

В. А. БАЖАНОВ

ЖИЗНЬ И НАУЧНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ПИОНЕРА ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ В РОССИИ П. С. ПОРЕЦКОГО*

На основе новых архивных материалов реконструируются некоторые фрагменты жизни, научной и педагогической деятельности выдающегося русского логика П. С. Порецкого (1846–1907), родоначальника исследований по математической логике в России.

Впервые публикуются его программа курса математической логики, полная библиография его работ и неизвестная ранее фотография.



П. С. Порецкий в молодости
(публикуется впервые)

Ученые России и СССР внесли значительный вклад в развитие математической логики – как классических, так и неклассических ее разделов. Стоит вспомнить, например, имена А. Н. Колмогорова, И. И. Жегалкина, М. И. Шейнфинкеля, В. И. Шестакова, П. С. Новикова, А. И. Мальцева, Ю. В. Матиясевича и др., – если говорить о ее классических разделах, Н. А. Васильева, И. Е. Орлова, В. И. Гливенко, А. А. Маркова, Д. А. Бочвара, и других, – если иметь в виду ее неклассические разделы. Конечно, разделение логиков на «классиков» и «неклассиков» достаточно условно. Так, А. Н. Колмогоров получил выдающиеся результаты и в классических, и в неклассических разделах современной логики.

Но кто же в когорте российских (советских) логиков был первым? Кто в России первооткрыватель этого – принципиального для судеб развития современной математики – направления?

В анналах истории четко зафиксировано это имя – Платон Сергеевич Порецкий. Он первый в России не только занялся исследованиями в области математиче-

* Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ (проект № 03-03-00350).

ской логики и первым прочитал (в Казанском университете) курс математической логики, но и достиг – благодаря глубокому пониманию предмета и выработке оригинальных методов – мировой известности и признания.

Логические идеи П. С. Порецкого уже являлись предметом анализа ¹, но мало было известно о его жизни, о чтении им впервые в истории России курса математической логики, о нелогических интересах ученого. Найденные в архивах Казани новые материалы позволяют уточнить ряд фактов из биографии Порецкого, проливают новый свет на некоторые события его жизни и обогащают наши представления о его нелогической научной деятельности – прежде всего в области астрономии, которая, кстати, являлась его основной профессиональной деятельностью и которой он уделял значительно большее время, нежели изысканиям в области математической логики.

* * *

Отец П. С. Порецкого – С. М. Порецкий родился в 1815 г. на Украине, в Лохвице. Он служил военным лекарем и участвовал в обороне Севастополя. Дед П. С. Порецкого был дьяком.

П. С. Порецкий родился 3 октября 1846 г. в Елисаветграде Херсонской губернии. После окончания Полтавской гимназии поступил на физико-математический факультет Харьковского университета, который закончил в 1870 г. со степенью кандидата, и после сдачи магистерского экзамена, по предложению профессора астрономии И. И. Федоренко, оставлен при кафедре профессорским стипендиатом (1871–1874 гг.). Затем работал в обсерваториях в Астрахани, Пулковской, и, наконец, с мая 1876 г. – в Казани ².

25 мая 1886 г. П. С. Порецкий на физико-математическом факультете Казанского университета защитил диссертацию на степень магистра астрономии по теме «К вопросу о решении некоторых нормальных систем, встречающихся в сферической астрономии, с применением к определению погрешностей деления меридианного круга Казанской обсерватории». Д. И. Дубяго в своем отзыве очень высоко оценивал диссертацию. Участники дискуссии также отмечали ее высочайший уровень, и совет факультета «ввиду выдающихся достоинств» работы ходатайствовал о присуждении ему степени доктора астрономии ³. В этой работе Порецкий анализировал проблему понижения числа уравнений и неизвестных в системах циклических уравнений и предлагал методы вычисления ошибок деления Казанского меридианного круга. Документы свидетельствуют, что научная деятельность Порецкого в области астрономии была весьма значительна, требовала громадных вычислений и, таким образом, предполагала большие затраты времени и сил.

31 мая это решение утверждено Советом Казанского университета, а диплом доктора был выписан только 12 марта 1889 г., а получил его Порецкий 5 апреля 1889 г., уже после прошения об отставке, которое он подал 4 марта 1889 г. на имя ректора. В дипломе доктора, подписанном ректором университета, деканом и секретарем физико-математического факультета, указывалось, что «Доктору Порец-

¹ *Стяжкин Н. И.* Формирование математической логики. М.: Наука, 1967.

