

ИЗ ИСТОРИИ МЕХАНИКИ НИТИ

В. П. ЛИШЕВСКИЙ

Замечательный ученый эпохи Возрождения Леонардо да Винчи (1452—1519) в своих трудах большое внимание уделял механике, называя ее «раем математических наук». По-видимому, он был первым, кто оставил письменные доказательства своих занятий механикой нити при рассмотрении различных задач.

Страницы научного наследия ученого, относящиеся к механике нити, составляют самую большую часть материалов, отводимых Леонардо да Винчи какому-либо частному вопросу. Это, видимо, объясняется тем, что веревки, канаты, цепи широко применялись при строительстве. Например, механике нити посвящены начало, значительная часть середины «Кодекса Арундель» и многие страницы в более поздних трудах.

Ученый ставил и решал следующие задачи: как нагружаются ветви нити, когда к ней в любой точке подвешен определенный груз; можно ли и какими грузами выпрямить нить, провисающую под действием подвешенного между точками укрепления груза; где порвется излишне нагруженная нить, подвешенная за два конца и т. п.¹

Закон равновесия тел на наклонной плоскости вывел Симон Стевин (1548—1620), основываясь на невозможности вечного движения. Для его доказательства он использовал шары, связанные нитью.

Нити помогают Стевину доказать и правило параллелограмма при сложении и разложении сил. Заменяя нити наклонными плоскостями, Стевин, может быть, не сознавая этого, ввел в механику принцип эквивалентности связи².

В качестве приложения к статике в книге Стевина существует раздел, носящий название «Спартостатика»³. Здесь Стевин специально рассматривает статику весьма сложных веревочных машин, т. е. законы передачи натяжений в веревках. Этот мало известный раздел статике Стевина можно считать первой работой по статике нитей (веревки).

Галилео Галилей (1564—1642) в своих «Беседах и математических доказательствах, касающихся двух новых отраслей науки» (1638) первым поставил вопрос о форме каната (или цепи), закрепленного двумя концами и провисающего под действием собственного веса («Беседы», день 4-й). Галилей говорит, что канат, натянутый в большей или меньшей степени, располагается по линии, весьма близкой к параболе. При этом совпадение ее с параболой наблюдается тем больше, чем меньше кривизна параболы, т. е. чем больше последняя растянута⁴.

Замечание Галилея о форме провисающей цепочки осталось никем не опровергнутым до тех пор, пока Иоахим Юнгий (1587—1657) — основатель первого немецкого общества, имевшего целью развитие математики и изучение природы, не опубликовал в своей «Geometria empirica»

¹ Леонардо да Винчи. Избр. произв. М.—Л., 1935, т. 1.

² Тюлина И. А., Ракчеев Е. Н. История механики. М., Изд. МГУ, 1962, с. 36—37.

³ Название происходит от латинского слова «spartum», что означает испанский ковыль, дрок, из которого делались канаты, рогожки и т. п.

⁴ Галилей Г. Избранные труды. М., 1964, т. 2, с. 342—343.

