

Протоиерей А. ГЕРОНИМУС, С. С. ДЕМИДОВ, А. Н. ПАРШИН

НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ К СТАТЬЕ Л. ГРЭХЭМА и Ж.-М. КАНТОРА

Изучение характера влияния культурного контекста на процесс возникновения и развития математических идей представляется одной из важнейших задач современных историко-научных исследований. Формирование теории множеств с момента ее зарождения в трудах Г. Кантора⁹⁵ – математика и философа – до середины 30-х гг. XX в. дает превосходный материал для подобного исследования: эта теория, решительным образом изменившая лицо математики и преобразовавшая ее основания, оказалась теснейшим образом связана с философией и, в своих основаниях, даже с богословием⁹⁶. Поставленная авторами задача – сравнительное исследование влияния мировоззренческих факторов на зарождение и развитие дескриптивной теории множеств в культурных контекстах России и Франции, теоретико-множественные и теоретико-функциональные традиции которой оказали решающее воздействие на возникновение и развитие этих областей математики в России – кажется нам перспективной: в ходе ее решения возможно прояснение механизмов осуществления такого влияния. Предыдущие исследования по истории теории множеств и теории функций действительного переменного, в том числе замечательные исследования Ф. А. Медведева и П. Дюгака – русскому читателю мы особенно рекомендуем монографии Ф. А. Медведева «Развитие теории множеств в XIX веке» (М., 1965), «Очерки истории теории функций действительного переменного» (М., 1975), «Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX–XX вв.» (М., 1976) и «Ранняя история аксиомы выбора» (М., 1982) – выявили много интересного в особенностях формирования этого круга идей во Франции и России. Так, например, в отношении России выяснились условия особой предрасположенности московских математиков к занятиям теорией множеств и в особенности основанной на ней теории функций действительного переменного. Культивировавшийся в Москве Н. В. Бугаевым особый интерес к изучению разрывных функций, склонность москвичей к рассмотрению математики в философском контексте и их интерес к идеалистической (в том числе и религиозной) философии позволили говорить о московской математической школе последней трети XIX – начала XX вв. как о философско-математической школе. И если Санкт-Петербургских математиков отвращали от теоретико-множественных построений Г. Кантора их философские (и даже теологические) одеяния («это же не математика, а богословие!»), то москвичей это обстоятельство нисколько не смущало и даже скорее привлекало. Что касается Парижа, то доминировавшие там философские настроения оказались совершенно иными, чем в Москве. Так же как и в Санкт-Петербурге, там господствовали позитивизм и негативное отношение

⁹⁵ См.: Кантор Г. Труды по теории множеств / Отв. ред. А. Н. Колмогоров и А. П. Юшкевич. М.: Наука, 1985.

⁹⁶ См., например: Флоренский П. А. О символах бесконечности // Сочинения: В 4 т. М.: Мысль, 1994. Т. 1. С. 79–128.

к религии. Если парижане и приняли теорию множеств и даже развили на ее основе новую теорию разрывных функций – теорию функций действительно переменного, то это произошло вопреки философским и теологическим устремлениям Г. Кантора (при публикации французских переводов работ Кантора Э. Борель даже вымарывал из них фрагменты философского и теологического содержания).

Исследовать, каким образом мировоззрение математиков влияет на ход их математического творчества, – задача чрезвычайной важности и исключительной сложности. Поэтому усилия авторов решить такую задачу на материале истории одной из важных математических теорий XX века – дескриптивной теории множеств – представляются нам предприятием героическим. В итоге своего исследования проф. Л. Грэхэм и проф. Ж.-М. Кантор пришли к выводу, что успехи московских математиков в создании этой теории в значительной мере объясняются их философскими или, скорее даже, богословскими воззрениями – их приверженностью идеям имяславия. Московские математики, если отнести к ним слова А. Лебега, сказанные об одном из главных героев их работы – о Н. Н. Лузине, исследуют «вопросы с философской точки зрения и приходят к математическим результатам: беспрецедентная оригинальность!»⁹⁷ То обстоятельство, что французы, выступавшие в рассматриваемом случае в отношении русских в роли учителей, прозевали само открытие аналитических множеств и отдали в развитии их теории пальму первенства своим ученикам – школе Н. Н. Лузина, авторы объясняют особенностями философской позиции парижан: декартовской рационалистической традицией, как ни странно, влиянием идей Б. Паскаля и царившим в те годы в Париже позитивизмом.

