

государства», где нанесены основные дороги с указанием расстояний по ним красным цветом, а также весьма достоверно отображены Черное и Азовское моря⁹⁹.

Завершая рассмотрение фондов Ж.-Н. Делиля, содержащих документы, вывезенные им из России, следует подчеркнуть, что невзирая на явно незаконный характер приобретения и вывоза этих материалов из России, Делиль безусловно обогатил географическую науку Франции (и Европы в целом) совершенно новыми данными о Российской империи и ее соседях, данными, которые могли бы еще очень долго оставаться неизвестными для европейской науки, учитывая традиционную для Российского государства склонность засекречивать географическую информацию и не очень оперативное ее использование для составления и издания национальных карт и описаний страны. Если говорить о реальном ущербе, нанесенном российским картографическим фондам, то наиболее существенным нам представляется вывоз Делилем первых китайских (иезуитских) карт на территории Приамурья и Приморья. Ведь в настоящее время в российских хранилищах не осталось ни одной из таких карт, официально переданных правительством Цинской империи России. Конечно, ущерб от утраты этих источников был несколько смягчен тем обстоятельством, что они (как свидетельствуют приведенные выше документы из фонда Делиля) были скопированы русскими геодезистами и использованы при составлении русских карт Сибири и Дальнего Востока, в частности, в академическом «Атласе Российском 1745 г.», где изображение Амура, его притоков и острова Сахалин является первым в европейской картографии и основано на съемках Региса, Ярту и Фриделли.

Оценивая современное значение рассмотренных фондов и документов Ж.-Н. Делиля, необходимо подчеркнуть, что они представляют собой исключительно ценный корпус исторических и историко-научных источников. Наша работа никак не может претендовать на исчерпывающую характеристику всех этих документов, но мы надеемся, что она вызовет интерес у французских и российских ученых, которые продолжат дальнейшие исследования этих материалов. На первом этапе этих работ нам представляется необходимым осуществить научную публикацию российских текстовых и картографических документов Ж.-Н. Делиля на русском и французском языках в рамках двустороннего исследовательского проекта ученых России и Франции.

⁹⁹ Service historique de la Marine (Vincennes). Bibliothèque du dépôt des cartes et plans de la Marine. Folder 54, # 97.

С. ДОМОРАДЗКИ

СОЗДАНИЕ И РАЗВИТИЕ МЕТОДА КАТЕГОРИИ БЭРА В РАБОТАХ ПОЛЬСКИХ МАТЕМАТИКОВ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В «STUDIA MATHEMATICA» В МЕЖВОЕННЫЙ ПЕРИОД

Следуя опыту известного математического журнала «Fundamenta Mathematicae», издаваемого в Варшаве, – первого в мире специализированного периодического математического издания, по сей день занимающего лидирующие позиции в рейтингах математических журналов, – львовские математики основали в конце 20-х гг. прошлого века журнал «Studia Mathematica». В своей работе известный тополог и историк математики Р. Дуда отмечает, что идея создания во Львове международного математического журнала появилась у Г. Штейнгауза после успешно проведенного в 1927 г. во Львове 1-го Польского математического съезда¹. Эта идея получила поддержку гениального польского математика С. Банаха. Предполагалось, что новый журнал будет публиковать статьи, посвященные теории операций (что на современном языке следует понимать как функциональный анализ) и теории вероятностей, т. е. математическим дисциплинам, особенно активно развиваемым во Львове. Таким образом, как и «Fundamenta Mathematicae», журнал «Studia Mathematica» (далее – «SM») был в то время одним из немногих специализированных научных журналов.

Первый том «SM» появился в 1929 г. Его редакторами стали С. Банах и Г. Штейнгауз, в редакционную коллегию вошли Г. Ауэрбах, С. Мазур и В. Орлич.

О значении журнала выразительно говорит тот факт, что «SM» обменивался, по воспоминаниям Штейнгауза, с 130 периодическими изданиями в стране и за рубежом. «Варшавяне, – как вспоминает Штейнгауз, – требовали от нас обязательства, что мы не будем публиковать работ по теории множеств, что было излишне, потому что в основе нашей программы лежала теория операций, теория вероятностей и другие дисциплины, которыми занимались во Львове, а не теория множеств, которой в Польше посвящалось слишком много места и времени»².

