менить в качестве горючего для пирэолофора смесь каменного угля и смолы, а позже и нефти.

Но еще более замечательные мысли С. Карно, прямым образом связанные с двигателем Ньепсов, содержатся в следующих словах того же примечания: «Нам казалось бы более выгодным действовать не как господа Ньепсы, а сперва сжать воздух насосом, затем пропустить его через вполне замкнутую топку (камеру сгорания.— *Н. Р.*), вводя туда маленькими порциями топливо, при помощи приспособления, легко осуществимого; затем заставить воздух выполнить работу в цилиндре с поршнем или в любом другом расширяющемся сосуде и, наконец, выбросить его в атмосферу или заставить пойти к паровому котлу для использования оставшейся температуры» [7, с. 60].

Критикуя двигатель братьев Ньепсов, С. Карно предлагал совершенно новый принцип действия двигателя внутреннего сгорания, на котором в дальнейшем и был основан двигатель, осуществленный немецким инженером Р. Дизелем (предусматривая даже утилизацию отходящих газов). На это обстоятельство, видимо, впервые обратил внимание известный физик и химик В. Оствальд при переводе книги С. Карно для издаваемой им серии «Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften» (№ 37). Вслед за ним на это замечание С. Карно стали ссылаться и специалисты-теплотехники. В частности, это сделал видный советский дизелестроитель В. Ю. Гиттис, который начал свой обзор развития главных идей и конструкций двигателя Дизеля с указания на цитировавшееся нами место из книги С. Карно [8, с. 37]. Так же поступал в своих работах и теплотехник и историк теплотехники А. А. Радциг, отмечавший и работу Дизеля над созданием двигателя, работавшего на твердом минеральном топливе [4, с. 259; с. 43—44]. Наконец, эта идейная связь развития двигателя братьев Ньепсов с последующим развитием двигателя внутреннего сгорания (в частности, двигателя Дизеля) обстоятельно прослеживается в полноценной научно-биографической книге советского писателя Л. И. Гумилевского [9].

Литература

1. Descriptions des machines et procédés specifiés dans les brevets d'invention de perfectionnement et d'importation etc. № 507. Paris, 1824.
2. La veriré sur l'invention de la photographie. Nicéphore Niépce, sa vie, ses traveaux d'aprés sa correspondance et autres documents inedits, par Victor Fouque... Chalon-sur-Saône, 1867.
3. Документы по истории изобретения фотографии.— Тр. Арх. АН СССР. Вып. 7. Переписка Ж. Н. Ньепса, Ж. М. Дагера и др. лиц. Редакция и вводная статья чл.-кор. АН СССР Т. П. Кравца. М.— Л., 1949.
4. *Радциг А. А.* История теплотехники. М.— Л., 1936.
5. *Раскин Н. М.* Ньепс, Дагер, Тальбот. Л., 1967.
6. *Радциг А. А.* Сади Карно и его «Размышления о движущей силе огня».— Архив истории науки и техники. Вып. 3. М.— Л., 1934.
7. *Карно С.* Рассуждения о движущей силе огня. М., 1923, с. 60.
8. Успехи современного дизелестроения (Под ред. Гиттиса В. Ю.) Л., 1924, с. 37.
9. *Гумилевский Л. И.* Рудольф Дизель. Сер. ЖЗЛ. М., 1935.

Научные сообщения

НОВОЕ О ДРОБЯХ В «КНИГАХ СОШНОГО ПИСЬМА»

А. К. СВИРЛОВА

«Книги сошного письма» рассматривались многими историками математики как источники по истории геометрии. Так, в «Истории отечественной математики» [1] и в «Истории математики в России до 1917 года» [2] этим книгам уделено значительное внимание в связи с вопросом о вычислении в древней Руси площадей плоских фигур. Наиболее подробно эти книги были рассмотрены в работе И. Г. Спасского [3], целью которой было показать существование инструментального счета на Руси до появления письменного счета.

В данной статье ставится задача показать, что наряду с двумя уже описанными в историко-математической литературе способами записи дробей в «книгах сошного письма» встречается третий, нигде ранее не отраженный.

«Сошным письмом» на Руси называлась система податного обложения. Это название происходит от слова «соха», обозначавшего единицу измерения труда и его ценности. Первые упоминания о «сохе» в летописях относятся к 885 г. Н. М. Карамзин в «Истории Государства Российского» приводит из нее следующие слова: «Радимичи, жители берегов сожских, добровольно согласились давать Россиянам то же, что Козарам: по шлягу или мелкой монете с каждой сохи» [4, с. 82].

Позже, в 1275 г., великий князь Василий Ярославич привез дань хану «по полугривне с сохи, а в сохе числиша 2 мужи работнии» [5, с. 51].

Первоначально «соха» имела самое обширное значение. Так, в Новгородской договорной грамоте, написанной около 1437 г., московский князь определяет размер «сохи» следующим образом: «В соху два коня да третье припряж, да тшань кожевничской за соху, невод за соху, лавка за соху, плуг да две сохи, кузнец за соху, четыре пешцы за соху, лодья за две сохи...» [6, с. 24] *.

