Р. А. СИМОНОВ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА ДРЕВНЕЙ РУСИ В СВЕТЕ ИСТОРИЧЕСКОЙ АНТРОПОЛОГИИ

В последние годы широкое распространение получил новый, антропологический подход к изучению истории математического знания на Руси, основанного на исследовании источников древнерусской культуры. При этом было обнаружено, что вычислительные навыки при обращении с «буквенными цифрами» и счете на абаке были укоренены в древнерусском быту, в особенности среди наиболее грамотных слоев населения: духовенства, переписчиков книг, чиновников высшего и среднего звена, воевод, ремесленников и т.п. В частности, сопоставление бытовых обстоятельств, содержащихся в математических задачниках (например, цен на скот), с реальными обстоятельствами (ценами на скот), взятыми из современных им свидетельств, не имеющим математического характера, выявляет не только дидактический характер текстов задачника, но и его предполагаемую аудиторию (тиунов и волостелей). Такая, пользуясь метафорой В. Ж. Келле, «многомерная методология изучения и сопоставления различных срезов исторического процесса» позволяет, на примере древнерусской «бытовой» математики, выявить ее культурологическое значение.

История математики в Древней Руси до сих пор развивалась в контексте существующих представлений исследователей XIX–XX вв. об общем ходе развития этой науки в Древности и Средние века. К настоящему времени накопились факты и появились теоретические подходы, которые позволяют по-новому судить о математическом знании на Руси.

В последний период медиевистика испытала влияние нетрадиционных методологий, к которым, например, относится историческая антропология [1]. Так, из выступления академика РАО С. О. Шмидта на конференции «Историческая антропология: место в системе социальных наук, источники и методы интерпретации» (Москва, РГГУ, 1998 г.) следует, что историческая антропология свидетельствует о различиях в «восприятии в разные эпохи и в разных социальных стратах окружающего мира (и природы и общества, причем и в настоящем и прошлом) и самого человека, о своеобразии групповых поведенческих норм и их системы символов, о специфике психологических реакций (в том числе и таких, которые высвечивают сокрытое)» [2].

По И. Н. Данилевскому, при антропологическом подходе речь идет «об исторических исследованиях, позволяющих понять не столько то, *что* же собственно происходило, сколько *почему* и *как* совершались события, какие ценностные ориентиры и установки заставляли наших предков поступать так, а не иначе» [3].

---

[1] *Медушевская О. М.* Историческая антропология как феномен гуманитарного знания: перспективы развития // Историческая антропология: место в системе социальных наук, источники и методы интерпретации: Тез. докл. и сообщений научн. конф. Москва, 4–6 февр. 1998 / М.: РГГУ, 1998. С. 17–26.

[2] *Шмидт С. О.* К изучению источниковой базы трудов по исторической антропологии // Там же. С. 31.

[3] *Данилевский И. Н.* На пути антропологической истории России // Там же. С. 45.

© Р. А. Симонов. ВИЕТ 2005. № 2. С. 66–87

Некоторые новые историко-математические данные и известные ранее источники сейчас исследованы в соответствии с принципами антропологии истории и культуры. Для надежности их анализа был учтен вывод об успешности антропологического изучения истории Руси в зависимости от методик «выявления соответствующей информации из древнерусских источников, о приемах и правилах корректной ее интерпретации» [4]. При этом учитывалась видовая специфика текстов математического характера, чтобы «анализировать ментальные структуры, свойственные той или иной социально-исторической общности» [5].

Участие ученых многих стран в разработке проблем антропологии истории и культуры выявило, что изучение ментальностей средневекового человека приводит к открытию «иного Средневековья», сопоставимому с коперниканским переворотом в астрономии. По мнению крупного ученого-медиевиста А. Я. Гуревича, «осознанием необходимости исследовать ментальности в качестве одной из существенных сторон исторической действительности, собственно, и был отмечен тот принципиально важный сдвиг в исторической науке, который вскоре был оценен как "коперниканский переворот"» [6].

Прямое отношение к ментальности древнерусского человека имеют математические источники соответствующего периода. Однако для того чтобы они «заговорили», необходимо решительно расширить и обогатить круг вопросов, которые обычно не задавали такого рода документам: «...Мы начинаем нащупывать и осваивать новый "континент", своего рода Атлантиду культурных представлений, верований и эмоций, до того скрытую официальной идеологией и риторикой. Вновь нужно подчеркнуть главное: доступ к этому "иному Средневековью" открылся лишь после того, как медиевисты осознали плодотворность решительного расширения и обогащения круга вопросов, которые они задают источникам» [7].

Ниже рассматриваются некоторые новые результаты, полученные в последнее время при изучении источников древнерусской культуры под углом зрения антропологического подхода к проблемам истории математического знания на Руси.

Нумерация

«ЦИФРОВОЙ АЛФАВИТ»

На Руси, по-видимому, с X в. использовалась византийская «буквенная нумерация», которая затем преобразовалась под влиянием славянской письменной традиции [8]. Неожиданным результатом последнего времени для истории древнерусских «буквенных цифр» является обнаружение «цифрового алфавита» (А. А. Зализняк употребляет не совсем удачный термин «числовой ряд», о чем см. ниже), датированного первой четвертью XI в. Уникальность указанного документа обусловлена тем, что сохранившиеся подобные тексты известны со времени не ранее конца XIII–XIV вв.

Древнейший «цифровой алфавит» обнаружен в результате обследования церы, деревянного приспособления для писания по воску, найденного в 2000 г. Новгородской

---

[4] *Данилевский*. На пути... С. 47.

[5] *Румянцева М. Ф.* Философское понимание индивидуальности как предпосылка становления антропологически ориентированной истории // Там же. С. 30–31.

[6] *Гуревич А. Я.* Средневековье как тип культуры // Антропология культуры. М., 2002. Вып. 1. С. 46.

[7] Там же. С. 47.

[8] *Симонов Р. А.* Проблема происхождения древнерусских цифр // ВИЕТ. М., 2002. № 4. С. 726–744.

археологической экспедицией (руководитель академик В. Л. Янин). Церы, или вощечки, имели распространение в Античности и Средние века, в том числе и на Руси. Это были небольшие заполненные воском деревянные корытца, складывавшиеся восковыми поверхностями внутрь, наподобие диптиха. Древнерусские церы до упомянутой находки были обычно пустыми, за исключением двух, содержащих небольшое количество воска, причем на одной из них имелся краткий неразборчивый текст.

Цера, обнаруженная в Новгороде в 2000 г., содержала внятно читаемый текст из Псалтыри. Всего восковых страниц было четыре: две образовывали восковые корытца-обложки, и две находились на вкладной дощечке, имевшей выемки для воска с обеих сторон. Академики РАН А. А. Зализняк и В. Л. Янин определили памятник как древнейшую русскую книгу [9].

Кроме воскового текста ученые обнаружили на бортиках и под воском плохо читаемые, процарапанные острым предметом записи, а также отпечатки воскового текста на донцах церы. В настоящее время благодаря применению особой техники указанные скрытые записи прочитаны. Оказалось, что по объему они занимают больше места, чем основной текст на воске. Среди скрытого текста выявлены записи духовного содержания, а также несколько вариантов кириллической азбуки и «цифрового алфавита».

Исследователь скрытых записей А. А. Зализняк сообщил следующие сведения о древнейшем «цифровом алфавите» («числовом ряде»): «Помимо азбуки, писец Новгородского кодекса выполнил также числовой ряд. Как и азбука, числовой ряд выписан большое число раз – на страницах, на полях и на обеих обложках. Самый длинный из обнаруженных до настоящего момента в кодексе числовых рядов доходит до 10 000 [...] Знак десятков тысяч представляет собой, как обычно, круг, в который заключается цифра» [10].

Следовательно, уже в первой четверти XI в. на Руси были известны в полном составе «буквенные цифры», в которых могли записываться многозначные числа, включая достаточно большие – до десятков тысяч. Из описанного А. А. Зализняком облика «буквенных цифр» следует, что среди 27 основных цифровых знаков два имели славянский облик: «от» и «юс малый» на месте греческих – «омеги» (800) и «сампи» (900). Соответствующий полный набор древнерусских «буквенных цифр» с «от» (800) и «юсом малым» (900) представлен в записи чисел в древнерусском списке XIII в. (ок. 1280 г.) «Летописца вскоре патриарха Никифора» и «Хронике Георгия Амартола» (XIV в., собрание РГБ). Почти полный состав соответствующих цифровых знаков (без 800) содержится в «Учении» Кирика 1136 г. (списки не ранее XVI в.). Следовательно, информация об облике «буквенных цифр» в Новгородском кодексе опережает сведения, содержащиеся в древнерусских рукописях (в подлинниках, а не позднейших списках), примерно на два с половиной столетия.

С учетом того, что в «Изборнике Святослава» 1073 г. знак 900 выражен вариантом греческой «сампи» в виде треножника, сходного с кириллическим «юсом малым», видный русский ученый XIX в. академик А. Х. Востоков заключил, что «впоследствии, как видно, писцы заменили начертание сие по сходству буквою» [11].

---

[9] *Зализняк А. А., Янин В. Л.* Новгородская псалтырь начала XI в. – древнейшая книга Руси // Вестник Российского гуманитарного научного фонда. М., 2001. № 1. С. 128–159.

