

РАЗВИТИЕ ОСНОВНЫХ ИДЕЙ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Академик С. С. КУТАТЕЛАДЗЕ

Изучение физической природы турбулентности долго не привлекало должного внимания физиков¹. Турбулентное течение квазисплошных сред (жидкость, плотный газ, плотная плазма, диспергированные системы) характеризуется неупорядоченным, хаотическим макродвижением внутри некоторого упорядоченного осредненного течения. Таким образом, теория турбулентности по самому существу этого явления должна быть статистической, и здесь невольно напрашивается аналогия с кинетической теорией газов. Такая аналогия была особенно естественной в конце прошлого века и, действительно, отчетливо использовалась уже в работах О. Рейнольдса², а далее, уже в XX в., — в работах Л. Прандтля³ и многих других исследователей. Однако эта аналогия весьма поверхностна. Здесь существенными являются два обстоятельства. Первое из них то, что в молекулярных ансамблях индивидуальность их элементов (молекул, атомов) сохраняется или изменяется по известным законам химического взаимодействия, в то время как турбулентные образования переменны в пространстве и во времени. Второе обстоятельство заключается в том, что в первом приближении суммарная кинетическая энергия молекул газа сохраняется, в то время как энергия турбулентного движения диссипирует в теплоту через механизм молекулярного трения.

Развитие теории турбулентности, естественно, привело к возникновению статистической гидромеханики⁴. Однако пока это скорее некая заявка на формирование нового направления, чем более или менее завершенное логическое изложение основных закономерностей турбулентных течений. Возникновение отчетливого понимания существования проблемы турбулентности связано с упомянутыми работами О. Рейнольдса, хотя значительно более ранние опыты Г. Гагена⁵ ясно показали существование перехода от параллельно струйчатого (ламинарного) течения жидкости с линейным законом сопротивления к внутренне неупорядоченному турбулентному течению с почти квадратичным законом сопротивления. Впоследствии стало ясным, что некоторое отклонение от квадратичной связи перепада давления со скоростью течения в гладком трубопроводе связано с наличием тонкого квазиламинарного слоя, образующегося в непосредственной окрестности твердой стенки. Рейнольдс ввел два фундаментальных понятия теории турбулентности — критерий устойчивости режима течения и разложение актуального течения на осредненную и пульсационную компоненту.

Критерий устойчивости имеет вид

$$Re = \frac{UL}{\nu}, \quad (1)$$

¹ Кутателадзе С. С. Проблема турбулентности. Тр. XIII Международного конгресса по истории науки, секция V. М., 1974, с. 274—276.

² Проблемы турбулентности. Сборник статей. М.—Л., ОНТИ НКТП СССР, 1936.

³ Там же.

⁴ Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. М., «Наука», ч. I, 1965; ч. II, 1967.

⁵ Проблемы турбулентности. См. цит. сб.

а в уравнении осредненного движения появились добавочные члены, имеющие вид корреляции

$$\overline{u_i u_j}. \quad (2)$$

Последние можно рассматривать как компоненты тензора кажущихся турбулентных напряжений; в этом случае компоненты полных напряжений в осредненном движении несжимаемой жидкости будут иметь вид

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i u_j}. \quad (3)$$

В связи с изучением турбулентности возникает ряд фундаментальных проблем: проблема устойчивости ламинарных течений и механизмы их перехода в турбулентное течение; неоднозначность определения критического значения числа Рейнольдса даже в простейшем течении несжимаемой жидкости вследствие существования области перехода от устойчивого ламинарного течения к установившемуся турбулентному, характеризующейся явлением перемежаемости⁶; неоднозначность определения физических параметров (ρ , μ), входящих в критерий Рейнольдса для систем с переменными физическими свойствами; незамкнутость уравнений Рейнольдса вследствие появления компонент тензора кажущихся турбулентных напряжений; появление эффектов, связанных с пульсациями физических свойств среды под влиянием турбулентных возмущений; условия на границах турбулентного течения, особенно на границе с твердым телом, в непосредственной близости с которым возникает область квазиламинарного течения, ограниченная снизу условием прилипания жидкости к стенке, а сверху максимальными значениями турбулентной энергии потока; механизм диссипации турбулентной энергии в теплоту, возникающий на уровне минимальных (колмогоровских) линейных масштабов турбулентных неоднородностей

$$\lambda_{\min} \propto \frac{\nu}{\sqrt{\varepsilon}}; \quad (4)$$

соотношение между турбулентными переносами импульса, энергии и примеси, характеризуемое турбулентным числом Прандтля

$$\text{Pr}_T = \frac{\nu_T}{a_T}; \quad (5)$$

взаимодействие турбулентности электропроводящих сред (жидкие металлы, плазма, электролиты) с электромагнитными полями: развитие турбулентности в неньютоновских жидкостях, т. е. средах с физическими свойствами, зависящими от течения; воздействие на турбулентность структурирующих добавок, например некоторых полимеров; турбулентность и проблемы устойчивости структур неоднородных сред, в частности, газожидкостных смесей; распознавание турбулентных образов (следов) по изменениям структуры турбулентного потока по отношению к естественному фону и мн. др.