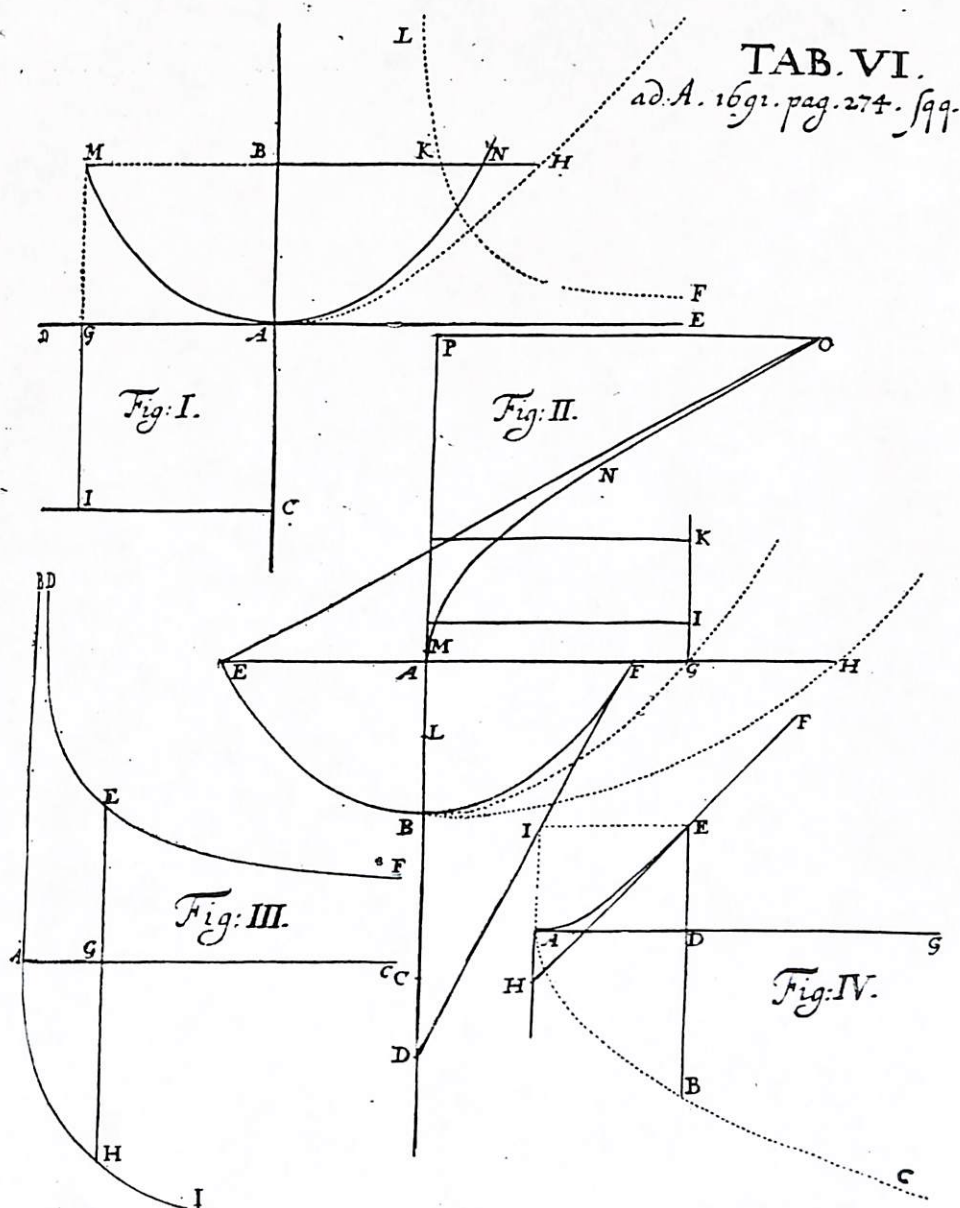


Рисунок из заметки И. Бернулли («Acta eruditorum», 1691, N 6, p. 277)

опыты, показывающие, что провисающая однородная цепочка не имеет форму параболы. Таким образом, вопрос о форме провисающей цепочки остался нерешенным.

В мае 1690 г. в журнале «Acta eruditorum» появляется заметка Якоба Бернулли (1654—1705), в которой он, изложив свое решение задачи о брахистохроне, предложенной ранее Г. В. Лейбницем (1646—1716), ставит, в свою очередь, задачу об отыскании уравнения «веревочной линии».

В июле того же года и в том же журнале Лейбниц, сообщая свое решение задачи о двух игроках (задача по теории вероятности), говорит, что он решил и задачу о веревке. но пока воздержится от опубликования своего решения, дабы дать возможность другим лицам заняться этой проблемой.

Примерно через год, в июне 1691 г., в том же журнале «Acta eruditorum» появляются сразу три заметки, принадлежащие Иоганну Бернулли (1667—1748), Лейбницу и Х. Гюйгенсу (1629—1695), посвященные рассматриваемой задаче. Эти краткие заметки, занимающие в общей сложности всего несколько страниц, строго говоря, не могут быть названы решениями, так как содержат лишь указания способов построения точек искомой кривой и описание некоторых ее свойств, без всяких объяснений и доказательств.

Приведем начало заметки Иоганна Бернулли.

«Приблизительно год тому назад, во время моей беседы с братом (Якобом), разговор случайно зашел о той кривой, форму которой принимает веревка, свободно подвешенная между двумя неподвижными точками. Мы удивлялись, что явление, наблюдаемое и, так сказать, осязаемое всеми ежедневно, не привлекло до сего времени ничьего внимания. Задача казалась нам выдающейся и полезной, но мы не захотели тогда приступить к ней по причине тех трудностей, которые мы предвидели, и мы решили поэтому предложить ее через печать на рассмотрение ученых, чтобы посмотреть, решится ли кто-нибудь из них взяться за эту задачу; потому что мы ведь знали, что она уже обсуждалась в среде геометров во времена Галилея.

Знаменитый геометр Лейбниц счел ее достойной своего внимания и сообщил нам, что нашел ее решение («Acta...», июль 1690 г., с. 360), которое опубликует после известного срока, если никто другой к тому времени не решит эту задачу.

Это обстоятельство дало мне смелость самому приступить к задаче, и мне удалось раньше срока найти полное решение и при этом такое, на которое я вначале не решался и надеяться.

Однако оказалось, что наша веревочная кривая (*sigva funicularia*) не геометрическая, но принадлежит к числу тех, которые называются механическими, т. е. таких, характер которых не может быть выражен алгебраическими уравнениями»⁵.

Окончательное решение задачи о провисающей веревке удалось найти лишь в 1697 г. оксфордскому профессору (математику, астроному и оптику) Давиду Грегори (1661—1710).

Он установил, что провисающая цепочка располагается по кривой, уравнение которой записывается следующим образом:

$$y = \frac{a}{2} (e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}).$$

Можно установить погрешность, которую допустил Г. Галилей, утверждая, что провисающая под собственным весом веревка располагается по параболе.

Если разложить показательные функции $e^{\frac{x}{a}}$ и $e^{-\frac{x}{a}}$ в степенные ряды и сложить, то уравнение цепной линии запишется так:

$$y = a \left(1 + \frac{1}{2!} \frac{x^2}{a^2} + \frac{1}{4!} \frac{x^4}{a^4} + \dots \right).$$

Если в этом сходящемся ряду ограничиться только первыми двумя членами, то получится уравнение параболы:

$$y = a + \frac{x^2}{2a}.$$

⁵ «Acta eruditorum», 1691, № 6, p. 274—276.