[10] *Зализняк А. А.* Древнейшая кириллическая азбука // Вопросы языкознания. М., 2003. № 2. С. 31. Наряду с указанным особым знаком для 10 000 в славяно-русских текстах использовался также знак «и десятеричное» с тысячным «хвостиком». См.: *Юшкевич А. П.* История математики в России до 1917 года. М., 1968. С. 26, рис. 6.

[11] В тексте указывается буква «юс малый». См.: Переписка А. Х. Востокова, в повременном порядке. СПб., 1873. С. 64.

Страница Новгородской псалтыри первой четверти XI века

На основе данных Новгородского кодекса, в котором «юс малый» указывается в значении 900 на месте «сампи», нужно уточнить вывод А. Х. Востокова: замена «сампи» на «юс малый» произошла не после 1073 г., а, очевидно, до появления «цифрового алфавита» на цере Новгородского кодекса или одновременно с ним, т.е. не позже первой четверти XI в.

Открытие на цере древнейшего славянского «цифрового алфавита» согласуется с летописным указанием на то, что св. Владимир во время или после установления на Руси христианства в 988 г. ввел образовательную систему в виде «учения книжного» [12]. Записи кириллической азбуки и «цифрового алфавита» на деревянной основе Новгородского кодекса свидетельствуют о том, что наряду со славянской азбукой тогда же, по-видимому, стали обучать и славянизированной (греко-византийской в своей основе) «буквенной нумерации» с «от» (800) и «юсом малым» (900) и оригинальным знаком для 10000 в виде кружка, которых не знала греко-византийская традиция.

А. А. Зализняк определил, что записи на дереве и воске церы сделаны единовременно и одним и тем же лицом. Язык Новгородского кодекса он охарактеризовал как старославянский: «Язык кодекса – старославянский с восточнославянскими ошибками в передаче юсов [...] Графика – одноеровая: вместо ъ и ь используется только ъ» [13]. Аналогичную особенность новгородской церы отметила Т. Л. Миронова: «В ней представлена одна буква для редуцированных звуков: ъ...» [14]. Как установила исследовательница, теми же графико-орфографическими особенностями, что и псалтырный текст Новгородского кодекса, отличается группа древнерусских памятников XI в. из пяти рукописей: Реймсского евангелия, Листка Викторова, Златоструя Бычкова, Жития Кондрата, Пандектов Антиоха Черноризца. По ее мнению, это может «являться материальным свидетельством появления письменности на Руси из Моравии в период до Крещения Русского государства, причем без болгарского посредничества» [15].

Следует учитывать, что нумерационные особенности болгарской кириллицы X в. отличаются от представленной в «цифровом алфавите» на цере Новгородского кодекса первой четверти XI в. В болгарских каменных надписях (Преславской 930/931 г. [16], Добруджанской 943 г. [17], Самуиловой 993 г. [18], Варошской 996 г. [19]) «буквенная» шестерка имеет форму скорописного «гэ», а на цере – латинского «эс». Поэтому нумерационная традиция церы действительно могла восходить к моравской (доболгарской) кирилло-мефодиевской письменной практике, если тогда употреблялась шестерка в форме «эс», а не скорописного «гэ». Но от моравского периода не сохранилось ни одного подлинного письменного памятника, поэтому неизвестно, какую форму имела шестерка в кириллице того времени.

С конца X в. в Болгарии происходили бурные политические перемены, которые привели к утрате страной самостоятельности. В начале XI в. византийский импера-

---

[12] *Шахматов А. А.* Повесть временных лет. Вводная часть. Текст. Примечания. Пг., 1916. Т. 1. С. 192.

[13] *Зализняк.* Древнейшая... С. 3.

[14] *Миронова Т. Л.* Хронология древнерусских рукописных книг XI в. на основе реконструкции их старославянских протографов // Вестник Общества исследователей Древней Руси за 2001 г. М., 2003. С. 192.

[15] *Миронова.* Там же. С. 191.

[16] Тысячный знак не содержит перечеркиваний. См.: *Попконстантинов К.* Новооткрити старобългарски надписи от X век в североизточна България // Славянска палеография и дипломатика. София, 1980. С. 304–305.

[17] По Ив. Гошеву, в записи года у числа тысяч тысячный знак отсутствует. См.: *Гошев Ив.* Старобългарски глаголически и кирилски надписи от IX и X в. София, 1961. С. 79.

[18] Возможно, тысячный знак содержит небольшое перечеркивание (случай нуждается в дальнейшем изучении). См.: *Гошев.* Старобългарски глаголически... С. 157.

[19] Тысячный знак не содержит перечеркиваний. См.: Там же. С. 88.

тор Василий II Болгаробойца предпринял ряд военных походов против болгар. В 1018 г. пала болгарская столица Охрид, и с конца указанного года вся Болгария оказалась под византийской властью. Наряду с политическими в этот период происходили изменения и в болгарской культуре, включая нумерационную традицию. Так, в сохранившейся каменной надписи последнего болгарского правителя рассматриваемого периода Ивана Владислава (1015–1018 гг.) шестерка имеет форму «эс» (как на новгородской цере), а не скорописного «гэ» [20].

Представители болгарской культуры, спасаясь от репрессий завоевателей, эмигрировали в соседние страны, включая Русь. Сюда они несли знания в области письма и счисления. Поэтому нельзя исключать, что «цифровой алфавит» церы Новгородского кодекса первой четверти XI в. является отражением нумерационных взглядов переселенцев из Болгарии конца X – начала XI в.

На это также указывает отмеченный А. А. Зализняком знак тысяч в «цифровом алфавите» на новгородской цере с одним и даже иногда двумя перечеркиваниями [21]. Это обстоятельство согласуется с бытующим среди некоторых болгарских ученых мнением относительно того, что знак тысяч с перечеркиванием восходит к букве «хер» (в кириллическом начертании «х») как сокращению болгарского названия разряда тысяч – «хиляда». На Руси употреблялось слово «тысяща», и перечеркивание могло восприниматься как незначащее дополнение (украшение) знака тысяч, а не выражение буквы «х», и поэтому опускаться. Древнерусские записи чисел до XIV в. сравнительно редко имели перечеркивание на знаке тысяч.

Так, он встречается в Ефремовской кормчей XII в. [22] Наряду со знаком тысяч без перечеркиваний форма с перечеркиванием употребляется в Новгородской кормчей около 1280 г. [23] В Новгородской харатейной летописи в почерках XIII в. тысячный знак не содержит перечеркиваний, а в почерках первой половины и середины XIV в. он имеет одно перечеркивание [24]. О том, что в этот период перечеркивание могло восприниматься в качестве своеобразного украшения тысячного знака, свидетельствует Мерило праведное, в списке которого XIV в. вместо перечеркивания на тысячном знаке иногда встречается утолщение в виде точки [25]. Имеет место стремление писцов как бы стилизовать тысячное пересечение или придать ему декоративный вид. Так, в рукописной книге конца XV – начала XVI вв., соединяющей в себе Псалтырь, Евангелие тетр и Устав церковный, перечеркивание имеет форму изящной запятой, присоединенной снизу к тысячному знаку (в его средней части) [26].

В древнерусских надписях на предметах, где палеографические особенности, как замечено, отстают по времени от рукописных, тысячный знак с одним перечеркиванием стал применяться, скорее всего, с XV в. Так, в сводной азбуке древнерусских надписей XI–XIV вв. тысячные знаки указаны без перечеркиваний [27]. В сводной же азбуке надписей на произведениях русского искусства XV – первой четверти XVI вв. тысячный знак в большинстве случаев указан с одним перечеркиванием, но встречается и без перечеркивания [28]. На основе изложенного можно заключить,

---

[20] *Косев Д., Христов Х., Ангелов Д.* Кратка история на България. София, 1966. С. 47–48.

[21] *Зализняк.* Древнейшая... С. 31.

[22] Отдел рукописей Государственного исторического музея (ГИМ). Син. № 227. Л. 48.

[23] Отдел рукописей ГИМ. Син., № 132. Л. 190 об., 351 (с переч.), 411 об., 463, 471, 630 об. (без переч.).

[24] Новгородская харатейная летопись. Издано под наблюдением акад. М. Н. Тихомирова. М., 1964.

[25] Мерило праведное по рукописи XIV века. Издано под наблюдением акад. М. Н. Тихомирова. М., 1961. Л. 200, 201, 203, 207 об., 283 (без переч.), 283 (с точкой).

[26] Отдел рукописей Российской государственной библиотеки (РГБ). Ф. 304 (ТСЛ). № 46. Л. 95.

[27] *Рыбаков Б. А.* Русские датированные надписи XI–XIV веков. М., 1964. Табл. I–XII.

[28] *Николаева Т. В.* Произведения русского прикладного искусства с надписями XV – первой четверти XVI в. М., 1971. С. 171–193.

что тысячный знак с одним перечеркиванием в русской письменной практике надежно утвердился со второй половины XIV–XV вв., а до этого преимущественно употреблялся в форме без перечеркиваний.

Подтверждают указанный вывод сохранившиеся «цифровые алфавиты» (после Новгородской псалтыри первой четверти XI в.). Древнейший такой памятник конца XIII – начала XIV вв. представлен в виде позднейшей приписки на листе с текстом из «Беседы трех святителей» в древнерусской редакции XII в. [29], использовавшемся в качестве обложки «Апостола апракоса» конца XIII–XIV вв. [30] Второй по времени «цифровой алфавит» записан на берестяной грамоте № 342 начала XIV в. [31] В обоих «цифровых алфавитах» тысячный знак не содержит перечеркиваний.