Реакция варшавских математиков была понятна – они, в некотором смысле, боялись конкуренции известного журнала «Fundamenta Mathematicae». В качестве курьеза отметим, что позже, когда один из возражавших математиков из Варшавы все-таки прислал в «SM» свою работу по теории множеств, она немедленно была отвергнута.

Подробный анализ всех публикаций первых томов «SM» не входит в наши планы. Здесь мы только остановимся на части публикаций, особенно характерных для львовской математической школы того времени и, в частности, ее лидера – Стефа-

¹ Duda, R. Fundamenta Mathematicae, Studia Mathematica, Acta Arithmetica – pierwsze trzy specjalistyczne czasopisma matematyczne // Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Ser. Matematyka – Fizyka. 1996. Z. 76. S. 47–80.

² Steinhaus, H. Wspomnienia i zapiski. Londyn: Aneks, 1992. S. 115.

на Банаха. Речь пойдет о теоремах существования, основанных на понятии категории Бэра. Отметим, прежде всего, что значение теорем существования в математике постоянно переосмысливается и переоценивается. Главная критика, исходящая в основном от прикладных математиков и физиков, состоит в неконструктивности этих теорем (что толку от информации о существовании «рыбки в океане», если непонятно, как ее поймать?); возражения же математиков сводятся к тому, что любая математическая модель не может восприниматься как адекватная, если она не проходит тест на «теорему существования». К тому же абстрактные разделы математики, в которой превалируют теоремы существования, развиты значительно в большей степени, чем конструктивные.

Не углубляясь в классификацию теорем существования, скажем, что к таковым относятся и результаты о существовании доказательств, так сказать, теоремы метасуществования.

Одним из важнейших методов доказательства теорем существования служит метод категории Бэра. Он основывается на доказанной более чем сто лет назад теореме Бэра, согласно которой полное метрическое пространство не является множеством первой категории. Напомним, что множество в метрическом (топологическом) пространстве называется множеством первой категории, если оно является объединением счетного семейства нигде не плотных множеств. Если множество не есть множество первой категории, то говорят, что оно второй категории. Отметим, что термин «множество первой категории» был признан группой французских математиков, писавших под псевдонимом Бурбаки, неудачным, и они предложили заменить его на более наглядный – «тощее множество».

Сущность метода состоит в следующем. Существование объекта, обладающего предписанными свойствами среди некоторого универсального (объемлющего) класса объектов, получается как следствие двух фактов. Прежде всего, надо удостовериться, что универсальное пространство является полным относительно некоторой метрики. Таким образом, это универсальное пространство является «большим». Далее, надо показать, что объекты, не удовлетворяющие описанному свойству, образуют множество первой категории, т. е. «малое» множество.

Итак, метод категорий в чем-то напоминает доказательства, основанные на сравнении мощности (скажем, существование трансцендентных чисел – следствие того факта, что дополнение к множеству таких чисел – множество алгебраических чисел – счетно, т. е. меньшей мощности, чем множество всех вещественных чисел) или меры множеств.

К примеру, рассмотрим следующий результат, полученный С. Мазуркевичем³: в пространстве C непрерывных функций с периодом 1 множество N функций без конечной правой производной в каждой точке – множество второй категории, а дополнение к нему – множество первой категории. Отсюда, в частности, следует, что существуют нигде не дифференцируемые непрерывные функции. Конструктивные примеры таких функций были известны еще в XIX столетии; один из довольно популярных примеров принадлежит ван дер Вардену.

Хотя метод категорий не показывает, как найти конкретную функцию с указанными свойствами, он позволяет установить нечто совершенно новое по сравнению с конструктивным методом. Доказывается, что свойство непрерывной функции иметь производную хотя бы в одной точке является скорее исключением, чем правилом – «большинство» функций этим свойством не обладают. Факт этот, конеч-

³ Mazurkiewicz, S. Sur les fonctions non dérivables // *Studia Mathematica*. 1931. Vol. 3. P. 92–94.

но же, контринтуитивен и требует принятия новой концепции функции, отличной от доминирующей еще в первой половине XIX в., согласно которой функции – это скорее аналитические функции.