² *Дубяго Д. И.* П. С. Порецкий (некролог) // Известия Физико-математического общества при Имп. Казанском университете. Вторая серия. Т. 16. №1. 1908. С. 3–7 (отдельный оттиск).

³ Национальный архив Республики Татарстан (Казань). НАРТ. Ф. 977. Оп. Физмат. Д. 1059. Л. 6.



Здание обсерватории Казанского университета, где работал П. С. Порецкий

кому предоставляются все права и преимущества, законами Российской империи со степенью доктора соединяемые»⁴.

31 декабря 1886 г. П. С. Порецкий получил звание приват-доцента.

Если судить по дарственным надписям на оттисках статей, Порецкий активно общался с казанскими математиками – А. В. Васильевым, В. П. Максимовичем (до переезда его в Киев и скорой кончины), Э. П. Янишевским. Академик В. Г. Имшенецкий, как отмечал сам П. С. Порецкий, высоко ценил его труды по математической логике⁵.

Интерес П. С. Порецкого к математической логике пробудил А. В. Васильев⁶, и об этом пишет сам Порецкий, отмечая, что от Васильева он узнал о математической логике, Васильев познакомил его с трудами Дж. Буля, обратил внимание на существование «парадоксальных формул $a + a = a$ и $aa = a$, лежащих в ее основании» и предоставил ему возможность пользоваться редким (в России) сочинением Дж. Буля⁷. В Отзыве на программу преподавания математической логики, составленной Порецким (1887), А. В. Васильев же дал положительный отзыв о курсе математической логики Порецкого, указав, что чтение этого курса «очень полезно»⁸.

«Что нового вносит математическая логика в логику умозрительную?» – задает вопрос П. С. Порецкий. И отвечает: «Прежде всего, конечно... *новый метод, неизмеримо более совершенный, чем простое умозрение*»⁹.

⁴ НА РГ. Ф. 977. Оп. Физмат. Д. 7696. Л. 9.

⁵ См.: *Стяжкин*. Формирование математической логики... С. 367.

⁶ *Бажанов В. А.* Профессор А. В. Васильев. Ученый организатор науки, общественный деятель // Историко-математические исследования. 2002. Вып. 7 (42). С. 120–148.

⁷ О способах решения логических равенств и об обратном способе математической логики // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском ун-те. Казань, Т. 2. 1884. С. XXIV.

⁸ НА РГ. Ф. 977. Оп. Физмат. Д. 1099. Л. 43–45.

⁹ *Порецкий*. О способах решения... С. XX.

Порецкий в основном занимался проблемами логических равенств (неравенств) и применением методов математической логики к теории вероятностей.

Он считал, что решить нетождественное логическое равенство (тождества, по его мнению, не могут быть решаемы) – это значит вывести из него все или некоторые определенные следствия. Решения равенства могут быть полными или частными, в зависимости от того, все или некоторые следствия из них найдены. Если же найдено полное решение и оно представлено также в виде равенства, то оно будет новой формой первоначального равенства, и их логические значения тождественны.

Равенства тождественны между собой, если первое есть следствие второго, и наоборот. Аналогично и системы равенств будут тождественными, если равенства первой системы могут быть выведены из равенств второй системы (и обратно) посредством логических операций сложения, умножения и отрицания ¹⁰.

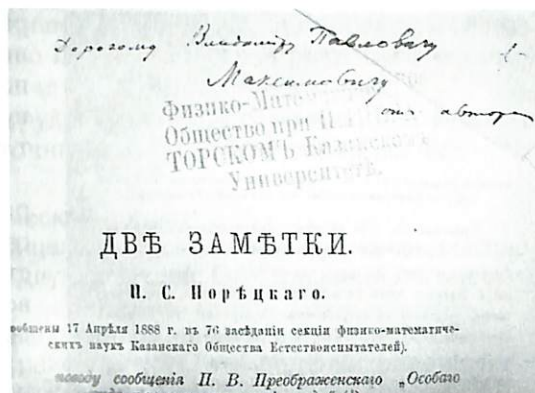
Для достижения своих целей П. С. Порецкий разработал особый метод, более универсальный, по оценке его современников ¹¹, чем методы С. Дживонса и Дж. Венна.