При начислении налога с землевладельцев «соха» приравнивалась к некоторой площади земли. Никоновская летопись 1478 г. описывает ответ новгородцев на вопрос Ивана III, «что их соха?», следующим образом: «...три обжи соха, а обжа один человек на одной лошади орет; а кто на трех лошадях и сам третей орет, ино то соха» [7, с. 184] **.

В Московском государстве «сохой» называли условную меру площади земли, зависящую от принадлежности владельца к той или иной социальной категории и от качества земли. В одной из рукописей из собрания Ундольского эта зависимость выражена таблицами [8] ***.

Единицей измерения земли в «сошном письме» была «четь» (сокращенное «четверть»), равная половине десятины.

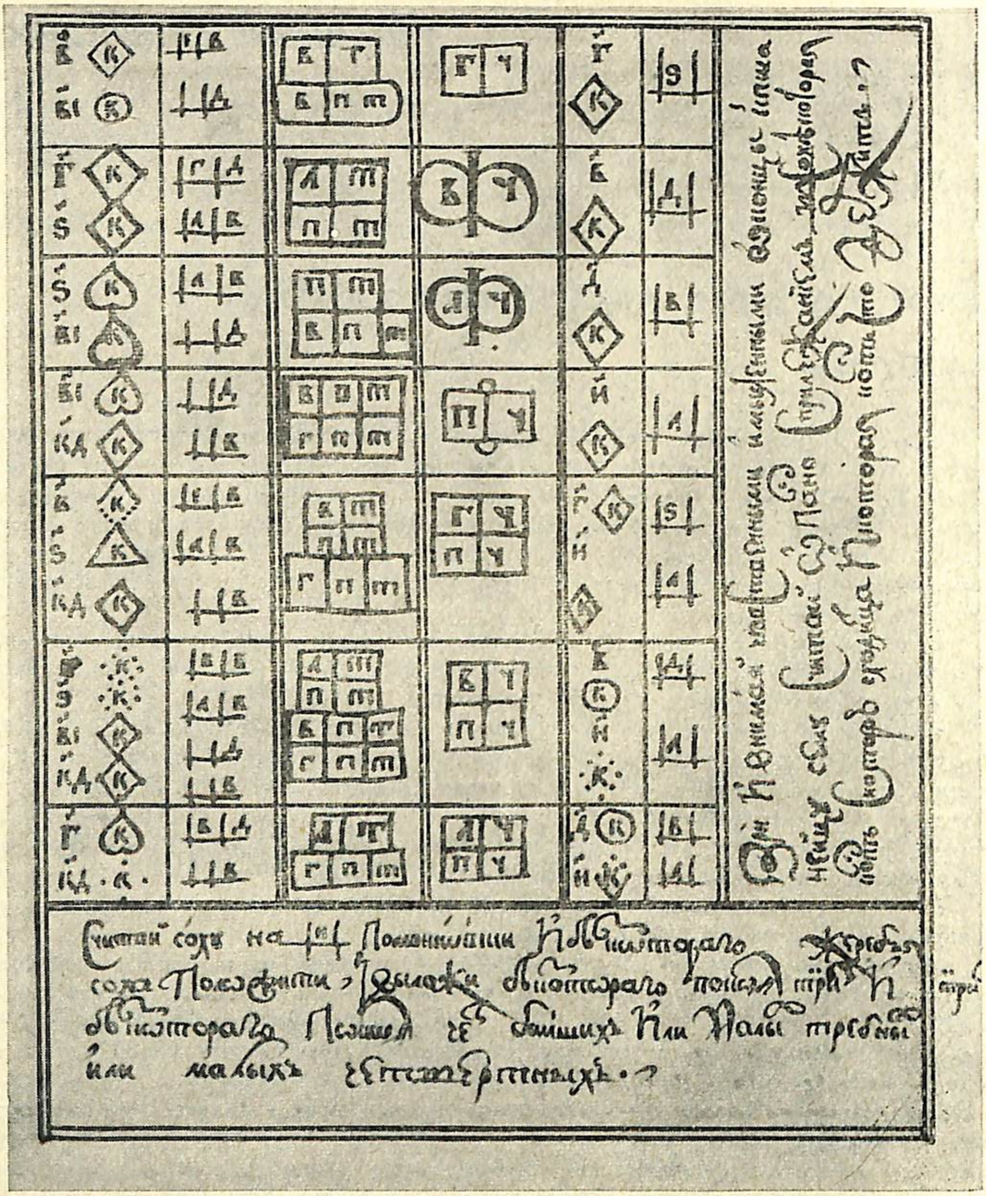
В посадских землях «сохи» измерялись не «четями» пашни, а дворами. В царской грамоте 1589 г. записано: «А у Соли на посаде, по вашему письму, живущих черных триста тридцать четыре двора, а людей в них тож; а сошного письма пять сох с третью

---

* Здесь «тшань», первоначально «дщань» (от дощаный) — деревянная кадка большого размера, позднее «чан». Пешцы — пешие воины.