О нашем понимании этого вопроса и пойдет речь ниже.

Высоко оценивая проявленную авторами смелость и в постановке задачи, и в самом подходе к ее решению, а также проделанный ими труд, мы позволим себе обратить внимание на некоторые пробелы в аргументации авторов и высказать критические замечания, которые в ряде случаев, на наш взгляд, обозначат возможные направления дальнейшего исследования поставленных авторами вопросов.

Прежде всего мы хотим сказать несколько слов о трех главных героях обсуждаемой статьи – о Д. Ф. Егорове, Н. Н. Лузине и П. А. Флоренском.

Начнем с Дмитрия Фёдоровича. По отношению к двум другим он выступает как учитель. О влиянии философских воззрений Егорова на его математическое творчество можно сказать лишь следующее: на сознательном уровне он отделял свои философские и богословские воззрения от математических построений непроходимой стеной. Философия и религия для Егорова одно, математика другое. Разумеется, связь между ними с необходимостью существует, но в данном случае осуществлялась она на таких глубинах его сознания (или даже бессознательного), которые исследователю не представляются доступными. К тому же, насколько нам известно, ни к зарождению, ни к развитию идей дескриптивной теории множеств он непосредственного отношения не имел. К математическим конструкциям Флоренского он всегда относился отрицательно. Не могло это отношение измениться и в 20-е гг., когда про-

⁹⁷ Лебег А. Предисловие к книге Н. Н. Лузина «Лекции об аналитических множествах и их приложениях» // Успехи математических наук. 1985. Т. 40. Вып. 3. С. 10.

изошло некоторое их сближение на почве имяславия. Это возможное сближение было связано скорее с выбором их общей церковной позиции, но не с общностью научной, философской или богословской. С квалификацией П. А. Флоренского как «друга и коллеги» Д. Ф. Егорова (с. 58) мы никак согласиться не можем.

Предложенная авторами (с. 74) интерпретация взглядов Д. Ф. Егорова на статус математических объектов не имеет никаких фактических подтверждений. Вопрос о понимании им природы математических сущностей остается для нас закрытым – на этот счет Д. Ф. Егоров нигде не высказывался.

Скажем еще об одной неточности, допущенной в статье, – ни Д. Ф. Егоров, ни отец Павел Флоренский не были, вопреки тому, что утверждается на с. 68, арестованы «по обвинению в смещении науки и религии». Д. Ф. Егоров попал на Лубянку как активный участник всесоюзной контрреволюционной организации «Истинно-православная церковь».

Теперь об отце Павле Флоренском. Он имел несомненное влияние на Н. Н. Лузина в период его студенчества. В последующие годы это влияние ослабло. В части же, касающейся математики, судя по критическим замечаниям Лузина о математической компоненте в творчестве Флоренского, по тому неприятию, с которым первый относился ко взглядам последнего на бесконечность, такое влияние попросту отсутствовало. К моменту рождения теории аналитических множеств контакты Флоренского с московскими математиками стали минимальными. Что касается его идей имяславческого характера, то имеющиеся в нашем распоряжении материалы не содержат никаких свидетельств в пользу гипотезы об их влиянии на Н. Н. Лузина.

На наш взгляд, неоправданными выглядят и 1) утверждение авторов о том, что отец Павел Флоренский формулировал (с. 73) свои идеи на математическом языке, – он лишь строил математические модели для разъяснения некоторых богословских понятий; впрочем, статус этих построений у Флоренского отличен от статуса моделей, понимаемых в обычном смысле⁹⁸, – и тезис авторов о том, что отец Павел Флоренский дал наиболее яркую форму «новому синтезу математики и религии, сыгравшую огромную роль в исследовательских математических работах Егорова, Лузина и их учеников» (с. 68). Мы не считаем, что Флоренский в своих исследованиях дал или даже стремился дать синтез математики и религии. Математические конструкции отца Павла не оказали влияния на Лузина (он относился к ним критически) и были буквально «в штывы» приняты Егоровым. Вообще влияние Флоренского на развитие математических исследований в Москве сводится к его участию в начале века в создании в среде молодых университетских математиков живого интереса к теоретико-множественной проблематике, притом и к философскому и даже богословскому ее аспектам (что, вообще говоря, немало!). Ставить же его в ряд с Егоровым и Лузиным как «еще одного человека, оказавшего влияние на формирование идей московской математической школы», совершенно, на наш взгляд, неоправданно.