Понятно, что Дж. Буль и его последователи (прежде всего, Э. Шредер) преувеличивали аналогии между алгеброй и алгеброй логики, процессом умозаключения, характерного для Аристотелевой логики и логики Буля. Так, сам Дж. Буль был склонен трактовать дедукцию как средство исключения средних терминов (силлогизма). Видимо, П. С. Порецкий это понимал и поэтому строил свой метод как метод получения одних (новых) отношений из других. Суть этого метода можно, по мнению Л. Кутюра, выразить через законы форм, следствий и причин ¹².

Закон форм определяет, как из некоторого равенства найти для того или иного термина (класса) определение, равносильное данному равенству. Для получения равенств, эквивалентных данному, достаточно, согласно Порецкому, показать, что любой термин содержит «логический ноль» (N) этого равенства и содержится в его «логической единице» (N').

Пусть U будет какой-либо термин; тогда $U = N'U + NU$ эквивалентно данному равенству, поскольку $(NU + NU' = 0)$. $U = N'U + NU$ означает, что U содержится в N' и содержит N ($N = 0, N = 1$).

Закон форм, по Порецкому, обобщает мысль Буля о дедукции как исключении средних терминов. Он состоит у Порецкого в исключении «сведений». Каждое логическое равенство может быть представлено через элементарные конститuenty, включающие наиболее простые термины. Для перехода от равенства к его следствиям достаточно отбросить те конститuenty, которые отвечают элементарным

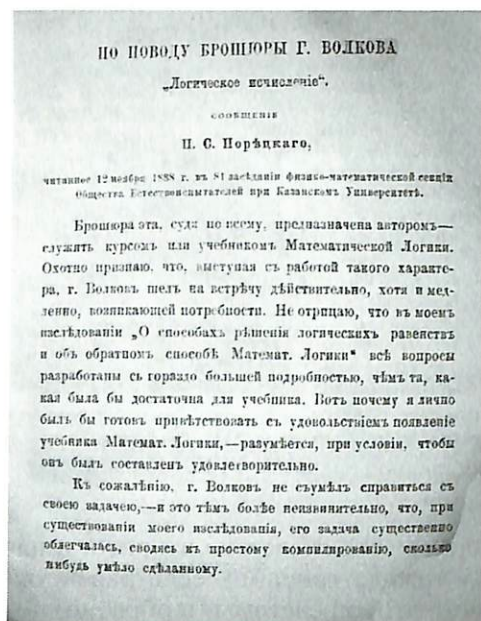


Оттиск «Двух заметок» П. С. Порецкого с дарственной надписью В. П. Максимовичу

¹⁰ Порецкий П. С. К вопросу о решении некоторых нормальных систем, встречающихся в сферической астрономии, с применением к определению погрешностей деления меридианного круга Казанской обсерватории. Казань, 1886. С. 7–12.

¹¹ Кутюра Л. Алгебра логики. Одесса: Mathesis, 1909. С. 80.

¹² Кутюра Л. Алгебра логики... С. 68–79.



Первая страница «Сообщения...»
П. С. Порецкого по поводу брошюры
М. С. Волкова «Логическое исчисление»

ее надклассами, а логический нуль – его подклассами. Для получения причин равенства необходим обратный процесс.

Еще весной 1887 г. приват-доцент Порецкий объявил о намерении читать математическую логику для студентов всех курсов математического разряда Казанского университета. Этот предмет объявлялся им в течение трех семестров, но в реальности он читал его лишь *один семестр* – осенью и зимой 1888 года по три часа по понедельникам¹³.

Подробная программа, составленная Порецким, включает в основном проблемы операций с логическими классами, функциями, теорию логических равенств, вопросы приложения математической логики к вычислению вероятностей. Порецкий советовал студентам труды Дж. Буля¹⁴, С. Джевонса¹⁵, Э. Шредера¹⁶ и свою работу «О способах решения логических равенств и обратном способе математической логики» (Казань, 1884). При этом он отмечает, что труд Дж. Буля отличается «запутанностью основных понятий» и «несовершенством обозначений». Порецкий, отдавая должное заслугам Э. Шредера в деле развития математической логики, также обвинял его в ошибках, но, как оказалось, необоснованно. Э. Шредер разъяснял во втором томе «Алгебры логики», что Порецкий не понял некоторых моментов в предложенных им методах¹⁷. В частности, Порецкий и Шредер по-раз-

равенствам. Число следствий при этом равно числу комбинаций, получающихся посредством сложения, которые соответствуют количеству конституэнт (скажем, их k), т.е. 2^k .