Аналогичную ситуацию можно наблюдать и в отношении других свойств функций. Так, Харди и Литлвуд (см. Proc. London Math. Soc. 1926. Vol. 24. P. 234–237) показали существование непрерывной периодической функции $f(x)$, для которой интеграл

$$\int_0^1 \frac{f(x+t) + f(x-t) - 2f(x)}{t} dt,$$

расходящийся почти при всех x . Мазуркевич ⁴, опираясь на методы, развитые в работах Банаха, Сакса и Штейнгауза, обобщает этот результат в двух направлениях. Во-первых, он показывает, что можно заменить, «почти для всех x » на «для всех x ». Во-вторых, что функции с указанным свойством типичны, т. е. образуют множество второй категории, а дополнение к этому множеству есть множество первой категории.

С работой Мазуркевича «Sur les fonctions...» тесно связана статья С. Банаха ⁵, основной результат которой следующий: множество непрерывных функций на единичном отрезке, имеющих хотя бы в одной точке (кроме правого конца) конечную правостороннюю производную, есть множество первой категории. Это утверждение снабжено элегантным доказательством; впрочем, в этой же статье доказывался его довольно далекое обобщение, касающееся нормированных пространств.

К этой статье Банаха примыкает совместная статья Ауэрбаха и Банаха ⁶, где авторы уже с первых строк говорят о приложении общего метода, разработанного Банахом, в вышеупомянутой статье. Не удержимся здесь от воспроизведения оригинала (см. ниже с. 42). Следует упомянуть также работу Качмажа ⁷, в ней доказывалось, что класс периодических (с периодом 1) непрерывных функций, для которых никакой из интегралов

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \frac{|f(x+t) - f(x)|}{t} dt, \\ & \int_0^1 \frac{|f(x+t) - f(x-t)|}{t} dt, \\ & \int_0^1 \frac{|f(x+t) + f(x-t) - 2f(x)|}{t} dt, \end{aligned}$$

не существует ни для одной точки x , является множеством второй категории, а его дополнение – множеством первой категории.

Систематическое применение метода теории категорий стало впоследствии характерным и для других областей математики. В геометрии выпуклых тел в этом

⁴ Mazurkewicz. Sur l'integrale $\int_0^1 \frac{|f(x+t) + f(x-t) - 2f(x)|}{t} dt$ // Studia Mathematica. 1931. N 3.

P. 114–118.

⁵ Banach, S. Über die Baire'sche Kategorie gewisser Funktionenmengen // Studia Mathematica. 1931. Vol. 3. P. 174–179.

⁶ Auerbach, H.; Banach, S. Über die Höldersche Bedingung // Studia Mathematica. 1931. Vol. 3. P. 180–184.

⁷ Kaczmarz, S. Integrale vom Dini'schen Typus. // Studia Mathematica. 1931. Vol. 3. P. 189–199.

Über die Höldersche Bedingung

von

H. AUERBACH und S. BANACH (Lwów).

Wir beweisen in dieser Arbeit als Anwendung einer von Herrn S. BANACH gleichzeitig veröffentlichten Methode ¹⁾ folgende zwei Sätze:

Satz 1. Sei $\omega(h)$ eine für $h > 0$ erklärte Funktion von der Eigenschaft, daß $\omega(h) > 0$ und $\lim_{h \rightarrow 0} \omega(h) = 0$ ist. Ferner bezeichne E den Raum aller stetigen Funktionen $x(t)$ von der Periode 1. Abgesehen von gewissen $x(t)$, welche eine Menge erster Kategorie bilden, besitzt jedes x aus E die folgende Eigenschaft:

Es ist

$$\lim_{h \rightarrow +0} \left| \frac{x(t+h) - x(t)}{\omega(h)} \right| = +\infty$$

für alle t .

Satz 2. Es bezeichne H^α ($0 < \alpha \leq 1$) den Raum aller Funktionen $x(t)$ von der Periode 1, welche der Hölderschen Bedingung

$$|x(t+h) - x(t)| \leq |h|^\alpha$$

genügen. Abgesehen von gewissen $x(t)$, welche eine Menge erster Kategorie bilden, besitzt jedes x aus H^α die folgende Eigenschaft:

Es ist

$$\lim_{h \rightarrow +0} \left| \frac{x(t+h) - x(t)}{h^\alpha} \right| = +\infty$$

für alle t und alle $\beta > \alpha$.