Читая о нетрадиционности богословских взглядов Флоренского, следует иметь в виду, что хотя они и не всегда выглядят вполне традиционными, однако в том, что касается имяславия, о котором идет речь в статье, относить

⁹⁸ См.: Паршин А. Н. Лестница отражений (от гносеологии к антропологии) // Историико-философский ежегодник. 2005. М.: Наука. 2006.

его воззрения к диссидентским нет никаких оснований – Русская православная церковь до сих пор не вынесла на этот счет своего окончательного суждения.

И хотя в литературе иногда можно встретить обозначение имяславцев как секты (такое обозначение мы находим и на с. 73 обсуждаемой статьи), наименование такое нельзя считать корректным: имяславие является течением православной мысли и православной религиозной практики.

Нельзя отождествлять имяславцев с катакомбниками: конечно, некоторые имяславцы (притом в достаточно большом числе) были катакомбниками, но большинство катакомбников не являлись имяславцами. Путаницу усугубили органы ОГПУ, в рассматриваемом в статье процессе 1930–1931 гг. намеренно поставившие между ними знак равенства.

Неудачным, на наш взгляд, кажется и замечание авторов об отце Павле как «высокопоставленном защитнике имяславия» (с. 72) – он был простым профессором Московской духовной академии, не имевшим серьезных связей ни в Синоде, ни в правительственных кругах, ни при Дворе. Значительно более влиятельным защитником имяславцев оказался иеросхимонах Антоний (Булатович), который, используя свои старые связи, сумел получить аудиенцию у царя и смог реально им помочь.

Авторы достаточно вольно обходятся с богословским материалом, например, с трактовкой богословских взглядов отца Павла Флоренского. Так на с. 74, говоря об его имяславческих воззрениях, они пишут: «Наименование множеств является математическим актом, точно так же как, с точки зрения имяславцев, именование Бога – актом религиозным». С нашей точки зрения, это сравнение является слишком произвольным: мы вправе усомниться в том, что отец Павел мог уподоблять название множества именованию Бога.

Наконец, о самом Николае Николаевиче Лузине – фигуре в нашем сюжете центральной, ибо именно он и М. Я. Суслин выступают как создатели теории аналитических множеств. Кстати, само открытие Суслиным этих множеств ни с какими философскими предпосылками, судя по всему, не связано – студент, размышляя над работой А. Лебега, обнаружил ошибку в его рассуждениях, чем немало удивил самого Лузина. Ошибка Лебега представляет собой обычную ошибку в рассуждениях математика, никак не связанную (вопреки мнению авторов, высказанному на с. 67) с его философскими воззрениями. То, что Лузин был философски ориентированным математиком, – общеизвестно (здесь он вполне вписывается в традицию московской философско-математической школы). Однако вопрос о его философских позициях нельзя считать до конца проясненным. Сам он свое философское кредо нигде не сформулировал, поэтому его философские воззрения еще следует выявить, насколько это окажется возможным, проведя анализ его опубликованных работ и материалов его архива. То же самое касается его богословских воззрений. В последнем случае, однако, задача представляется значительно более сложной: в советской России мысли, касающиеся религиозных вопросов, доверять бумаге было более опасно, чем идеи относительно, скажем, природы бесконечности или натурального числа. Так что представляется маловероятным обнаружить какие-либо документы на этот счет в архиве чрезвычайно осторожного Лузина (заметим, что даже опубликованные ныне письма Н. Н. Лузина П. А. Флоренскому вдова Лузина не

сдала в Архив Академии наук СССР, но передала на хранение в семью о. Павла, где они до сих пор хранятся⁹⁹).