Следующий по времени древнерусский «цифровой алфавит» встречается в пергаменном Служебнике второй половины XIV в. [32] Здесь дополнительный элемент у тысячного знака либо незаметен (возможно, из-за плохой сохранности текста), либо, скорее, напоминает не перечеркивание, а утолщение в виде точки, которое также видно (не совсем ясно) в середине некоторых титл, проставленных над «буквенными цифрами». Достаточно отчетливо тысячное перечеркивание представлено в составе знаков «греческой» Пасхальной азбуки Евангелия тетр ок. 1399 г. [33] Распространение в древнерусской письменной практике знака тысяч с одним перечеркиванием примерно совпадает с наступлением так называемого второго южнославянского влияния.

Проследить эволюцию вида тысячного знака позволяют списки «Учения» Кирика Новгородца 1136 г. Это произведение сохранилось в копиях и фрагментах XVI–XIX вв. Причем в нем тысячный знак в списках XVI в. имеет одно перечеркивание, а в более поздних – два. Однако все списки, включающие сведения о 26-летнем возрасте Кирика в часах (113 960 «косых» часов), сохраняют в качестве реминисценции в записи трех тысяч тысячный знак без перечеркивания в форме короткого горизонтального «хвостика», присоединенного к верхнему углу «глаголя», как в «цифровом алфавите» берестяной грамоты № 342 начала XIV в. [34] Последующие переписчики принимали «глаголь» с таким тысячным знаком за букву «твердо», искажая запись числа, но «консервируя» первоначальную форму тысячного знака (без перечеркивания), употреблявшуюся Кириком или первыми переписчиками «Учения».

Отмеченный случай не является единичным. Так, «цифровой алфавит», сохранившийся в рукописном Синодике конца XVI в. [35], заканчивается редко встречающейся фразой: «В три(т)цати легионехъ чиселъ з головы на голову 300 тысящъ». Смысл этих слов можно понять, если учесть, что «легионом» в Древней Руси называли 100 000. Умножив 100 000 на 30, получим 3 000 000, а не 300 000, как в источнике. Но древнерусский вычислитель в ошибке не виноват: он верно нашел результат и правильно его записал в виде «глаголя» с тысячным знаком, как в берестяной грамоте № 342 или у Кирика. Независимо от эволюции тысячного знака переписчики исправно копировали указанное начертание, которое напоминало одномачтовое «твердо». К концу XVI в. тысячный знак в источнике приобрел подобающие

---

[29] *Мошкова Л. В., Турилов А. А.* Плоды ливанского кедра. М., 2003. С. 63.

[30] Хранится в монастыре св. Екатерины на Синае, Sin. Slav. 39. *Симонов Р. А.* Математический документ конца XIII – начала XIV в. в древнерусской пергаменной рукописи // Памятники науки и техники. 1982–1983. М., 1984. С. 110–114.

[31] *Арциховский А. В.* Новгородские грамоты на бересте (Из раскопок 1958–1961 гг.). М., 1963. С. 29–31.

[32] Отдел рукописей Российской национальной библиотеки, СПб (РНБ). Шифр F.n.I, № 73. Л. 394.

[33] Отдел рукописей РГБ. Ф. 304.III (Тр. Ризн.), № 6 (М. 8652). Л. 185–186 об.

[34] *Симонов Р. А.* Берестяная грамота № 342 разъясняет темное место у Кирика Новгородца // Советская археология. 1973. № 3. С. 83–87.

[35] Отдел рукописей РГБ. Ф. 218. № 606. Л. 48 об.– 49.

ему по времени два перечеркивания, а знак 3000 принял вид трехмачтового «твердо», которое воспринималось теперь не иначе как 300 [36].

Историю распространения тысячного знака с одним перечеркиванием можно представить следующим образом. Возможно, он появился в кирилло-мефодиевской нумерационной традиции моравского или болгарского (послеморавского) периода. На Русь соответствующее обозначение могли принести эмигранты из Болгарии в конце X – начале XI вв. Впервые на русской почве традиция тысячного знака с одним перечеркиванием, по-видимому, представлена в «цифровом алфавите» Новгородского кодекса первой четверти XI в. Эта практика первоначально на Руси не утвердилась, а распространилась со второй половины XIV в. в связи со вторым южнославянским влиянием.

Нумерационные знания достаточно широко употреблялись на Руси: в духовной и светской (в том числе летописной) книжности, специальной литературе учебно-справочного («цифровые алфавиты»), учебно-методического (задачи для обучения счету на абаке) и календарно-арифметического содержания («Учение» Кирика и др.), в торговле и быту (в надписях на предметах, стенах храмов, берестяных грамотах) и пр. Указанные сферы деятельности и культуры, в которых использовались нумерационные знания, можно отнести к числу очевидных. Недавно установлена неизвестная ранее, неочевидная сфера применения нумерационных знаний: в древнерусской пасхалистике [37].

«ГРЕЧЕСКАЯ» ПАСХАЛЬНАЯ АЗБУКА

Чтобы разобраться в значении рассматриваемого открытия, следует учесть, что христианская Пасха наступает в одну из 35 дат от 22 марта до 25 апреля по юлианскому календарю (старому стилю). Каждому пасхальному дню придавалась так называемая «ключевая буква». Набор из 35 «ключевых букв» составлял Пасхальную азбуку. Необходимость в ней была обусловлена структурой табличной пасхалии, имевшей 532 клетки с «ключевой буквой» в каждой из них.

По «ключевой букве», находящейся в табличной пасхалии на пересечении солнечного и лунного «кругов» данного года (средневековые календарно-пасхальные коэффициенты, рассчитываемые по определенным правилам), отыскивали (по другой таблице) дату Пасхи и связанные с ней праздники и чтимые церковью духовные события. «Ключевые буквы» Пасхальной азбуки являлись важным атрибутом пасхалистики, как бы выражая в зашифрованном виде даты Пасхи.

В русской духовной практике были известны три типа Пасхальных азбук: 1) «*латинская*», возможно, восходящая к творчеству известного западноевропейского компутиста Беды Достопочтенного (675–735 гг.); в древнерусской книжности встречается в XIV в.; 2) «*русская*», состоящая из букв кириллицы и использовавшаяся в русской пасхалистике в период XIV–XIX вв.; 3) «*греческая*», появившаяся на Руси в конце XIV и применявшаяся до XVII вв. [38]

---

[36] *Симонов Р. А.* Ошибочная числовая запись как датировочная примета // Советские архивы. 1974. № 3. С. 83–85.

[37] *Симонов Р. А.* «Греческая» Пасхальная азбука – древнерусский неупорядоченный «цифровой алфавит» XIV века // Материалы 40 научно-технической конференции профессорско-преподавательского состава, аспирантов и научных сотрудников Московского государственного университета печати. М., 2000. Ч. 2. С. 87–88.

[38] См.: *Пентковский А. М.* Календарные таблицы в русских рукописях XIV–XV вв. // Методические рекомендации по описанию славяно-русских рукописных книг. М., 1990. Вып. 3. Ч. 1. С. 192; *Романова А. А.* Древнерусские календарно-хронологические источники XV–XVII вв. СПб., 2002. С. 33–34.

Названия Пасхальных азбук связывались с видом письма, на котором они базировались. Так, по мнению А. М. Пентковского, в основе «греческой» Пасхальной азбуки «лежал греческий оригинал с особым порядком букв» [39]. Этому утверждению противоречит наличие в ней негреческих (славянских) письменных знаков: «от», «цы», «юса малого». Об отсутствии связи между «греческой» Пасхальной азбукой и неким греческим оригиналом недавно высказалась А. А. Романова. По ее мнению, «греческая» Пасхальная азбука, «с греческим алфавитом ничего общего не имеющая, напоминает систему тайнописи» [40]. Позже исследовательница уточнила, что эта Пасхальная азбука является «видоизмененной кириллицей» [41].

Между тем основу «греческой» Пасхальной азбуки можно установить путем расположения «ключевых букв» по порядку древнерусских «буквенных цифр». Если выбрать из «греческой» Пасхальной азбуки те «ключевые буквы», которые соответствуют началу кириллического алфавита: А, В, Г, Д, Е, S, З, И, то бросится в глаза отсутствие «нецифровых» букв: Б и Ж. Тогда как все остальные буквы окажутся «цифровыми»: А = 1, В = 2, Г = 3, Д = 4, Е = 5, S = 6, З = 7, И = 8. Идущий далее по числовому значению знак девяти («фита») также имеется среди «ключевых букв» «греческой» Пасхальной азбуки.

Поступая аналогично, легко убедиться, что одни из оставшихся «ключевых букв» будут соответствовать десяткам, сотням и 1000: I = 10, K = 20, Л = 30, M = 40, N = 50, «кси» = 60, О = 70, П = 80, «коппа» = 90, Р = 100, С = 200, Т = 300, У = 400, Ф = 500, Х = 600, «пси» = 700, «от» = 800, Ц = 900, «юс малый» = 1000. Другие же семь «ключевых букв» будут содержать при себе тысячные знаки с одним перечеркиванием и идти в таком порядке: А (1000), В (2000), Г (3000), Д (4000), Е (5000), S (6000), З (7000). Иных знаков в составе «греческой» Пасхальной азбуки нет, т.е. все они оказываются цифровыми. Следовательно, в качестве ее базы был взят «цифровой алфавит» XIV в., подобный представленному в Синайском апостоле конца XIII – начала XIV вв., берестяной грамоте № 342 начала XIV в. или Служебнике НРБ (F.n.I, № 73) второй половины XIV в.