¹⁾ S. Banach, Über die Baire'sche Kategorie gewisser Funktionenmengen, Stud. Math. 3 (1931) p. 174—179.

²⁾ Beispiele stetiger Funktionen, welche diese Eigenschaft für $\beta = 1$ besitzen, findet man in: S. Ruziewicz, Sur les fonctions satisfaisant à la con-

направлении получена серия результатов о типичности/нетипичности различных свойств выпуклых множеств ⁸.

Пространства, к которым применим метод категории Бэра, т. е. полные метрические сепарабельные пространства, получили впоследствии название «польских пространств». Польским пространством называется полное сепарабельное метризуемое пространство, топология которого порождается некоторой полной метрикой. Польские пространства считаются абсолютными G_δ -пространствами, т. е. являются счетными пересечениями открытых окрестностей в любом объемлющем метрическом пространстве. Именно применимость метода теории категорий Бэра обусловила важность этого класса пространств и сделала последний предмет интенсивных исследований. Примером важного результата, касающегося польских пространств, служит теорема Лаврентьева о продолжении гомоморфизма между подпространствами метрических пространств на их G_δ -оболочки в объемлющих пространствах.

Итак, благодаря важности класса польских пространств, стали актуальными результаты о пополнении метрических пространств с сохранением тех или иных топологических свойств. В качестве яркого примера приведем следующий

⁸ См., например, обзорную статью: Zamfirescu, T. Baire categories in convexity // Atti Semin. Mat. Fis. Univ. Modena 1991. T. 39. No. 1. P. 139—164.

результат. Теорема Торуньчика⁹ характеризует гильбертовы многообразия как польские пространства, обладающие свойством дискретной аппроксимации для кубов. Недавно Т. Банах¹⁰ показал, что пространства со свойствами дискретной аппроксимации и только они допускают «хорошее» дополнение до гильбертовых многообразий.

Соответствующий результат для n -мерного случая (менгеровых многообразий) получили А. Чигогидзе и М. Заричный¹¹; отметим только, что их статья опубликована в основанном в 90-е гг. Львовским математическим обществом журнале «Mathematical Studies», его название выразительно перекликается с «SM».

О методе категории Бэра в применении к некоторым задачам математического анализа см. интересную статью В. Орлича¹², в которой можно, в частности, найти обзор более поздних работ польских математиков.

В качестве добавления приведем краткие биографические сведения об авторах цитированных статей, в которых развит и применен метод категории Бэра.

Стефан Мазуркевич

С. Мазуркевич родился 25 сентября 1888 г. в Варшаве. Он учился на факультете философии Ягеллонского университета в Кракове (два семестра), а потом в Мюнхене (пять семестров), Гёттингене (четыре семестра) и Львове (семестр). В 1912 г. окончил курсы страхования в Гёттингене. В 1913 г. получил степень доктора философии во Львовском университете за работу «Вклад в теорию множеств» о кривых, заполняющих пространство, под руководством Серпинского. С момента возобновления деятельности Варшавского университета (1915) он преподавал там математику. В 1916–1917 гг. там же организовал математический семинар, который возглавлял в течение многих лет. В 1919 г. Мазуркевич защитил диссертацию «Теория множеств G-дельта» на соискание ученого звания доцента в Ягеллонском университете. В этом же году стал ординарным профессором и вместе с Янишевским и Серпинским основал «Fundamenta Mathematicae» – первый польский математический журнал мирового уровня, посвященный топологии и математической логике, и был одним из его редакторов. Мазуркевич в основном занимался топологией и теорией функций действительного переменного. Он интересовался также теорией рядов и ее применениями, теорией аналитических функций и теорией вероятностей. Он опубликовал 141 математическую работу. Умер Мазуркевич 19 марта 1945 г. в больнице под Варшавой.

Герман Ауэрбах

Г. Ауэрбах родился 26 октября 1901 г. в Тернополе, в семье юриста. Среднее образование получил в нескольких школах, а аттестат зрелости – в 1919 г. во Львове, где два года спустя начал обучение на факультете права в Университете Яна Казимежа. Через год он перешел на факультет философии этого же университета.

⁹ Toruńczyk, H. Characterizing Hilbert space topology // Fund. Math. 1981. Vol. 111. No. 3. P. 247–262.