И главное: никаких сведений о принадлежности Лузина к имяславцам мы не имеем. Мы можем с уверенностью утверждать, что на заседаниях имяславческого кружка Д. Ф. Егорова – А. Ф. Посева он никогда не бывал (хотя авторы, кажется, в этом не сомневаются, см. сн. 92), ни в каких известных нам имяславческих документах он не упоминается, не относил его к имяславцам и последний из оставшихся в живых, проходивших по делу 1930–1931 гг. об «Истинно-православной церкви» В. Н. Щелкачёв, скончавшийся в 2005 г. В то же время имяславие Лузина – наиболее существенный элемент в аргументации авторов статьи. Сегодня для прояснения вопроса имеется единственный путь, по которому с некоторой (правда, как мы уже говорили, очень малой) вероятностью можно прийти к ответу – исследование архива Н. Н. Лузина. Такое исследование вряд ли сможет выявить отношение Лузина к имяславью (по-видимому, имяславцем он просто не был), однако поможет выявить особенности его подхода к математическим объектам, в частности к бесконечности (сегодня мы знаем только, что Лузин, в отличие от Флоренского, накладывал определенные ограничения на допустимые в математике бесконечные множества и в этом вопросе был близок к Э. Борелю), и даст нам возможность лучше понять своеобразие его математического творчества. Предлагаемая же авторами трактовка лузинского (а заодно и егоровского) понимания природы математических объектов никаких подтверждений в имеющихся на сегодня материалах не имеет.

Наконец, не следует переоценивать степень влияния Флоренского на Лузина, хотя в студенческие годы оно было достаточно сильным. Конечно, Флоренский помогал Лузину в его молодые годы выходить из состояния душевного кризиса – именно о таком случае идет речь в письме, цитировавшемся на с. 69. Однако нет никаких оснований считать, что под влиянием Флоренского Лузин выработал новое мировоззрение. Понимание Лузиным природы математических объектов претерпевало с течением времени некоторые изменения. Весьма вероятно, что в этом вопросе в ранние годы на него некоторое (впрочем, не такое уж значительное) влияние могли оказывать идеи отца Павла. Однако сказать на этот счет что-либо определенное не представляется сегодня возможным. Конечно, куда большее воздействие на Лузина оказывали чтение математической литературы (в том числе по основаниям и философии математики) и контакты с французскими коллегами (прежде всего с Борелем). Влияние на него Флоренского, судя по всему, в 1910–20-е гг. становится минимальным. Никаких следов влияния воззрений Флоренского на собственно математическую деятельность Лузина в этот период не имеется. Если судить по переписке Лузина и Флоренского и особенно по воспоминаниям Н. М. Бескина, опубликованным в 1993 г. в 34-м выпуске «Историко-математических исследований», Н. Н. Лузин считал труды П. А. Флоренского метафизическими и не имевшими отношения к развитию математики.

Изучая взгляды Лузина (равно как и любого другого ученого или философа), не следует забывать и о том немаловажном обстоятельстве, что вопросы такого рода надо исследовать во времени, ибо философская позиция и даже религиозные установки каждого мыслителя на протяжении его жизни могут

⁹⁹ См.: Историко-математические исследования. Вып. 31. 1989. С. 125–190.

меняться («в те годы я находился под сильным влиянием...»). Это относится как к самому Лузину, так и другим героям нашей истории, в том числе и к Э. Борелю или А. Лебегу.

Вообще при том, что все три обсуждаемые нами героя – Егоров, Флоренский, Лузин – были людьми верующими и имевшими многообразные философские и богословские интересы, они в то же время и по степени их религиозности, и по характеру вовлеченности в вопросы философии и богословия, и по их мировоззренческим и богословским позициям были людьми очень различными. То же самое можно сказать и о парижских математиках, которые в философском плане вовсе не выглядят единой командой (какое могло быть единодушие, например, у Э. Бореля и Ж. Адамара?). Поэтому проводимое авторами простое противопоставление «богословствующих математиков» из Москвы «рационалистичным и секулярным» парижанам выглядит некоторым огрублением и иногда даже искажением действительной ситуации. В споре Р. Бэра, А. Лебега и Э. Бореля с Ж. Адамаром, который допускал большую свободу в создании математических объектов, ибо рассматривал идеальные, а не только «называемые» множества (т.е. делал шаг в том же направлении, что и П. А. Флоренский), Н. Н. Лузин выступал на стороне первых.

В заключение приведем еще несколько замечаний общего характера. На с. 66-й авторы пишут: «Русские математики, о которых мы будем говорить ниже, стремились объединить философские, а на самом деле религиозные, вопросы с математикой». Ни Д. Ф. Егоров, ни Н. Н. Лузин, заметим мы, не стремились к такому объединению. Егоров, по крайней мере на сознательном уровне, даже разделял их стеной.