Закон следствий относится к переходу от равенства к одному из его следствий (путем отбрасывания, например, некоторых конституэнт, отвечающих элементарным равенствам, – эту процедуру Порецкий называет «исключением сведений»).

Закон причин выявляет те предложения, следствием которого выступают данные равенства. Поскольку от причины, согласно Порецкому, мы переходим к следствиям, исключая сведения (отбрасывая конституэнты), то возможен обратный процесс, когда от следствий переходят к причинам, присоединяя следствия (прибавляя конституэнты). Если назвать подклассом каждый класс, входящий в другой, а надклассом – каждый класс, содержащий в себе другой, то, в терминологии Порецкого, для получения всех следствий некоторого равенства достаточно заменить логическую единицу

¹³ НА РТ. Ф. 977. Оп. Физмат. Д. 1119. Л. 27.

¹⁴ Boole, J. An investigation of the laws of thought. L., 1854.

¹⁵ Джевонс С. Основы науки. СПб., 1881.

¹⁶ Schroeder, E. Der Operationkreis des Logikkalkuls. Leipzig, 1877.

¹⁷ Кузичев А. С. Диаграммы Венна. М.: Наука, 1968. С. 227–230.

ному понимали суть решения логического равенства. Если в двух словах выразить предмет разногласий, то можно сказать, что Шредер допускал решения с неопределенными классами, а Порецкий не допускал¹⁸.

Кроме того, П. С. Порецкий упоминал труды Пеано, Г. Грассмана, Дж. Венна и А. Макферлайна как весьма полезные источники по математической логике.

Программа курса по математической логике

О логических классах и их отрицаниях. О сложении и умножении классов. О взаимной обратности этих двух действий. Об отрицании логических сумм и произведений.

О логических функциях и их разложениях на суммы и множители.

О посылах, или логических равенствах. О приведении равенства к единичной и нулевой формам. О тождественном замещении всякой системы (зачеркнуто «посылка». – В. Б.) равенств одним равенством (зачеркнуто «посылкой». – В. Б.); о нахождении этого последнего.

Об определении простого класса из данной системы равенств (далее идет вставка. – В. Б.) посредством всех прочих классов (зачеркнуто – «на основании данного равенства» – В. Б.) по различным способам. (Далее идет вставка, выделенная курсивом. – В. Б.) О полном и точном определении простого класса. О приведении каждого равенства к форме полного определения любого простого класса или его отрицания.

Об исключении простых классов из логических равенств (зачеркнуто «посылка». – В. Б.) и об определении, соединенном с исключением.

Об определении (зачеркнуто «из посылок». – В. Б.) сложных классов, или функций.

О всевозможных формах логического равенства. О замещении (зачеркнуто «совмещении». – В. Б.) всякой системы посылок одной (зачеркнуто «в одну». – В. Б.) посылкой во всевозможных формах.

О логической машине Джевонса (зачеркнуто «и ее недостатках». – В. Б.).

О разложении каждой посылки и каждой системы посылок на посылки элементарные. О нахождении этих последних в четырех основных формах. О замещении нескольких элементарных посылок одной, двумя и пр. Общий путь для перехода от каждого данного умозаключения (вставка «логического равенства». – В. Б.) ко всевозможным системам посылок, из которых оно могло бы быть получено.

О превращении всякой системы посылок в другие системы, ей равнозначные.

О парах логически-противоположных задач.

Правила составления сложных логических задач.

¹⁸ П. С. Порецкий весьма едко раскритиковал и книгу М. С. Волкова «Логическое исчисление» (СПб., 1888), преподавателя второго Петербургского реального училища и Института гражданских инженеров. Он писал, что «г. Волков не только крайне поверхностно понимает истины Математ. Логики, но и не владеет даже ее алгорифмом...» См.: По поводу брошюры г-на Волкова «Логическое исчисление». Сообщение, читанное 12 ноября в 81-м заседании секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1888. Т. 7. С. 8. Более того, он фактически обвинил Волкова в плагиате и неспособности правильно изложить мысли из трудов других исследователей. М. С. Волков также оставил работы по «рациональной геометрии» (к которой он также относил и неевклидову геометрию) и аналитической теории тригонометрических функций.

О существовании для каждого логического равенства отвечающего ему равенства числового (зачеркнуто «алгебраического». – В. Б.). О нумеризации логических равенств и функций.

О вероятностях логических классов. Об определении вероятностей событий при помощи математической логики.