Уже в работах Рейнольдса была сделана попытка вычислить критическое значение критерия устойчивости (1) на основе энергетических соображений. В дальнейшем это направление развивалось Г. Лоренцем, В. Орром и др.⁷ Статья Т. Кармана⁸ подвела итог этому направлению

⁶ Шлихтинг Г. Возникновение турбулентности. М., Изд-во иностр. лит., 1962.

⁷ Цзя Цзяолин. Теория гидродинамической устойчивости. М., Изд-во иностр. лит., 1958.

⁸ Проблемы турбулентности. См. цит. сб.

и надолго задержала его дальнейшее развитие. Было выяснено, что энергетический критерий устойчивости много меньше того значения критического числа Рейнольдса, которое определялось экспериментально. Однако еще в 30-х гг. было показано, что существует некоторое собственное число Рейнольдса, характеризующее размеры пристенной квазиламинарной области (вязкий подслой) турбулентного пограничного слоя. В последнее время эта точка зрения находит дальнейшее развитие.

В работах Релея⁹, Орра, Зоммерфельда, а затем Шлихтинга, Цзяолиня¹⁰ и др. была сформулирована теория гидродинамической устойчивости относительно малых возмущений. После опытов Х. Драйдена, подтвердивших основные выводы этой теории, она на долгие годы стала господствующей (так же обстоит дело и в настоящее время), особенно благодаря применению новейших методов вычислительной математики. Теория малых возмущений дает максимально возможное критическое значение числа Рейнольдса (например, для течения несжимаемой жидкости в круглой трубе $R_{e_{кр}} = \infty$, а при течении в плоском канале $R_{e_{кр}} = 3850$).

Физически реализуемый механизм возникновения турбулентности, впервые указанный Тейлором, связан с возможными микроотрывами пограничного слоя от обтекаемой поверхности и развитием связанных с этим значительных возмущений. Математическая модель этого процесса практически не разработана.

Наконец, в последние годы возникла теория автоколебаний, развивающихся в результате потери устойчивости стационарного течения. Было показано, что в левой крайней области нейтральной кривой возможна бифуркация, связанная с развитием автоколебаний в ламинарном потоке. При некоторых допущениях можно показать, что существует область («тело»), в которой такие течения устойчивы, причем минимальное число Рейнольдса этой области существенно ближе к экспериментальному критическому значению, чем это следует из теории малых возмущений. Среди многих практических приложений теории устойчивости ламинарных течений отметим здесь проблему устойчивости пограничного слоя на проницаемой поверхности. Отбор части жидкости через стенку повышает устойчивость течения и позволяет laminизировать турбулентный пограничный слой, возникающий при отсутствии отсоса. При этом может иметь место весьма существенное снижение гидродинамического сопротивления. Однако, ясная в теоретическом плане, эта проблема крайне трудно решается технологически.

Незамкнутость уравнений Рейнольдса привела к возникновению двух фундаментальных направлений в теории турбулентности. Первое — полуэмпирические феноменологические теории, возникновение и плодотворное развитие которых связано с работами Дж. Тейлора, Л. Прандтля, Т. Кармана¹¹, А. Н. Колмогорова¹², А. М. Обухова и др.¹³. Второе — статистическое описание турбулентности, данное в работах Л. Келлера, А. А. Фридмана¹⁴ и И. Бюргерса. Это направление сейчас находит все более широкое развитие под влиянием уже упоминавшихся работ

⁹ Релей Дж. В. Теория звука. М., ГИТТЛ, 1955.

¹⁰ Цзя Цзяолинь. Теория гидродинамической устойчивости.

¹¹ Проблемы турбулентности. См. цит. сб.

¹² Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. — ДАН СССР, 1941, т. 30, № 4, с. 299—303; Уравнения турбулентного движения в несжимаемой жидкости. — Изв. АН СССР. Сер. физ., 1942, т. 6, № 1—2, с. 56—58.

¹³ Зилетинкевич С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л., 1970; Мошин А. С., Яглом А. М. Механика турбулентности. — Механика в СССР за 50 лет, т. 2; Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1970, с. 461—505.