Древнейший образец «греческой» Пасхальной азбуки содержится в пасхальных таблицах Евангелия тетр ок. 1399 г. Здесь над «ключевыми буквами» видны титла, а по бокам – точки, что вместе с тысячными «хвостиками» с одним перечеркиванием свидетельствует о цифровом характере знаков «греческой» Пасхальной азбуки [42]. По «ключевым буквам» Евангелия тетр ок. 1399 г. можно реконструировать «цифровой алфавит» XIV в., лежащий в основе «греческой» Пасхальной азбуки [43].

Обычно знания о «буквенных цифрах» в церковной практике использовались для записи чисел при переписке книг, записи дат, а также при расчете дней Пасхи и для других целей. В случае «греческой» Пасхальной азбуки отношение к нумерационным сведениям «цифрового алфавита» аналогично использованию кириллического буквенного алфавита в конструировании «русской» Пасхальной азбуки. Это говорит о том, что как в первой четверти XI в. (записи на цере Новгородского

---

[39] *Пентковский А. М.* Календарные таблицы... С. 154.

[40] *Романова А. А.* К проблеме уточнения датировки рукописей XIV–XVI вв. по таблицам и текстам пасхалий // Опыты по источниковедению. Древнерусская книжность: археография, палеография, кодикология. СПб., 1999. С. 189.

[41] *Романова.* Древнерусские календарно-хронологические источники... С. 33.

[42] Отдел рукописей РГБ. Ф. 304. III. № 6. Евангелие тетр ок. 1399 г. Л. 185–186 об.

[43] *Симонов Р. А.* Новые материалы по истории математики Древней Руси // Историко-математические исследования. М., 2000. Вторая серия. Вып. 5 (40). С. 244–271; *Симонов Р. А.* Древнерусская математическая культура: новые материалы // Книгочей. М., 2001. Вып. 7. С. 4–16.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Единицы	а	в	г	д	є	ѕ	з	н	о
Десятки	і	к	л	м	н	ѯ	о	п	ч
Сотни	р	с	т	у	ф	х	ѱ	ѿ	ѧ
Тысячи	҂а	҂в	҂г	҂д	҂є	҂ѕ	҂з	҂н	҂о
Дес. тыс.	ⓐ								

Числовые значения в Новгородской псалтыри первой четверти XI века

кодекса вариантов буквенной азбуки и «цифрового алфавита»), так и в XIV в. на Руси грамоте обучали параллельно по буквенной азбуке и «цифровому алфавиту». Оба учебных средства легли в основу «ключевых букв»: кириллическая буквенная азбука была использована для конструирования «русской», а «цифровой алфавит» – «греческой» Пасхальных азбук.

Следует отметить, что историки вплотную подошли к такому пониманию смысла «греческой» Пасхальной азбуки. Так, А. А. Романова, характеризуя ее словами «кириллическая азбука в другом порядке», отмечает, что «в качестве обозначений отдельных ключевых букв используются символы "тысяч"» [44]. Возможно, мешало правильному пониманию цифровой основы этой Пасхальной азбуки ее именование «греческой» как самоназвания: «русская» и «греческая» азбука – самоназвания, в рукописной традиции существуют переводные таблицы одной азбуки в другую, например «Слова греческого ключа против наших ключевых слов» [45]. В указанном А. А. Романовой тексте «переводной таблицы» из Сборника начала XVII в. параллельно указаны по 11 знаков обеих Пасхальных азбук – «русской» («руския») и «греческой» («гречски»). Для продолжения записи знаков оставлено достаточно места, которое по какой-то причине не было использовано; текст опубликован в книге А. А. Романовой [46].

Вслед за А. А. Романовой можно допустить, что не ближе к XVII в., от которого сохранилось название «греческая» Пасхальная азбука, а сразу (в XIV в.?) она имела указанное наименование (самоназвание). Тогда подтверждается историко-математическое положение о восприятии на Руси в качестве «греческих» (визан-

[44] *Романова.* Древнерусские календарно-хронологические источники... С. 33.
[45] Там же. С. 34.
[46] Там же. Вклейка между с. 64 и 65, ил. 1.

тийских) «буквенных цифр», употреблявшихся в кириллице. Это могло соответствовать исторической реальности, так как, по-видимому, в кириллице кирилло-мефодиевской поры первоначально употреблялась в «чистом виде» греческая (византийская) нумерация, в которой впоследствии отдельные знаки были заменены славянскими: «омега» (800) буквой «от», «сампи» (900) «юсом малым» и произошли другие преобразования [47].

Открытие берестяных грамот показало масштабность распространения грамотности на Руси и обнаружило важность для древнерусской культуры проблемы первоначального обучения. Среди берестяных грамот, наряду с буквенными азбуками, были открыты «цифровые алфавиты». Однако не было ясно, в каком отношении друг к другу находились эти источники. Летописные и нарративные тексты по существу молчат о том, как происходило обучение грамоте в Древней Руси.

В частности, вызывала сомнение мысль о том, что на Руси было возможным обучение цифрам уже в детском возрасте. Так, болгарский ученый П. Илчев возражал против трактовки в качестве детской берестяной грамоты № 376 XIII–XIV или начала XIV вв. с фрагментом «цифрового алфавита»: «Едва ли можно считать доказанным, что знакомство с цифрами начинали в детстве – грамота 376, которая, по мнению Симонова, есть «детское упражнение в написании букв и цифр», может быть делом и взрослого человека» [48]. Сомнения болгарского исследователя были напрасными: берестяная грамота № 376, как показали исследования В. Л. Янина, действительно оказалась детской. Об этом он писал так: «На следующий год, в 1957 году, были найдены и первые ученические упражнения в цифровом письме [...] в 1960 году, в грамоте № 376. Кстати, последняя запись была сделана также на донышке отслужившего свой срок берестяного туеса. Маленьких новгородцев не особенно баловали, для их школьных упражнений годилась любая береста» [49].

Тем не менее связь между обучением, так сказать, фонетической и числовой (арифметической) грамоте оставалась окончательно не установленной. Поэтому факты, открывающие в этом вопросе путь к истине, чрезвычайно важны. К числу таковых относятся рассмотренные выше случаи тесной и неслучайной связи между обучением грамоте (XI в.) и использованием буквенной азбуки и «цифрового алфавита» в конструировании «русской» и «греческой» Пасхальных азбук (XIV в.).

А. А. Зализняк употребляет термин «числовой ряд», а не «цифровой алфавит». Навряд ли последний термин был ему неизвестен, так как он представлен в издании, практически доступном всем исследователям, работающим с древнерусскими рукописными источниками [50]. Этот термин также используется в антологической историографии по истории образования в средневековой России: «В целях облегчения усвоения учащимися букв – числовых знаков древнерусские учителя использовали "цифровые алфавиты", которые в наше время реконструировал Р. А. Симонов» [51]. Указанный случай можно поставить в один ряд с фактом «замалчивания» цифровой природы «греческой» Пасхальной азбуки другим известным автором. Правда, при одно-

---

[47] *Симонов Р. А.* О греко-византийской основе «буквенных цифр» кириллицы // Древняя Русь. Вопросы медиевистики. М., 2002. № 4 (10). С. 48–56; 2003. № 1 (11). С. 24–29.

[48] *Илчев П.* Делото на Кирил и Методий през погледа на нашите съвременни изследователи // Български език. София, 1964. Кн. 4/5. С. 454–455.

[49] *Янин В. Л.* Я послал тебе бересту... М., 1965. С. 56.

[50] *Симонов Р. А.* Математические тексты и материалы в славяно-русских рукописях XI–XV вв. // Методические рекомендации по описанию славяно-русских рукописей для Сводного каталога рукописей, хранящихся в СССР. Раздел «Цифровые алфавиты». М., 1976. Вып. 2. Ч. II. С. 267–273.

[51] Антология педагогической мысли Древней Руси и Русского государства XIV–XVII вв. / Сост. С. Д. Бабишин, Б. Н. Митюров. М., 1985. С. 137.

временном указании им работы Р. А. Симонова, где этот вопрос подробно рассматривается и указывается реконструкция соответствующего «цифрового алфавита» XIV в. [52]. Возможно, такое отношение в последнее время связано со стремлением филологов и историков как бы «дистанцироваться» от математиков, «ушедших» в медиевистику [53]. (Не обусловлено ли это, в частности, «пугающими» их и кажущимися одиозными «историческими» работами академика А. Т. Фоменко? [54])

Таким образом, новейшие археологические и археографические открытия выявили два интересных факта в области, так сказать, бытовой древнерусской математической культуры, входящей в предмет антропологии культуры. Один связан с установлением древнейшего славяно-русского «цифрового алфавита» первой четверти XI в. (на цере Новгородского кодекса), а второй – с параллельным использованием кириллической буквенной азбуки и «цифрового алфавита» (XIV в.) при конструировании «ключевых букв» Пасхальных азбук: «русской» и «греческой». Оба эти факта подтверждают параллельность обучении письму и счислению на Руси в XI–XIV вв. Вместе с тем подтверждается удачный выбор термина «цифровой алфавит», вошедшего в историю математического образования как аналог названия «буквенный алфавит», объединяя общим названием «алфавит» единый процесс обучения грамоте в средневековой Руси (буквенно-фонетической и буквенно-цифровой).