Приват-доцент П. Порецкий ¹⁹

Значительная заслуга П. С. Порецкого состоит в том, что математическая логика стала развиваться не в направлении решения уравнений и удаления неизвестных, а в направлении получения всевозможных следствий из данных посылок.

Порецкий также читал сферическую тригонометрию в течение двух семестров. По этому курсу он рекомендовал книги А. М. Лежандра ²⁰, Э. П. Янишевского ²¹ и др.

В 1887 г. П. С. Порецкий ездил в Вятку в связи с астрономическими наблюдениями.

В период пребывания в Казанском университете П. С. Порецкий был секретарем и казначеем секции физико-математических наук при Казанском обществе естествоиспытателей. Просьба Порецкого об увольнении из Казанского университета (2 февраля 1889 г.; официальное прошение было подано 4 марта) была вызвана резким ухудшением его здоровья (обострение ревматизма). Статский советник Порецкий просил о выдаче ему пенсии в г. Городне Черниговской губернии, где он собирался поселиться. К прошению были приложены результаты освидетельствований врачей (И. В. Гордеева и С. А. Смирнова), состоявшихся в августе и октябре 1888 г. П. С. Порецкий просит о выдаче аттестата и просит указать в нем, что он состоял «при Казанском университете приват-доцентом и преподавал в этом звании два семестра сферическую тригонометрию и один семестр математическую логику». Впрочем, уже 6 сентября 1888 г. совет Казанского университета ходатайствует о полной пенсии для П. С. Порецкого²².

Несмотря на увольнение Порецкого из университета и его отъезд из Казани, он продолжал логические исследования и активно сотрудничал с Казанским физико-математическим обществом (КФМО), членом которого он состоял, и публиковался в его «Известиях» с 1899 г. Так, «Известия» КФМО извещали, что на заседании Казанского физико-математического общества 31 марта 1898 г. о теории логических равенств Порецкого докладывал А. В. Васильев, а 16 ноября 1899 г. уже «Ф. М. Суворов доложил сделанный А. В. Васильевым очерк статьи Порецкого» о новых законах логических равенств.

Интересы Порецкого в области математики не ограничивались математической логикой. Он также, например, исследовал простые числа²³.

Д. И. Дубяго, известный астроном, отмечал, что П. С. Порецкий «был всесторонне образованным человеком, обладал недюжинными литературными талантами и поэтическим даром», переводил Беранже и «состоял редактором газеты “Ка-

¹⁹ НА РТ. Ф. 977. Оп. Физмат. Д. 1099. Л. 9–10.

²⁰ Legendre, A. M. Elements de geometrie. Bruxelles, 1844.

²¹ Янишевский Э. П. Сферическая тригонометрия. Казань, 1859.

²² НА РТ. Ф. 977. Оп. Совет. Д. 7994. Л. 22.

²³ Порецкий П. С. К учению о простых числах // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1888. Т. 6.

занский телеграф"»²⁴. В действительности же Порецкий некоторое время в 1884 г. был редактором газеты «Казанский биржевой листок». Эта неточность повторяется и в уже упоминавшейся книге Н. И. Стяжкина (с. 364).

Архивные материалы отражают некоторые моменты пребывания Порецкого в Казани, его высокий авторитет как астронома-наблюдателя среди преподавателей университета и коллег, а также круг его внелогических интересов и активности. Обнаружена фотография молодого Порецкого. До сих пор была известна только фотография уже достаточно пожилого возраста. Скончался П. С. Порецкий 9 августа 1907 г.

Как астроном и как логик Порецкий пользовался большим авторитетом еще при жизни. Его кончина была отмечена рядом некрологов, опубликованных в Казани и Одессе²⁵. Как астроном П. С. Порецкий малоизвестен. Он увековечил свое имя не благодаря своей специальности, а благодаря своему научному «увлечению» – как родоначальник исследований в области математической логики в России.

* * *

Список научных работ П. С. Порецкого

1873

Определение географической широты Астрономической башни Харьковского университета. Харьков, 1873. 57 с.

1881

Изложение основных начал математической логики в возможно более наглядной и общедоступной форме. Сообщение, читанное в 3-м заседании секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1881. Т. 1. С. 2–3.

1884

О способах решения логических равенств и об обратном способе математической логики // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1884. Т. 2. 170 с.

1886

а) К вопросу о решении некоторых нормальных систем, встречающихся в сферической астрономии, с применением к определению погрешностей деления меридианного круга Казанской обсерватории (4 сообщения, сделанные в 1885 году). Казань, 1886. 144 с. (отдельный оттиск).