¹⁴ Keller L. V., Friedmann A. A. Differentialgleichungen für die turbulente Bewegung einer kompressibelen ssigkeit. — Proc. 1-st Intern. Congr. Appl. Mech., Delft, 1924.

А. Н. Колмогорова и некоторых новых идей¹⁵. Интенсивное изучение турбулентности привело к накоплению обширного эмпирического материала по структуре турбулентных течений. При этом возникли новые методы тонких измерений мгновенных параметров потока (термоанемометрия, электронная стробоскопия, электрохимическая тензоанемометрия, лазерная анемометрия и др.), результаты которых неизбежно должны были подвергаться статистическому анализу. Результаты этих измерений позволили ввести некоторые эмпирические функции в статистическую теорию турбулентности и проводить определенные практические расчеты. Однако если в простейших полуэмпирических теориях турбулентного пограничного слоя содержится не менее двух экспериментально определенных «констант турбулентности», то в существующих статистических методах число этих констант не только существенно увеличивается, но и появляется набор эмпирических функций¹⁶.

В последнее время М. Д. Миллионщиковым было предложено обобщение полуэмпирической теории турбулентного обтекания шероховатых поверхностей¹⁷.

Изучение устойчивости осредненного турбулентного течения представляется одной из важных сфер развития теории турбулентности. Исследования в этой области стали проводиться систематически только в последние годы, но уже получен ряд важных результатов без привлечения эмпирических коэффициентов¹⁸. В этой связи по-новому удалось поставить и проблему пограничного слоя при очень больших числах Рейнольдса ($Re \rightarrow \infty$), органически характерную для теории пограничного слоя в целом.

Здесь важно подчеркнуть, что неограниченное уменьшение вязкости не приводит к решениям, следующим из уравнений Эйлера, и что это существенно связано с различной постановкой проблемы граничных условий в теории идеальной жидкости ($\mu=0$) и жидкости с исчезающей вязкостью. Так, например, в последнем случае, как ни мала была бы вязкость, можно ставить задачу установления условий прилипания жидкости к стенке.

Новым направлением, также связанным с общими представлениями о консервативности турбулентного течения, является теория квазиламинарной устойчивости турбулентного пограничного слоя. Можно показать, что уравнение малых возмущений осредненного турбулентного потока в первом приближении аналогично уравнению Орра — Зоммерфельда, описывающему двухмерные малые возмущения ламинарного течения. Однако в области значений $Re > Re_{кр}$ все достаточно заполняется устойчивыми в смысле обычного анализа уравнений малых возмущений. Если предположить, что в природе из множества таких

¹⁵ Иевлев В. М. Приближенные уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости. — «Механика жидкости и газа», 1970, № 1, с. 91—103; Миллионщиков М. Д. Вырождение однородной изотропной турбулентности в вязкой несжимаемой жидкости. — ДАН СССР, 1939, т. 22, № 5, с. 236—240; Монин А. С. Уравнения для конечно-мерных распределений вероятности поля турбулентности. — ДАН СССР, 1967, т. 177, № 5, с. 1036—1038.

¹⁶ Глушко Г. С. Некоторые особенности турбулентных течений несжимаемой жидкости с поперечным сдвигом. — «Механика жидкости и газа», 1971, № 4, с. 128—136.

¹⁷ Миллионщиков М. Д. Турбулентные течения в пограничном слое и в трубах. М., «Наука», 1969.

¹⁸ Гольдштик М. А. Принцип максимальной устойчивости осредненных турбулентных течений. — ДАН СССР, 1968, т. 182, № 5, с. 1026—1028; Гольдштик М. А., Кутателадзе С. С. Вычисление константы пристенной турбулентности. — ДАН СССР, 1969, т. 185, № 3, с. 535—537; Кутателадзе С. С. Консервативные свойства пристенной турбулентности. — ТОХТ, 1971, т. V, № 1, с. 3—12; Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М., «Наука», 1972; Кутателадзе С. С. Пристенная турбулентность. Новосибирск, «Наука», 1972.

профилей реализуется наиболее устойчивый в некотором смысле, то можно построить теорию осредненного турбулентного течения в окрестности твердого тела без каких-либо эмпирических коэффициентов.

Таким образом, одним из фундаментальных направлений развития теории турбулентности, по-видимому, становится анализ гидродинамической устойчивости осредненного турбулентного течения в целом.

В заключение упомянем о совсем новой идее, связанной с проблемой общего описания турбулентности¹⁹. В указанной работе делается попытка перенести в теорию турбулентности свойства подобия термодинамических систем с сильно взаимодействующими флуктуациями. Новые методы анализа пристенной турбулентности привели к открытию ряда новых эффектов, имеющих чрезвычайно важное прикладное значение. Здесь мы ограничимся двумя примерами.