Сделанный вывод не противоречит данным «антропологии творчества», где в качестве одного из критериев творчества рассматривается способность «ускорить и совершенствовать процессы обучения и научения» [55]. В свете указанного критерия обучение «счетной грамоте» на Руси с использованием «цифровых алфавитов» (параллельно с «буквенными алфавитами») служит показателем творческого подхода к выработке нумерационных навыков на Руси.

Инструментальная арифметика

В традиционном сознании историков математики XIX–XX вв. своего рода критерием математического творчества в эпоху Античности была строгость рассуждений. По характеристике видного датского историка математики Г. Цейтена, «греческие математики имели столь возвышенное представление о достоинстве своей науки, что из всех классических трудов они удаляли все, что не казалось им абсолютно строгим. В результате – как мы уже видели в связи с вопросом об извлечении квадратных корней – настоящие числовые выкладки, которые, как правило, могли давать лишь приближенные результаты, исключались ими из своих трудов и передавались в ведение менее почитаемой науки – *логистики*. Но поступая так, от-

---

[52] *Романова А. А.* Древнерусские календарно-хронологические источники... С. 33; 33; *Симонов.* Новые материалы... С. 244–253.

[53] См. пристрастную критику работ известного медиевиста Б. М. Клосса, имеющего базовое математическое образование (его раннюю работу по теории вероятностей особо отметил академик А. Н. Колмогоров, см.: Математика в СССР за сорок лет. Т. 1: Обзорные статьи. М., 1959. С. 795): *Кучкин В. А.* Антиклоссицизм // Древняя Русь. Вопросы медиевистики. М., 2002. № 2 (8). С. 113–123; № 3 (9). С. 121–129; № 4 (10). С. 98–113; 2003. № 1 (11). С. 112–118; № 2 (12). С. 127–133; № 3 (13). С. 112–130; № 4 (14). С. 100–122; *Бобров А. Г., Прохоров Г. М., Семячко С. А.* Имитация науки. О книге Б. М. Клосса «Избранные труды. Том 1. Житие Сергия Радонежского. Рукописная традиция. Жизнь и чудеса. Тексты» // Труды Отдела древнерусской литературы. СПб., 2003. Т. 53. С. 418–445.

[54] «Антифоменко». Критика «новой хронологии» (Подготовлено совместно с историческим факультетом МГУ) // Сборник Русского исторического общества. М., 2000. Т. 3 (151). С. 7–196. Обращает на себя внимание сходство заголовков «Антифоменко» и Антиклоссицизм.

[55] *Политыко С. Д.* Антропология творчества. Автореферат дисс. на степень канд. филос. наук. М., 2004. С. 1.

метали вместе с тем и все практические приложения математики; а между тем впоследствии, когда перестали так ценить теоретическое значение науки самой по себе, эти практические результаты могли бы сообщить новый толчок развитию математики и не дали бы замереть интересу к науке» [56].

В словах Г. Цейтена содержится предостережение от недооценки практических приложений математики. В свете этого отношение, например, к математической культуре Руси как преимущественно прикладной заслуживает большего внимания, чем было до сих пор. Древнерусская математика оценивалась сравнительно невысоко в значительной степени из-за отсутствия здесь теоретических работ, сопоставимых с результатами, полученными в эпоху Античности. В то же время недостаточно внимания уделялось данным об использовании на Руси уже в XI в. наглядно-инструментального счета типа архаического абака [57]. Одним из источников, подтверждающим использование на Руси абака, является задачник по переводу натуры на деньги рубежа XI–XII вв., сохранившийся в составе Карамзинской группы списков «Русской Правды».

Впервые математические особенности указанного произведения исследовал выдающийся русский историк Н. М. Карамзин. Он реконструировал по данным задачника древнейшую русскую денежную систему: 1 гривна = 20 ногатам = 50 резанам [58]. Примерно 150 лет спустя задачник проанализировал А. П. Юшкевич, который установил, что в основе структуры многих задач о росте стад лежит геометрическая прогрессия со знаменателем 2; подобные структуры в задачах учебного и занимательного назначения были распространены в средневековом мире; в «базовых» числах задачника содержится довольно много погрешностей [59].

Выявленные А. П. Юшкевичем ошибки в числах могли возникнуть до распространения текста на Руси и последующей его адаптации к древнерусской финансовой практике. Об этом свидетельствует незначительное количество ошибок (всего две) в числах денежных сумм по сравнению с погрешностями «базовых» чисел. Указанная особенность, по-видимому, и позволила Н. М. Карамзину дать верную реконструкцию древнейшей денежной системы Руси. Дифференциация числового материала задачника дала толчок к изучению ее природы.

Счетные элементы абака, использовавшегося в Древности и Средние века, обычно были выражены в денежных единицах, а также в единицах мер и весов. Поэтому числа, которые передавались на абаке счетными элементами (камешками, плодовыми косточками, бобами, какими-нибудь другими мелкими предметами или специальными счетными жетонами, марками), были, как правило, именованными. Древнерусский абак в соответствии с этой традицией также мог программироваться в денежных значениях, а использовавшиеся в нем счетные элементы – выражать именованные числа. Сравнительная легкость и однозначность, с которыми была реконструирована по задачнику из «Русской Правды» денежная система Древней Руси, возможно, свидетельствует о том, что он предназначался для обучения счету на абаке, хотя Н. М. Карамзин и многие ученые, жившие позднее, этого не предполагали.

---

[56] *Цейтен Г.* История математики в Древности и Средние века / Пер. А. П. Юшкевича. М.; Л., 1932. С. 46.

[57] Абак – «счетный инструмент (доска, стол), напоминающий совр[еменные] счеты. Доска разделялась на полосы или столбцы, по к[ото]рым передвигались или перекладывались счетные марки, обозначавшие опред[енные] денежные единицы и веса» (Словарь античности / Пер. с нем. М., 1989. С. 7). См. также: *Цейтен.* История математики... С. 197.

[58] *Карамзин Н. М.* История государства Российского. 2 изд. Примечания ко 2 тому. Прим. 79. СПб., 1818. С. 48–51.

[59] *Юшкевич А. П.* О некоторых статьях «Правды Русской» // Труды Института истории естествознания. Т. 2. М., 1948. С. 564–566.

Дело в том, что известные до середины XX в. источники не позволяли русскую традицию счета на абаке относить ко времени ранее XVI в. Так, в «Цифирной счетной мудрости» (в списках не ранее XVII в.) излагался под названием «счета костьми или пенязи (пеняги)» распространенный в Западной Европе «счет на линиях». На основании этого А. П. Юшкевич заключил, что в России в «счете на линиях» специальные западноевропейские счетные жетоны (пенязи, пеняги) были заменены плодовыми косточками, отсюда произошло русское название «счет костьми или пенязи (пеняги)». Такое объяснение позволило сместить появление русского инструментального счета ближе к XV в., когда возникли описания «счета на линиях» в западной учебной литературе [60].

Следующий этап в изучении инструментального счета на Руси связан с творчеством известного ученого-нумизмата И. Г. Спасского. Он обосновывал следующую гипотезу: «счет костьми» на Руси существовал до «счета на линиях», описание которого попало в «Цифирную счетную мудрость» из какого-то западного источника и получило неадекватное название «счета костьми или пенязи (пеняги)». По мнению И. Г. Спасского, «счет на линиях» не употреблялся на Руси; поэтому иностранцы Г. Штаден (XVI в.) и А. Олеарий (XVII в.), наблюдая работу русских вычислителей, не идентифицировали местный тип абака со «счетом на линиях» [61].

Последующее изучение древнерусского инструментального счета велось в нескольких направлениях, речь о которых ниже.

РАЗЫСКАНИЕ НОВЫХ ПАМЯТНИКОВ, СВИДЕТЕЛЬСТВУЮЩИХ О СУЩЕСТВОВАНИИ АБАКА НА РУСИ

В 1974 г. археолог Л. А. Голубева опубликовала неизвестный ранее тип записи на пряслице из Белоозера XIII в., которая позже была расшифрована как число 100, выраженное в системе обозначений чисел на абаке [62]. В 1985 г. археологической экспедицией под руководством М. В. Седовой и М. А. Сабуровой у деревни Новоселки Суздальского района была сделана находка исключительной важности. Впервые было обнаружено прямое свидетельство использования на Руси абака во второй половине XI в. Достоверность этого факта обусловлена комплексом ритуальных предметов, содержащихся в кошельке-сумочке, находившейся у пояса захороненного человека: гирькой, фрагментом серебряной монеты X в. и плодовыми косточками (сливовой и вишневыми). Совокупность положенных в кошелек предметов говорит о том, что профессия покойного была связана с финансами или торговлей.

В XI в. на Руси в денежном обращении находились серебряные монеты и их фрагменты, которые принимали на вес (отсюда наличие в кошельке гирьки и кусочка монеты). Как говорится, «деньги счет любят», поэтому наличие в кошельке также плодовых косточек можно объяснить их счетным назначением. Это подтверждается наблюдениями иностранцев XVI–XVII вв. (Г. Штадена и А. Олеария), отмечавших, что русские считали сливовыми и вишневыми косточками, которые носили в мешочке у пояса. Археологическое открытие у деревни Ново-

---

[60] *Юшкевич А. П.* История математики в Средние века. М., 1961. С. 346; *Юшкевич А. П.* История математики в России до 1917 года. М., 1968. С. 27–28.