На с. 71 авторы, говоря о двух противостоящих позициях в споре о природе Имени Божьего – «имяславческой» и «имяборческой», характеризуют первую как «номиналистскую», вторую как «антиноминалистскую». На самом же деле, если рассматривать спор имяславцев и имяборцев в ракурсе средневековых богословских споров, то первых следует причислить скорее к «антиноминалистам» (т.е. «реалистам»), а вторых к «номиналистам». П. А. Флоренский и А. Ф. Лосев также соотносили имяславие с платоническим реализмом, а номиналистов – скорее с противниками имяславия. В действительности имяславие, соответствующее православному преданию, не совпадает ни с номинализмом, ни с реализмом.

На с. 75 авторы устанавливают «прямую лингвистическую связь» между имяславием и «новыми тенденциями в московской математике» через введенное А. Лебегом понятие «ensemble nommé». Это термин, который на русский язык традиционно переводят как «называемое множество», авторы переводят как «именное множество» (точнее было бы переводить как «именуемое множество»). Наличие общего корня («имя»), по их мнению, таинственным образом свидетельствует о лингвистической связи «имяславия» с дескриптивными конструкциями москвичей (повинуясь той же логике, можно заподозрить в «имяславческих настроениях» и самого А. Лебега, избравшего в 1904 г. сам термин с корнем «пот» – имя !). Какой из этих переводов предпочел бы сам Лузин, нам неизвестно. Сам он в своих публикациях предпочитал термин «эффективное множество». В русском переводе (Лузин Н. Н. Лекции об аналитических множествах и их приложениях. М.: ГИТТЛ, 1953), изданном под редакцией Л. В. Келдыш и П. С. Новикова, употребляется термин «называемое множество». Впрочем, сам Н. Н. Лузин в обзоре 1935 г. «О некоторых

результатах дескриптивной теории функций», в связи с классификацией «эффективного», предложенной П. С. Новиковым, ссылаясь на А. Лебега, употребляет выражение «назвать (nennen) функцию» (см.: Лузин Н. Н. Собрание сочинений. Т. 2. М.: Изд-во АН СССР. 1958. С. 598). Так что «лингвистическую связь» (уже не такую «прямую») следует тянуть скорее между «имяславием» и «называемым». Авторы пытаются увидеть аналогию между «называемым множеством» и Именем Божиим. Такой прямой аналогии нет уже по одному тому, что множество не Бог, а объект умопостигаемого тварного мира. Возможно, дескриптивную теорию, в которой множества выступают в дополнительных аспектах – как вещи и как имена вещей, можно соотнести с проблемами богословия имени, но это тема еще не проделанной работы.

На с. 60 мы читаем: «До работ Бэра функции понимались в эйлеровском смысле». И тут же в сноске 15 авторы дают разъяснение этого несколько необычного утверждения: «Это значит, что они представлялись в виде непрерывной линии с касательной в каждой точке кроме конечного числа точек. Графики разрывных функций делали скачки в точках разрыва». Такой взгляд на историю развития функций до Р. Бэра не соответствует действительности. Достаточно напомнить, что знаменитый пример К. Вейерштрасса непрерывной функции, не имеющей производной ни в одной точке отрезка, был опубликован Дюбуа-Реймоном уже в 1875 году! (Об этом можно прочитать в каждом учебнике по истории математики.)

На с. 75 сообщается о «сильном впечатлении», произведенном на Егорова, Лузина и их последователей открытием в 1897 г. Гензелем p -адических чисел. Эта информация ничем, насколько нам известно, подтверждена быть не может. Судя по имеющимся у нас данным, ни Егоров, ни Лузин никогда не мыслили в этом направлении. Сам термин «аритмология», который поставлен авторами в соответствие этому открытию, в данном случае никакого отношения к Гензелю не имеет – это термин Н. В. Бугаева, (учителя Д. Ф. Егорова, Н. Н. Лузина и П. А. Флоренского), им он обозначал свой вариант теории разрывных функций.