Экспериментально был подтвержден и изучен предсказанный теорией пограничного слоя с исчезающей вязкостью эффект оттеснения турбулентного пограничного слоя от проникаемой поверхности. Созданные методы расчета позволили охватить многочисленные течения со сложными граничными условиями, включая физико-химические превращения и проблему ламинаризации пограничного слоя.

Турбулизация плазменного шнура в электродуговых плазмогенераторах приводит к существенно новым конструктивным решениям соответствующих агрегатов для высокотемпературной химической технологии.

Взаимодействие турбулентных течений с электромагнитными полями и турбулентность в диспергированных средах являются в настоящее время предметом новых разделов физической гидромеханики.

¹⁹ Кузьмин Г. А., Поташинский А. З. Гипотеза подобия и гидродинамическое описание турбулентности.— «Журнал экспериментальной и теоретической физики», 1972, т. 62, № 3, с. 1175—1184.

ПЕРВЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ОШИБКАХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В. А. ГУРИКОВ

Первой погрешностью оптических систем, с которой столкнулись ученые, была сферическая абберация. Продольная сферическая абберация для случая вогнутого сферического зеркала была известна еще Ибн ал Хайсаму (Альхазену) в X в. н. э.¹ Кроме того, уже в античности было известно, что только в параболическом зеркале падающий параллельный пучок лучей собирается в одной точке и именно зеркало такой формы обладает наибольшей зажигательной силой. Это означает, что параболическое зеркало не имеет сферической абберации. Строгое математическое доказательство наличия продольной сферической абберации было дано в XIII в. Роджером Бэконом².

Вопросы аббераций оптических систем встречаются в XV в., у Леонардо да Винчи. В его манускриптах немало рисунков, на которых изображены каустические кривые. Им же дается экспериментальный метод определения аббераций, напоминающий некоторые формы современных абберометров³. Математическое определение продольной сферической абберации вогнутого сферического зеркала можно найти и в сочинении Франческо Мавролико «*Photismi de lumine et umbra*»⁴.

После создания в конце XVI — начале XVII в. телескопа вопрос об абберациях оптических систем встает с особенной остротой. Кроме того, широкое распространение телескопов и использование их в качестве научного инструмента в астрономии предъявляет новые требования к качеству изображения. Это приводит к необходимости изыскания методов исправления аббераций оптических систем.

Сферическую абберацию в XVII в. пытались исправить в основном двумя способами: использованием асферических поверхностей (Рене Декарт, Христиан Гюйгенс) и увеличением длины трубы (фокусного расстояния) телескопа.

Первый способ не нашел в XVII в. практического применения, так как даже в наши дни изготовление линз с асферическими поверхностями встречает большие трудности. Вместе с тем именно в XVII в. были разработаны интересные методы расчета асферических поверхностей линз. Так, например, VIII глава «Диоптрики» Р. Декарта посвящена вопросу расчета геометрических поверхностей оптических линз, свободных от сферических аббераций. Комбинируя гиперболические и эллиптические поверхности со сферическими, Декарт с помощью двух линз полностью исправляет сферическую абберацию для произвольного положения предмета.

Несколько позже Декарт нашел более общее решение вопроса исправления сферических аббераций, заменив две линзы одной с преломляющей поверхностью четвертого порядка⁵. В этом смысле мы вправе считать Декарта основоположником асферической оптики. Указанные выше поверхности получили в дальнейшем название «декартовых овалов».

Второй из указанных выше способов исправления сферической абберации нашел в XVII в. довольно широкое практическое применение в конструкциях крайне длинных телескопов. Польский астроном И. Гевелий построил в Данциге телескоп длиной в 150 футов (около 50 м) и вынужден был соорудить для него специальную башню⁶ (рис. 1). Для упрощения технических трудностей, возникающих при постройке таких

¹ *Bibliotheca Mathematica*. Folge 3, B. 10. H. 1, 1910, S. 293.

² *Bacon R. Opus Majus*, B. I. Frankfurt-am-Main, 1964, S. 115; B. II, S. 488.

³ *Leonardo da Vinci*. Codice Arundel, F. 87. См. *Вавилов С. И.* Собр. соч., т. III, М., Изд-во АН СССР, 1956, с. 244.

⁴ *Maurolico Francesco da Messina*. *Photismi de lumine et umbra*. Neapoli, 1611.

⁵ *Декарт Р.* Рассуждение о методе с приложениями. Диоптрика, метеоры, геометрия. М., Изд-во АН СССР, 1953, с. 155, 156.

⁶ *Hevelius J. Machinae Coelestis*. Dantzig, 1673, p. 379—419.