[61] *Спасский И. Г.* Происхождение и история русских счетов // Историко-математические исследования. М., 1952. Вып. 5. С. 269–420.

[62] *Голубева Л. А.* Граффити и знаки пряслиц из Белоозера // Культура средневековой Руси. Л., 1974. С. 19; *Симонов Р. А.* О вычислительной арифметике // Естественнонаучные представления Древней Руси. М., 1978. С. 69–70.

селки перевело вопрос о древнерусском абаке типа «счета костьми» из вероятной возможности в область достоверных фактов, причем обнаружилось, что традиция русского инструментального счета была длительной и устойчивой, насчитывающей по крайней мере семь столетий, с XI по XVII вв. [63]

РЕКОНСТРУКЦИЯ ОБЛИКА ДРЕВНЕРУССКОГО АБАКА

В основу реконструкции счета на древнерусском абаке были положены: задачник из «Русской Правды» рубежа XI–XII вв., «Учение» Кирика Новгородца 1136 г., запись числа 100 на пряслице из Белоозера XIII в., наблюдения иностранцев XVI–XVII вв. об использовании русскими вычислителями плодовых косточек (сливовых и вишневых), а также описания систем абака в иностранных печатных арифметиках: английской XVII в. Р. Рекорда и литовской XVIII в. Я. Накциановича. В результате был воссоздан следующий облик и принципы счета на древнерусском абаке [64].

Древнерусский абак имел пятерично-десятичную основу. Счетные элементы (косточки) располагались (раскладывались) в нем на земле, полу, столе, лавке и другой ровной поверхности рядами (уровнями): слева – пятерка, на некотором удалении справа – разрядные единицы, в линейку или кучкой (количеством до пяти). Числовое значение косточек каждого верхнего уровня было в 10 раз больше значения косточек расположенного ниже ряда.

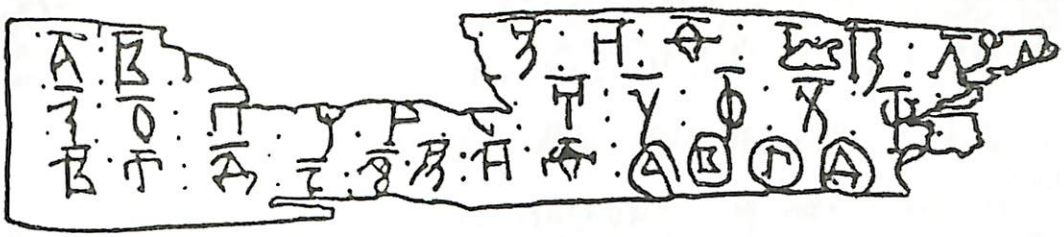
При счете на таком абаке типичными могли быть ошибки, связанные со сдвигом косточки-пятерки к косточкам-единицам, и наоборот: случайное спутывание косточки-единицы с косточкой-пятеркой. Это вело к превращению косточки-пятерки в единицу или косточки-единицы в пятерку. Например, природу превращения косточки-пятерки в единицу имеет погрешность в задаче о стоимости 256 ульев с медом по цене в половину гривны в «Русской Правде». Легко подсчитать, что ульи будут стоить 128 гривен, но в памятнике стоит число 124. Ошибочная четверка (вместо верной восьмерки) могла получиться так. На абаке результат был найден верно – с восьмеркой, которая была выражена косточкой-пятеркой и тремя косточками-единицами. При считывании результата с абака косточка-пятерка была принята за единицу (подкатилась к группе косточек-единиц, или сразу интервал между косточкой-пятеркой и косточками-единицами был невелик): так восьмерка превратилась в четверку.

Пример неверного числа, возникшего от превращения косточки-единицы в пятерку, имеется в «Учении» Кирика 1136 г. Здесь в § 3 речь идет о количестве недель в 6644 годах (дате создания произведения в эре от Сотворения Мира). Кирик поясняет, что при этом надо учесть, что в году содержится 52 недели, один день и четверть дня. Если произвести соответствующие расчеты, то получится: в 6644 годах содержится 346 674 недели и 3 дня. Однако в «Учении» указано немного другое число – с восьмеркой на конце числа недель вместо верной четверки, т.е. 346 678 недели и 3 дня. Происхождение ошибки можно объяснить так. Кирик на абаке нашел результат верно: с четверкой, которую отложил в виде 4 косточек-

---

[63] *Симонов Р. А.* «Вторая грамотность» Древней Руси // Русская речь. М., 1991. № 6. С. 87–93.

[64] *Симонов Р. А.* Древнерусский абак для пересчета натуры на деньги // ВИЕТ. 1990. № 3. С. 90–93; *Симонов Р. А.* Древнерусский «счет костьми» и «счет торговцев» английской арифметики 1632 года // Букинистическая торговля и история книги. М., 1997. Вып. 6. С. 14–23; *Симонов Р. А.* «Арыфметыка» Я. Накцыановича 1759 г. як крыніца па гісторыі матыматыкі Беларусі, Літвы и Расіі // Беларусика-6. Ч. 2. Мінск, 1997. С. 97–103.



Берестяная грамота № 342 начала XIV века

единиц. Однако одна из этих косточек отодвинулась (или изначально была расположена левее остальных) и была принята при считывании результата с абака за косточку-пятерку. Вместе с оставшимися тремя косточками-единицами она дала неверную восьмерку: 5 + 3 = 8.

НАЗНАЧЕНИЕ ЗАДАЧНИКА «РУССКОЙ ПРАВДЫ»

Академик Б. А. Рыбаков высказал предположение, что задачник из «Русской Правды» предназначался для обучения будущих тиунов и волостелей [65]. Научная реконструкция облика древнерусского абака и особенностей счета на нем позволяет проверить (подтвердить или опровергнуть) указанную гипотезу. При этом были учтены следующие обстоятельства. Процесс обучения – один из древнейших видов деятельности, сохраняющий некоторые инварианты до сих пор. К их числу, например, относится определенная условность фабулы учебных задач. Поскольку в задачах «Русской Правды» речь идет, в частности, о стоимости скота и сельскохозяйственных продуктов, то следует ожидать, что указываемые в учебных целях цены не всегда будут совпадать с реальными.

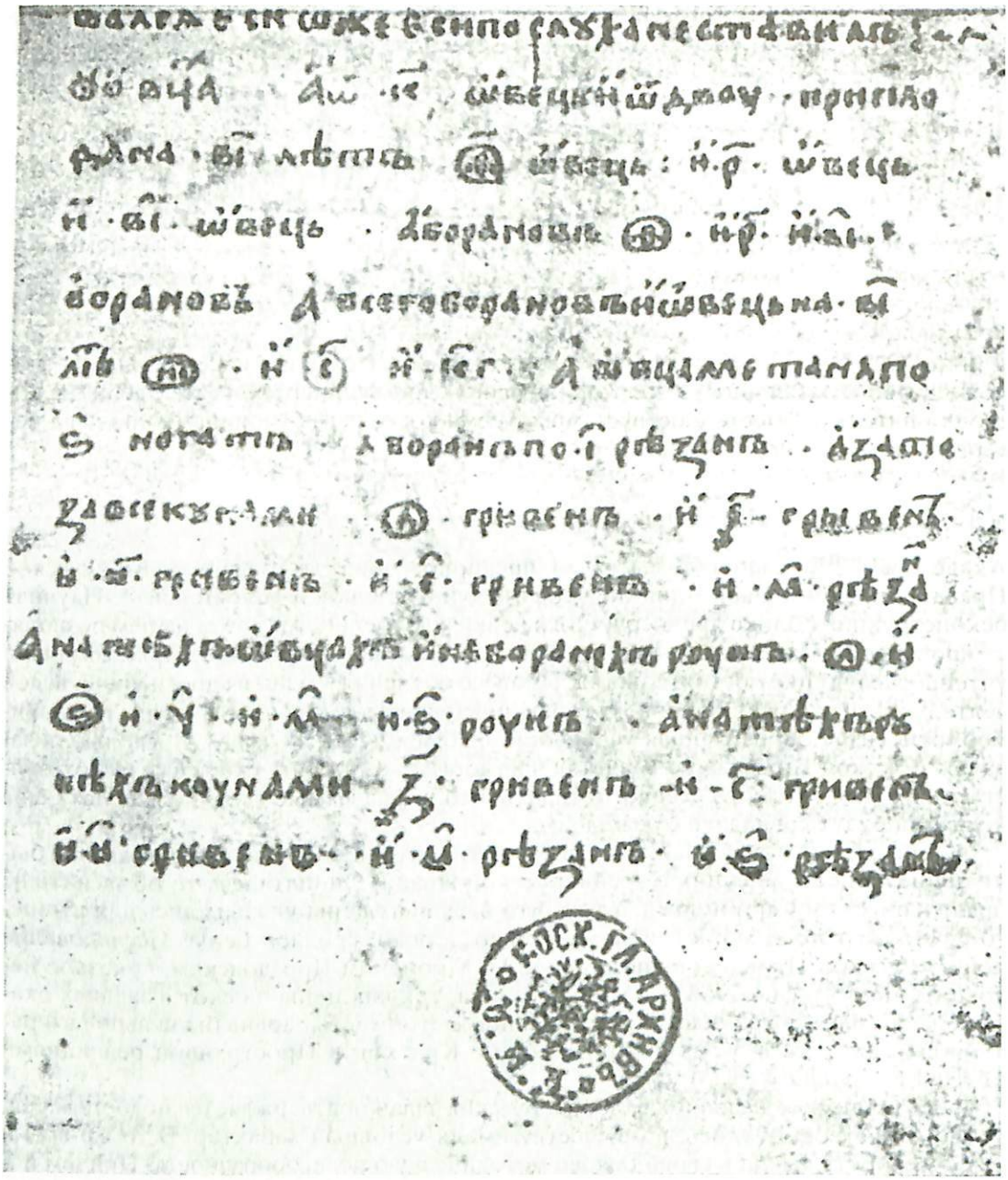
И действительно, Н. М. Карамзин заметил, что некоторые цены в задачах были выше существовавших в древнерусской жизни. Он пытался это объяснить не педагогическими причинами, а тем, что в задачах цены указывались для лучшего скота, который мог стоить несколько дороже средней цены. Исследование цен в «Русской Правде», выполненное П. Мрочеком-Дроздовским, показало неубедительность гипотезы Н. М. Карамзина, так как цены на скот в задачах оказались слишком высокими. Так, в задачнике стоимость барана была выше в 4 раза, а свиньи в 2,5 и 5 раз по сравнению с Краткой и Пространной редакциями «Русской Правды» [66].