¹⁰ Banach, T. Characterization of spaces admitting a homotopy dense embedding into a Hilbert manifold // Topology Appl. 1998. Vol. 86. No. 2. P. 123–131.

¹¹ Chigogidze, A.; Zarichnyi, M. M. Universal Nöbeling spaces and pseudo-boundaries of Euclidean spaces // Mat. Stud. 2003. Vol. 19. No. 2. P. 193–200.

¹² Orlicz, W. Metoda kategorii Baire'a w zastosowaniu do pewnych zagadnień analizy matematycznej // Wiadomości matematyczne. 1982. N XXIV. S. 1–5.

В 1926 г. окончил учебу и стал учителем, а уже в 1928 г. получил степень доктора за диссертацию на тему «О площади выпуклых кривых с сопряженными диаметрами». В 1935 г. на естественно-математическом факультете защитил диссертацию на соискание ученого звания доцента по теории линейных конечных групп. В декабре 1939 г. он назначен профессором кафедры анализа II в университете им. Франко. Его научное творчество касалось многих разделов математики. По теории функций действительного переменного опубликовал, между прочим, «*Sur les dérivées généralisées*» («*Fundamenta Mathematicae*». 1926. Т. 8), по геометрии выпуклых тел и ее применениям «*Sur les groupes bornes des substitutions linéaires*» («*Comptes Rendus*» 195/1932), а по теории вероятностей – «*Über die Vorzeichenverteilung in unendlichen Reihen*» («*Studia Mathematica*». 1930. Т. 2). В 1941 г. во Львове попал в гетто, где написал свою последнюю работу «О геометрии треугольника», опубликованную только в 1992 г. в «Математических известиях». («*Wiadomości Matematyczne*») Ауэрбах был убит в гетто 17 августа 1942 г.

Стефан Банах

С. Банах родился 30 марта 1892 г. в Кракове. Окончив среднюю школу, работал в книжном магазине и самостоятельно изучал математику. В 1911–1913 гг. ему зачтено 2 года учебы во Львовском политехникуме. В 1916 г. Банахом заинтересовался Штейнгауз. После случайной встречи они издали совместную публикацию «*Sur la convergence en moyenne de séries de Fourier*» («*Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie*». Серия А, 1918). В 1920 г. он стал ассистентом Ломницкого на кафедре математики факультета механики в Политехникуме во Львове. Получив степень доктора (1920) и габилитированного доктора (1922) в Университете Яна Казимежа, Банах начал здесь преподавание математического анализа. В 1922 г. он возглавил кафедру математики и вместе с остальными профессорами вел математические семинары. В 1927 г. Банах стал ординарным профессором. В период 1939–1941 гг. и 1944–1945 гг. в университете им. И. Франко во Львове Банах возглавлял первую кафедру математики.

Он написал более 60 научных работ и сформулировал многие утверждения, имеющие фундаментальное значение для многих разделов математики. Назовем наиболее известные: теорема Банаха – Тарского, утверждение Банаха – Штейнгауза, утверждение Банаха о постоянной точке для операции суживания, утверждение Хана – Банаха о продолжении линейного функционала и др. В основном он публиковал свои работы в «*Fundamenta Mathematicae*», а с 1929 г. – в «*Studia mathematica*». Его учениками и сотрудниками были Ауэрбах, Орлич, Мазур, Улам. В результате их работы и дискуссий появилась знаменитая «Шотландская Книга» – всемирно известный сборник открытых проблем в различных областях математики (см. *Mauldin, D. The Scottish Book: Mathematics at the Scottish Cafe*. Berlin: Birkhauser, 1981. 286 p.) Банах стал одним из основателей Львовской математической школы, а также одним из инициаторов серии «Математические монографии», открывшейся в 1932 г. его монографией «*Théorie des opérations linéaires*». Ранее появилась версия на польском языке «*Teoria operacji*»: *Operacje liniowe*. Warszawa, 1931. Т. 1.

Банах умер 31 августа 1945 г. от рака легких во Львове, там и похоронен. Посмертно было издано еще пять его работ и учебник «*Введение в теорию функций действительного переменного*» (Математические монографии. Т. 17. 1951). В 1946 г. Польское математическое общество (ПМО) учредило научную премию имени Банаха, а в 1972 г. создан Международный математический центр имени Банаха.