²⁴ Дубяго. П. С. Порецкий (некролог)... С. 5.

²⁵ Там же; Дубяго Д. И. Памяти Платона Сергеевича Порецкого (некролог). Предисловие И. Слешинского // Вестник опытной физики и элементарной математики. 1909. № 487. С. 145–148.

б) О связи между днями года и днями недели. Казань // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1886. Т. 4. 12 с. (отдельный оттиск).

1887

а) Исторический очерк развития сферической тригонометрии // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1887. Т. 5. 16 с. (отдельный оттиск).

б) Решение общей задачи теории вероятностей при помощи математической логики // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1887. Т. 5. С. 83–116. Работа переведена на немецкий язык.

в) Вычисление оппозиции Марса // *Astron. Nachrichten*, 1887.

г) Четыре наблюдения: 1) Mars opposition, 1877; 2) Mars opposition, 1879; 3) Mars opposition, 1886; 4) Beobachtungen der Cometen, 1881 // *Astron. Nachrichten*, 1887.

1888

а) Определение географической широты Астрономической башни Харьковского университета // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1888. Т. 6. 58 с. (отдельный оттиск).

б) К учению о простых числах // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1888. Т. 6. 89 с. (отдельный оттиск).

в) По поводу сообщения П. В. Преображенского «Особого вида тригонометрические ряды». Доклад в 76-м заседании секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1888. Т. 7. С. 330–334.

г) По поводу сочинения г-на Цераского «Астронометрическая фотометрия» // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1888. Т. 7. С. 334–339.

д) По поводу брошюры г-на Волкова «Логическое исчисление». Сообщение, читанное 12 ноября в 81-м заседании секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук Общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1888. Т. 7. 9 с. (отдельный оттиск).

1896

а) Закон корней в логике // Научное обозрение. 1896. № 19. С. 538–593.

б) Новая наука и академик Имшенецкий (с приложением трех писем Имшенецкого) // Северный вестник. 1896. Декабрь. С. 103–112.

1899

Sept lois fondamentales de la théorie de égalités logiques // Известия Физико-математического общества при Императорском Казанском университете. Вторая серия. 1898. Т. 8. С. 33–103, 129–181, 183–216; Имеется отдельное издание: Sept lois fondamentales de la théorie de égalités logiques. Казань, Типолитография Имп. ун-та, 1899. Т. II. 157 с.

1900

Exposé élémentaire de la théorie des égalités logiques a deux termes a et b // Revue de Métaphysique et de Morale. 1900. Т. 8.

1901–1902

а) Quelques lois ultérieures de la théorie des égalités logiques // Известия Физико-математического общества при Императорском Казанском университете. Вторая серия. Т. 10. 1900. № 1. С. 50–84; № 2. С. 132–180; № 3. С. 191–230; Т. 11. 1901. № 2. С. 17–63; Имеется отдельное издание: Quelques lois ultérieures de la théorie des égalités logiques. Казань, Типолитография Имп. ун-та, 1902. 163 с.

б) Из области математической логики // Физико-математический ежегодник, посвященный вопросам математики, физики, химии и астрономии в элементарном изложении. Год второй. М.: Изд-во кружка авторов «Сборники в помощь самообразованию», 1902. № 2. 482 с.

1904

а) Théorie des non-égalités logiques // Известия Физико-математического общества при Императорском Казанском университете. Вторая серия. Казань, 1904. Т. 13. № 3. С. 80–119; № 4. С. 127–184; Имеется отдельное издание: Théorie des non-égalités logiques. Казань, Типолитография Имп. ун-та, 1904. 112 с.

Сочинения П. С. Порецкого [Порецкий, 1899, 1902а, 1904а] имеют общую нумерацию глав.

б) Appendice. Sur mon nouveau travail «Théorie des non-égalités logiques» // Известия Физико-математического общества при Императорском Казанском университете. Вторая серия. 1904. Т. 14. № 2. С. 118–131.

1908–1909

Théorie conjointe des égalités et des non-égalités logiques // Известия Физико-математического общества при Императорском Казанском университете. Вторая серия. 1908. Т. 16. № 1–2. С. 9–41; Имеется отдельное издание: Théorie conjointe des égalités et des non-égalités logiques. Казань, Типолитография Имп. ун-та, 1909. 109 с.

* * *

Автор признателен Ю. А. Альпину и А. Ю. Цофнасу за уточнение библиографии работ П. С. Порецкого.