Кстати, о роли Н. В. Бугаева в создании в среде московских математиков особой атмосферы интереса к философии, с одной стороны, и проблематике «разрывных функций» («аритмологии»), с другой, авторы даже не упоминают. Получается, что автором концепции доминирования в XIX в. «особого типа математики» («аналитического мирозерцания» в терминологии Н. В. Бугаева), приведшего к катастрофическим, по убеждению Бугаева и Флоренского, последствиям (см. с. 69), является развивавший идеи Бугаева его ученик П. А. Флоренский (об этом см.: Демидов С. С. Н. В. Бугаев и возникновение московской школы теории функций действительного переменного // Историко-математические исследования. 1985. Вып. 29. С. 113–124; Демидов С. С. Из ранней истории московской школы теории функций // Историко-математические исследования. 1986. Вып. 30. С. 124–130).

Утверждение «непрерывные функции описывают “детерминированные процессы”» (с. 70) следует понимать в смысле бугаевской философии. Употребленное здесь выражение «непрерывная функция» адекватно выражает математический термин «аналитическая функция».

Говоря об имяславческом кружке Д. Ф. Егорова и А. Ф. Лосева, авторы пишут, что в его деятельности соединялись «идеи религиозных диссидентов и математические концепции». Заметим, что хотя среди участников кружка

большинство составляли математики, однако, насколько нам известно, обсуждавшиеся ими богословские вопросы не были каким-либо явным образом связаны с математикой (то есть никак не «соединялись» на видимом уровне).

Эти замечания не мешают нам, однако, достаточно высоко оценить проделанную Л. Грэхэмом и Ж.-М. Кантором работу, приобщающую русского и западного читателя к чрезвычайно важной и в высшей степени интересной проблематике.

Из материалов рассматриваемой нами статьи превосходно видно, что многое в нашей истории объясняется движением идей, происходящим вовсе не на поверхности, а на значительных глубинах сознания (или даже бессознательно-го). «Читать в сердцах» – не представляется методом научным, но пытаться доступными нам средствами проникнуть глубже уровня фактов, лежащих на поверхности, и хотя бы моделировать возможные ходы таких движений – задача, без сомнения, заслуживающая внимания и представляющаяся нам в высшей степени актуальной. Поэтому публикуемый текст двух известных исследователей следует, по нашему мнению, приветствовать.

ОТВЕТ Л. ГРЭХЭМА И Ж.-М. КАНТОРА НА ЗАМЕЧАНИЯ А. ГЕРОНИМУСА, С. С. ДЕМИДОВА И А. Н. ПАРШИНА

Прежде всего мы хотели бы поблагодарить авторов этих замечаний за тонкие и ценные наблюдения, сделанные в связи с нашим исследованием, и выразить свою полную солидарность относительно необходимости дальнейшего кропотливого изучения обстоятельств рождения московской математической школы. Мы полагаем, что с нашей публикации дискуссия лишь начнется, но не в коей мере ею не закончится, и поэтому мы в высшей степени признательны нашим русским коллегам за их вклад в обсуждение проблемы как в рамках данной публикации, так и в их прошлых работах. Наше исследование в большой степени зависело от результатов, полученных российскими учеными.

Наиболее серьезное возражение, выдвинутое против наших доводов, заключается в том, что связь Лузина с *имяславием* не может быть удовлетворительным образом обоснована, так как нет ни архивных, ни каких-либо иных данных, указывающих на существование такой связи. Мы согласны с тем, что до сих пор не было найдено никаких архивных оснований для такого утверждения, и прямо говорили об этом в нашей статье (см. примечание 92).

Однако мы не думаем, что Лузин непременно должен был быть «членом» некоего сообщества *имяславцев*, чтобы испытывать влияние *идей имяславия*. Вот два наиболее важных вопроса для нас. Знал ли Лузин о существовании этих идей? Имеются ли какие-то указания на то, что эти идеи могли повлиять на него? На наш взгляд, имеющихся данных достаточно, чтобы ответить на оба вопроса утвердительно.

Во-первых, знал ли Лузин об *имяславии*? Конечно, знал. Об *имяславии* знал любой интеллигентный москвич начала XX в. Когда венгерский журналист Рене Фюллоп-Миллер приехал в Москву в начале 20-х гг. и начал писать о культурной и интеллектуальной жизни того времени, он очень быстро пришел к сюжетам об *имяславии*. В своей книге «Geist und Gesicht des