Станислав Рузевич

Ст. Рузевич родился 29 августа 1889 г. неподалеку Коломыи. Математику изучал во Львовском университете в 1908–1913 гг. В 1913 г. там же получил степень доктора философии за работу «О непрерывной, монотонной функции, не содержащей производной в несчетном множестве точек». Он был учеником Ю. Пузыны. В 1913–1914 гг. учился в Гёттингене. В 1918 г. во Львовском университете Рузевич получил степень габилитированного доктора за работу «О непрерывных, монотонных функциях, содержащих пантахические кусочно-монотонные интервалы». С 1921 г. С. Рузевич стал экстраординарным профессором математики и руководителем кафедры математики. Почти одновременно (с 1924 г.) он профессор второй кафедры математики во Львовском политехникуме (до 1930). Научные работы Рузевича в основном касались математического анализа, теории множеств, теории функций вещественной переменной, теории аналитических функций и специальных разделов этой теории. Совместно с Банахом он опубликовал «Sur les solutions d'une équation fonctionnelle de J. Cl. Maxwell» (см.: Bull. Intern. de l'Acad. Polonaise des Sci. et de Lettres. Ser. A. 1922), совместно с Серпинским «Un théorème sur les familles de fonctions» (1933). В 1927 г. Рузевич участвовал в 1-м Польском съезде математиков во Львове (вместе с Банахом, Куратовским и Саксом). Он был членом-корреспондентом Варшавского научного общества во Львове и членом ПМО, вице-председателем которого был в 1938–1941 гг. 11 июля 1941 г. Рузевич был арестован во Львове, и на следующий день немцы его расстреляли. Похоронен Рузевич под Львовом.

Стефан Качмаж

С. Качмаж родился 20 марта 1895 г. в Самборе. В 1913 г. окончил гимназию в Тарнове. Затем он поступил на факультет философии Ягеллонского университета, который окончил после Первой мировой войны в 1922 г. Он работал в средних школах Кракова и был ассистентом кафедры математики Горно-металлургической академии в Кракове. В 1923 г. он переехал во Львов, где был ассистентом проф. А. Ломницкого во Львовском политехникуме. В 1924 г. в Университете Яна Казимежа получил степень доктора за работу «О связях между определенными типами дифференциальных и функциональных уравнений», там же в 1929 г. защитил диссертацию на соискание ученого звания доцента «О сходимости и суммировании ортогональных». В 1932 г. находился в Кэмбридже и Гёттингене как стипендиат. Качмаж был автором более 30 научных работ, 12 из них он опубликовал в «Studia Mathematica». Он в основном занимался теорией ортогональных рядов. Наиболее значимая его работа «Theorie der Orthogonalreihen», которая появилась в серии «Математические монографии» и написана совместно с Х. Штейнгаузом. Его интересовали непрерывные функции, нигде не удовлетворяющие условиям Дини. В своей диссертации он использовал методы, упомянутые в этой статье. Метод приближенного решения линейных уравнений с большим числом переменных носит его имя. Одновременно он занимался историей математики. Качмаж погиб в самом начале Второй мировой войны, в сентябре 1939 г.

