С. 192.

¹⁶ Винер Н. Кибернетика, или Управление и связь в животном и в машине. М.: Советское радио, 1958. С. 33.

¹⁷ См., например: Винер Н. Кибернетика... С. 43–45.

Во многих странах распространено мнение, признанное в Соединенных Штатах официальным догматом, что свободная конкуренция сама является гомеостатическим процессом, т.е. что на вольном рынке эгоизм торговцев, каждый из которых стремится продать как можно дороже и купить как можно дешевле, в конце концов приведет к устойчивой динамике цен и будет способствовать достижению наивысшего общего благосостояния.

Это мнение связано с очень «утешительным» воззрением, что частный предприниматель, стремясь обеспечить свою собственную выгоду, является, в некотором роде, общественным благодетелем и поэтому заслуживает больших наград, которыми общество его осыплет. К сожалению, факты говорят против этой «простодушной» теории. Рынок — это игра, находящая свое подобие в семейной игре: «монополия»¹⁸. Она строго подчинена общей теории игр, которую разработали Дж. фон Нейманн и О. Моргенштерн. Эта теория основана на допущении, что на любой стадии игры каждый игрок, исходя из доступной ему информации, играет согласно вполне разумной стратегии, которая должна, в конце концов, обеспечить ему наибольшее математическое ожидание выигрыша. Это — рыночная игра, в которую играют вполне разумные и совершенно беззастенчивые дельцы. Даже при двух игроках теория игр сложна, хотя она часто приводит к выбору определенного направления игры. Но при трех игроках во многих случаях, а при многих игроках в подавляющем большинстве случаев результат игры характеризуется крайней неопределенностью и неустойчивостью. Побуждаемые своей собственной алчностью, отдельные игроки образуют коалиции; но эти коалиции обычно не устанавливаются каким-нибудь одним определенным образом и обычно заканчиваются столпотворением измен, ренегатства и обманов. Это — точная картина высшей деловой жизни и тесно с нею связанной политической, дипломатической и военной жизни... Но, допустим, что маклерам это надоело, и они согласились жить в мире между собой. Тогда награда достанется тому, кто, выбрав удачный момент, нарушит соглашение и предаст своих партнеров.

Подобное высказывание Н. Винера — не единичное и не случайное. Убеждений своих он не изменял. Автор статьи имел возможность лично убедиться в этом в 1963 г. во время бесед с Н. Винером в Гарварде.

¹⁸ Об этой игре см., например: *Винер Н.* Новые главы кибернетики. М.: Советское радио, 1963. С. 6.