Педагогическое назначение древнерусских задач подтверждается подбором цен, которые, как отмечалось, по существу имели условный характер. В то же время эта условность имела в своей основе методическую целесообразность. Причем последняя отражала особенности средневекового обучения арифметике с помощью абака. Так, средневековое обучение арифметике (как, кстати, и теперь) начиналось с выработки умения «записывать» на абаке числа, выполнять сложение и вы-

---

[65] *Рыбаков Б. А.* Просвещение // Очерки русской культуры XIII–XV веков. Ч. 2. Духовная культура. М., 1970. С. 180. Тиуны и волостели – средневековые чиновники высшего и среднего звена в системе древнерусского государственного светского и духовного управления хозяйственно-финансовой деятельностью.

[66] *Мрочек-Дроздовский П.* Исследование о Русской Правде. Вып. 1. Опыт исследования источников по вопросу о деньгах Русской Правды. М., 1881. С. 119.



Задача на древнерусском абаке о стоимости 360 446 рун по цене в 1 резану за руно (ответ: 7208 гривен и 46 резан)

читание. Кроме того, в начальный этап овладения средневековой арифметикой входил навык производить на абаке удвоение и утроение чисел, что было необходимо для выполнения умножения и деления. Выработке указанных умений и навыков в древнерусском задачнике служили цены в 1, 2 и 3 гривны. Причем цены в 4–9 гривен отсутствовали.

Абак – многоуровневое счетное устройство: на нем требовалось научиться переходить с одного уровня на другой в процессе счета. Этому служили цены в 1, 10, 15 резан. Чтобы, например, получить стоимость шерсти ценой в одну резану за руно, нужно было исходное число овец (и баранов) «записать» на абаке, удвоить его и прочесть в именованной шкале существовавшей системы денежных единиц. Чтобы получить стоимость отары баранов или стада козлов по цене в 10 резан за голову, необходимо было проделать практически те же операции, однако предварительно увеличив исходное число голов скота в 10 раз. Для этого следовало исходное число «поднять» на абаке на один уровень, затем удвоить это число и прочесть его с учетом денежной шкалы.

Чтобы получить стоимость стада животных по цене в 15 резан (6 ногат) за голову (овцы, козы, вепри, годовалые жеребята), требовалось исходное число «поднять» на абаке на один уровень, затем утроить его (прибавить удвоенное число к исходному «поднятому» числу) и прочесть его с учетом денежной шкалы. Нетрудно заметить структурную общность цен в 1, 2 и 3 гривны и 1, 10 и 15 резан. Научившись на задачах в 1, 2 и 3 гривны записывать числа, производить удвоение и утроение чисел на абаке, на задачах с ценами в 1, 10 и 15 резан учились использовать эти знания для более сложного счета, с увеличением числа в 10 раз, для чего первоначальную запись числа на абаке следовало «поднять» на один уровень. Причем цены не были произвольными, а только кратными 5. Кроме указанных встречаются цены в 25 и 30 резан. Получение результата в этих случаях является развитием метода для цен в 15 резан [67].

Таким образом, структура цен древнерусского задачника свидетельствует о том, что они были подобраны с дидактической целью обучения счету на абаке, поэтому не полностью отвечали реальным ценам того времени на скот и сельскохозяйственные продукты.

ОТРАЖЕНИЕ СЧЕТА НА ДРЕВНЕРУССКОМ АБАКЕ В ИСТОЧНИКАХ

Источниками, отражающими счет на древнерусском абаке, служат тексты и археологические материальные находки, которые стали основой для его реконструкции. Кроме того, косвенным свидетельством счета на абаке могут служить: весовые характеристики монет, находившихся в денежном обращении на Руси с IX–X вв., фольклорный счет типа «в тридевятом царстве, в тридесятом государстве» [68], берестяная грамота № 686 (50–90-е гг. XII в.) математического содержания [69], арифметические виды тайного письма, использовавшиеся на Руси с XIV в. [70], архаический русский

---

[67] *Симонов Р. А.* «Вторая грамотность» на Древней Руси // Советская педагогика. 1989. № 12. С. 90–97.

[68] *Симонов Р. А.* Древнерусский абак (по данным моделирования математической основы денежных систем) // Труды Пятого международного конгресса славянской археологии. М., 1987. Т. III. Вып. 2б. С. 110–119; *Виленчик Б. Я.* Новые доказательства существования русского архаического абака // Советская археология. 1984. № 3. С. 61 и др.

[69] *Янин В. Л., Зализняк А. А.* Новгородские грамоты на бересте (Из раскопок 1984–1989 гг.). М., 1993. С 70–71; *Симонов Р. А.* Ученая состязательность в Древней Руси // Информационная культура в контексте гуманитарного знания. Краснодар, 2001. Вып. 12. С. 51–56; *Гродницкий И. Л.* Запись ответов на задачу по арифметике (?) // Письменные памятники истории Древней Руси. СПб., 2003. С. 113–114.

[70] *Симонов Р. А.* Математическая мысль Древней Руси. М., 1977. С. 69–72.

счет девятками и девяностами, текст «Память, как торговали доселе новгородцы», отражавший практику денежного счета в Новгороде XV в., описание «дощаного счета» в списках «Цифирной счетной мудрости» XVII в. и др. [71]

Полученные на основе указанных источников данные показывают, что древнерусский абак «шел вслед» за изменениями русской денежной системы, весовых и др. мер, постепенно приближаясь к прибору типа «дощаного счета» XVI в., предшественника «конторских» или «русских» счетов.

Антропологический подход к древнерусским математическим источникам позволил:

– *установить* существование с XI в. древнерусского абака архаического типа со счетными элементами в виде сливовых и вишневых косточек;

– *реконструировать* структуру древнерусского абака («счета костьми») с единицей-пятеркой и расположением счетных элементов-единиц «кучкой» (пряслице из Белоозера XIII в.) или «вытянутыми» в горизонтальные ряды (тип абака, отчасти аналогичный английскому «счету торговцев» из учебника Р. Рекорда и «калькуляторному счету» из арифметики Я. Накцановича);

– *выявить* стандартные числовые погрешности в древнерусских текстах математического характера (статьях-задачах «Русской Правды», «Учении» Кирика Новгородца 1136 г.), обусловленные использованием абака реконструированного типа;

– *обосновать* дидактическую природу подбора цен на скот и сельскохозяйственную продукцию в задачах «Русской Правды», как предназначенных для обучения счету на абаке.

К настоящему времени основные результаты изучения древнерусского абака вошли в литературу по истории образования: «До сих пор историки педагогики дискутируют о том, как в древнерусской школе грамоты обучали счислению. Объясняется это тем, что в источниках XII–XIII вв. отсутствуют описания вычислительных операций. Сохранились лишь записи результатов счета. Все попытки реконструкции арифметических подсчетов оказались неудовлетворительными. Благодаря работам Р. А. Симонова стало известно, что счислению в школах повышенного типа обучали при помощи абака» [72].

Далее: «С трудом новгородского ученого («Учением» Кирика. – *Р. С.*) хорошо знакомы историки математики, хронологии, астрономии, но он был почти неизвестен педагогам. Этот пробел стал заполняться лишь в последние десятилетия благодаря исследованиям Р. А. Симонова, который реконструировал способы счета Кирика, всесторонне раскрыл специфику вычислительной практики того времени и показал влияние «Учения» на древнерусское образование. Вычисления Кирик проводил, вероятно, на вычислительном приспособлении – абаке»[73]. Этим словам вторит немецкий ученый Г. Зименс (имеющий базовое математическое образование): «Трудно сказать, как Кирик умножал эти числа (в своем «Учении». – *Р. С.*), вероятно, при помощи абака. [В примечании:] Р. А. Симонов подтверждает 900-летие древнерусского абака» [74].