Библиография

- Auerbach, H.; Banach, S. Über die Höldersche Bedingung // *Studia Mathematica*. 1931. Vol. 3. P. 180–184.
- Banach, S. Über die Baire'sche Kategorie gewisser Funktionenmengen // *Studia Mathematica*. 1931. Vol. 3. P. 174–179.
- Banakh, T. Characterization of spaces admitting a homotopy dense embedding into a Hilbert manifold // *Topology Appl.* 1998. Vol. 86. No. 2. P. 123–131.
- Chigogidze, A., Zarichnyi, M. M. Universal Nöbeling spaces and pseudo-boundaries of Euclidean spaces // *Mathematical Studies*. 2003. Vol. 19. No. 2. P. 193–200.
- Доморадзки С. К теореме Куратовского о 14 множествах (in print).
- Доморадзки С. О развитии некоторых топологических идей С. Мазуркевича (in print)
- Domoradzki, S. Uwagi o literaturze matematycznej polskiej // *Matematyka polska w stuleciu 1851-1950*. Wyd. Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, 1995. P. 161–181.
- Duda, R.. *Fundamenta Mathematicae*, *Studia Mathematica*, *Acta Arithmetica* – pierwsze trzy specjalistyczne czasopisma matematyczne // *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Ser. Matematyka – Fizyka*. 1996. Z. 76. P. 47–80.
- Kaczmarz, S. Integrale vom Dini'schen Typus // *Studia Mathematica*. 1931. Vol. 3. P. 189–199.
- Mazurkiewicz, S. Sur les fonctions non dérivables // *Studia Mathematica*. 1931. Vol. 3. P. 92–94.
- Mazurkiewicz, S. Sur l'intégrale $\int_0^1 \frac{|f(x+t) + f(x-t) - 2f(x)|}{t} dt$ // *Studia Mathematica*. 1931. Vol. 3. P. 114–118.
- Orlicz, W. Metoda kategorii Baire'a w zastosowaniu do pewnych zagadnień analizy Matematycznej // *Wiomości matematyczne*. 1982. Vol. XXIV. P. 1–15.
- Ruziewicz, S. Ein Beispiel zur Hölderschen Bedingung // *Studia Mathematica*. 1931. Vol. 3. P. 185–188.
- Словник Біографічний Математиків Польських. Państwowa Wyższa Zawodowa im prof. S. Tarnowskiego w Tarnobrzegu / Ed. by S. Domoradzki, Z. Pawlikowska-Brożek, D. Węgłowska. Tarnobrzeg, 2003.
- Steinhaus, H. *Wspomnienia i zapiski*. Londyn: Aneks, 1992.
- Toruńczyk, H. Characterizing Hilbert space topology // *Fund. Math.* 1981. Vol. 111. No. 3. P. 247–262.

В. А. ШИРОКОВА

СОЛЯНЫЕ ПРОМЫСЛЫ РОССИИ

Промысел соли на Руси, очевидно, восходит к началу ее употребления в пищевом рационе наших предков. Соль использовали также для заготовки впрок шкур и продуктов питания: овощей, рыбы и мяса.

Добыча поваренной соли осуществлялась тремя способами: ломкой каменной соли; вываркой из морской воды и рассолов подземных вод. Месторождения соли усиленно разыскивали и разрабатывали. Наиболее древние сведения о добыче каменной соли у праславян относятся к V в. до н. э. Торговля с Западом через Карпаты шла по соляному пути, по которому вывозили в Скифию соль из Галичского месторождения, известного еще Геродоту. Соль также добывали близ устья Днепра. Позднее, по крайней мере, с XI в., соль получали путем выварки из воды черноморских и азовских лиманов – на юге и Белого моря – на севере. Такую соль называли «морянкой». На протяжении нескольких столетий на побережье Белого моря морская вода была главным источником добычи соли.

Способ добычи соли из морской воды был подсказан человеку самой природой. На пологих берегах дюны или песчаные косы отделяют лиманы, которые сообщаются с морем лишь во время высокого стояния уровня воды. В условиях сухого и жаркого климата происходит быстрое испарение воды в лиманах, на их берегах и дне осаждается соль. Наблюдая процесс солеотложения, человек научился устраивать вспомогательные приспособления для добычи соли там, где климатические условия позволяли это сделать, для чего сооружали бассейны, сообщавшиеся с морем и друг с другом.

Выварка соли из вод соляных источников и подземных рассолов в северных областях европейской части страны и в Предуралье осуществлялась уже в XII в. и называли ее «ключевкой». Зародилось солеварение в посаде Ненокса, расположенном в 80 км от современного Архангельска, и в городках Тотьма и Ледеченск (бассейн реки Сухоны). Вначале солеварение носило кустарный, примитивный характер, позднее стали сооружать «солеваренные заводы»¹.

Техника производства соли была очень простой: в местах, где обнаруживались соляные рассолы, делали примитивный каптаж или рыли колодцы, собирали рассол в огромные железные котлы («салги»), под которыми разводился огонь (дровяная топка). Позже для выпаривания рассолов стали применять особые сковороды (противни) размером до 200 м². Такие огромные сковороды назывались циренами («цренами», «чренами»). При медленном нагревании в осадок сначала

¹ Гордеев Д. И. История геологических наук. М., 1967. Ч. I. С. 111–117.