Изучение древнерусской математической культуры в соответствии с принципами исторической антропологии привело к открытию принципиально нового для историков математического образования Руси «иного Средневековья» (в терминологии, употребляемой А. Я. Гуревичем). Это коренным образом меняет представ-

---

[71] *Симонов Р. А.* Естественнонаучная мысль Древней Руси: Избранные труды. М., 2001. С. 88–136.

[72] Антология педагогической мысли Древней Руси... С. 135.

[73] Там же. С. 177.

[74] *Зименс Г.* Вычисление Пасхи в Новгороде в XII веке // Новгородский исторический сборник. СПб., 1997. Вып. 6 (16). С. 126.

ление о грамотности на Руси. Обнаружение в культурном слое древнерусских городов (преимущественно в Новгороде) более 1000 берестяных грамот свидетельствует о высоком уровне грамотности в Древней Руси. Факт учебного и профессионального использования абака (Кириком и др.) существенно дополняет указанный вывод, позволяя сделать обоснованное заключение о существовании «второй грамотности» на Руси – вычислительной.

Возвращаясь к выводу антропологов культуры о «коперниканском перевороте» и «Атлантиде», которыми чревато открытие «иного Средневековья», следует отметить следующее. Проблема древнерусского абака неоднократно ставилась в трудах историков науки в том или ином виде. Поэтому для историко-математического сознания обоснование факта использования абака на Руси – не Атлантида и не «коперниканский переворот», а вполне закономерный и в некоторой степени ожидаемый результат. Однако в мире представлений, находящихся за пределами историко-математических знаний, факт существования древнерусского абака может показаться и «Атлантидой», и «коперниканским переворотом». Примечательно в указанном отношении то, что журналист Волков, рассказывая в «Учительской газете» о древнерусском абаке, дал интервью с Р. А. Симоновым заголовок «История истории рознь» [75]. Тем самым он подчеркнул, что открытие «второй грамотности» на Руси расширяет рамки медиевистических исследований, как бы предвосхищая суждение антропологов культуры об «ином Средневековье».

Результаты, свидетельствующие об использовании абака на Руси, в контексте исторической антропологии выявляют неоднозначность восприятия новых фактов истории науки. Нельзя считать, что «иное Средневековье» будет всеми восприниматься одинаково – как открытие «Атлантиды» или «коперниканский переворот». Думается, что подобное метафорическое восприятие новых историко-научных фактов зависит в первую очередь от научных интересов исследователя. Так, интересно недавнее указание на возможность влияния абака в работе профессора Казанского университета, доктора филологических наук О. Ф. Жолобова, изучающего природу счета: «Другим источником тридевятичного счета, вероятно, мог бы стать древний абак» [76].

Оценки историко-научных фактов антропологами культуры с использованием метафорических характеристик (типа Атлантиды, «коперниканского переворота») могут психологически способствовать внедрению этих новых фактов в сознание современного человека. Однако всерьез оценивать каждый новый факт из истории науки (например, существование древнерусского абака типа «счета костьми»), каким бы неожиданным он ни был, как сверхзначительный, было бы неверно.

* * *

Историко-математические исследования XIX–XX вв. выявили довольно слабое соответствие математики Древней Руси уровню математических знаний Античности. На этом основании как бы автоматически признавалась полная или частичная бесперспективность изучения древнерусской математической культуры, что, в частности, отражается в отсутствии диссертаций по древнерусской тематике в области физико-математических наук (крайне редко, но таковые, например, защищают-

---

[75] *Волков Б.* История истории рознь // Учительская газета. 15 апреля 1989. С. 3.

[76] *Жолобов О. Ф.* Было ли в Древней Руси девятичное счисление? // Древняя Русь. Вопросы медиевистики. М., 2002. № 3 (9). С. 59.

ся по историческим наукам). Если ориентироваться на традиционные представления о математике как теоретическом знании, то на Руси почти не проводилось осмысления математических закономерностей (в современном понимании). Поэтому очень важно решить: достойно ли математическое наследие Древней Руси серьезного научного изучения.

Первое, что кажется почти бесспорным, – это перспективность изучения древнерусской математической культуры в направлении, задаваемом методом исторической антропологии. Математические знания в виде навыков в счислении «буквенными цифрами» и счете на абаке были достаточно широко распространены в древнерусском быту, особенно среди грамотного населения (духовенства, переписчиков книг, средневековых ученых-компутистов, чиновников высшего и среднего звена – тиунов, волостелей и пр., «продвинутых» представителей торгового, ремесленного и военного люда и т.д.).

По-видимому, изучение древнерусской «бытовой математики» является предметом культурологии в широком смысле, с опорой на славяно-русскую филологию, историю и философию. Однако при этом нельзя обойтись без определенной профессиональной математической подготовки. Здесь опытом может служить древнерусская хронология. Проблема сохраняет актуальность до сих пор, судя по обсуждаемым, например, А. В. Журавелем (который, кстати имеет историческое, а не математическое образование) особенностям древнерусской хронологии, которая «имеет в своей структуре астрономическую составляющую, что всегда вызывало серьезное опасение со стороны гуманитариев-историков, которые предпочитали с ней просто не связываться. Не случайно, что на протяжении всего XX в. наибольших успехов в изучении древнерусского календаря добились исследователи, получившие базовое математическое образование: Н. В. Степанов, Д. С. Святский и Р. А. Симонов» [77].

Возможно, усилившийся в последнее время в среде медиевистов-историков интерес к математике (как положительный, так и отрицательный) обусловлен возрастанием роли «аналитических» процессов. Этот фактор выделяют представители информационной культурологии в качестве типичного для начала XXI в.: «Применительно к социо-психологической сфере основной чертой начала XXI в. [...] является чрезвычайно высокая скорость увеличения значимости "аналитических" процессов в большинстве сфер – в сравнении с ролью процессов "синтетических"» [78].

Однако следует учесть, что при изучении древнерусской математической культуры историческая антропология ни в коей мере не может быть признана своего рода панацеей. Вслед за В. Ж. Келле можно сказать, что «нужна многомерная методология, изучение и сопоставление различных срезов исторического процесса, тогда он и может быть воспроизведен в его целостности [...] И историческая антропология вносит в это видение свой собственный вклад. Для исторической науки применение антропологического подхода тем ценнее, чем больше он отличается от современности [...] Подходить к нему с нашими сегодняшними мерками и понятиями значит заниматься его модернизацией» [79]. Последние слова с полным основанием можно высказать и в отношении метода исторической антропологии применительно к исследованию математической культуры Древней Руси.

---

[77] *Журавель А. В.* Древнерусская хронология в эпоху компьютеров // Древняя Русь. Вопросы медиевистики. М., 2003. № 4 (14). С. 28.

[78] *Петров В. М.* Путь к информационному обществу: перспективы и социально-психологические проблемы // Культура и образование в информационном обществе: Материалы международной научной конференции. Краснодар, 2003. С. 9.

[79] *Келле В. Ж.* Историческая антропология и ее подход к эпохе становления Российской Империи // Человек между Царством и Империей. М., 2003. С. 11, 15–16.

Русское Средневековье – «иное» и то – в математическом космосе Р. А. Симонова

Как бы мы не относились к науке космологии, мы не можем отрицать наличие в ней субъективного момента: каждый из нас живет в собственном космосе, продолжая вовне или, напротив, внутрь общедоступный. Космос Рэма Александровича Симонова строится из продолжения космоса древнерусского, продолжая, таким образом, общедоступный дважды. А потому и Средневековье оказывается у него не просто «иным» (в соответствии с излюбленной им формулой А. Я. Гуревича и Ж. Ле Гоффа), но своим собственным.

Тонкий знаток средневековой славянской математической культуры, Р. А. Симонов тщательным образом проанализировал пути проникновения в Древнюю Русь элементов византийских математических знаний, характер их восприятия, усвоения и последующего оригинального развития. Его исследования о математической культуре Древней Руси – книга «Математическая мысль древней Руси» (1977), многочисленные статьи как в исторических, так и в историко-научных изданиях – не только обогатили историческую науку новыми фактами о математических познаниях наших средневековых предков (эволюции византийской нумерации на Балканах и в Древней Руси, о древнерусских обозначениях различных цифр, о наглядно-инструментальном счете на средневековой Руси, о русской средневековой системе больших чисел и др.), но и внесли ценный вклад в переосмысление наших взглядов на сам уровень древнерусской культуры. Так его исследования последних десятилетий о хронологическом трактате (1136 г.) Кирика Новгородца, начиная от его ранних результатов, венчаемых книгой «Кирик Новгородец – ученый XII века» (1980), вплоть до его недавних работ, опубликованных на страницах ВИЕТ и «Историко-математических исследований», показали, что это сочинение вовсе не было особой изолированной точкой во мраке темноты и бескультурья тогдашней Руси (как это трактовалось некоторыми авторами), но обладало своим кругом читателей, способных критически воспринимать сложный для понимания и требующий высокого уровня культуры текст и нетривиальным образом реагировать на него, то есть свидетельствовали о высокой книжной культуре Новгорода XII века. Широкая историческая и историко-культурная эрудиция автора позволила ему получить важные результаты о математической культуре Руси накануне Петровских реформ.

В конце прошлого года замечательному историку математики и культуры в целом Р. А. Симонову исполнилось 75 лет. Редколлегия нашего журнала поздравляет его с юбилейной датой, желает крепкого здоровья и дальнейших успехов в работе.

Редколлегия