** Обжа — единица пахотной земли.

*** Славянские буквы обозначают здесь следующие числа: $\widetilde{\Phi}$ — 500, $\widetilde{\chi}$ — 600, $\widetilde{\Psi}$ — 700, $\widetilde{\omega}$ — 800, $\underset{\neq}{\tilde{a}}$ — 1000, $\underset{\neq}{\widetilde{ac}}$ — 1200.



Фрагмент «Книги сошного письма»

и полполполтретью сохи, а кладено в соху по шестидесят по два двора и полполтрети двора» [6, с. 146]. «Соха» была весьма крупной податной единицей, так что практически приходилось иметь дело со сравнительно мелкими долями «сохи». В данном случае жителям посада надо было рассчитать налог с одного двора, в то время как в «соху» «положено» $62 \frac{1}{12}$ двора. В случае монастырских земель на «соху» приходилось еще больше дворов. В одной из рукописей записано: «А монастырских земель велено класть по 6 дворов крестьянских, да по 3 двора бобыльских. Обоего дворов крестьянских и бобыльских по 9 дворов в четверти» [9] *. Так как для монастырских земель на одну «соху» приходится 600 четвертей хороших земель, то в этом случае на «соху» приходится 5400 дворов. По этой причине «Книги сошного письма» содержат результаты вычислений налогов в основном на доли «сохи».

* Бобыль — крестьянин без пахотной земли.

Поместные земли	Добрые земли	Средние земли	Худые земли
Соха	ѡ̃ чет.	҂а̃ чет.	҂ас̃ чет.

Монастырские земли	Добрые земли	Средние земли	Худые земли
Соха	χ̃ чет.	ψ̃ чет.	ѡ̃ чет.

Черные волости	Добрые земли	Средние земли	Худые земли
Соха	Ф̃ чет.	χ̃ чет.	ψ̃ чет.

(1)

Целые числа в «книгах сошного письма» записывались славянской буквенной нумерацией.

Дроби записывались тремя способами: 1) словами, как то: «треть», «полтрети», «полполтрети» или «третник», «полтретника», «полполтретника», «полполполтретника» или, что то же самое «малый третник», «пол малого третника»; «четь», «пол чети», «полполчети», «полполполчети» или «четверик» или «малая четь», «полчетверика», «полполчетверика», «полполполчетверика» или малый четверик», «две чети», «три чети», «две трети»; 2) числами, записанными славянской буквенной нумерацией, и словом «треть» или «четь», например «а̃ треть», «а̃ четь», «в̃ трети», «в̃ чети», «Г̃ чети» *; 3) комбинациями чисел, записанных буквенной нумерацией, и первых букв слов «треть», «четь» и «половина», записанных в решетке, т. е. соответственно $\boxed{\text{Т}}$, $\boxed{\text{Ч}}$, $\boxed{\text{П}}$.

Число, записанное славянской алфавитной нумерацией, перед словами «треть» и «четь» означает коэффициент, а число, записанное славянской алфавитной нумерацией, перед «пол» означает число множителей, равных $\frac{1}{2}$.

Например,

$$\boxed{\text{а | Т}} = \frac{1}{3};\ \boxed{\text{В | Т}} = \frac{2}{3};\ \boxed{\text{В | П | Т}} = \frac{1}{2\cdot 2\cdot 3} \qquad (2)$$

$$\boxed{\text{Г | П | Т}} = \frac{1}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 3};\ \boxed{\text{Г | П | Ч}} = \frac{1}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 4};\ \boxed{\text{П | Т}} = \frac{1}{2\cdot 3};\ \ldots\ [9]$$

Числители во всех этих дробях равны единице, исключением являются две дроби — $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$. Знаменатели дробей в «книгах сошного письма» записываются в виде $4\cdot 2^n$ или $3\cdot 2^n$ при $n=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Дроби других видов представлялись в виде сумм и разностей указанных дробей, сложение обозначается словами «и», «да» и «с»: «четверик и полполтретника», «осмина с четвериком», «четь сохи да пол полтрети сохи» [10].

Сложение обозначалось также записью дробей друг под другом (сумма указывается справа). Здесь воспроизводится факсимиле страницы, где применяется указанное сложение.

$$\boxed{\begin{array}{c|c|c} \text{В} & \text{П} & \text{Т} \\ \hline \text{Г} & \text{П} & \text{Т} \end{array}} \quad \boxed{\text{П | Ч}}, \qquad (3)$$

$$\text{т. е. } \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8}, \text{ или}$$

$$\boxed{\begin{array}{c|c|c} & \text{а} & \text{Т} \\ \hline & \text{П} & \text{Т} \\ \hline \text{В} & \text{П} & \text{Т} \\ \hline \text{Г} & \text{П} & \text{Т} \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c|c} \text{В} & \text{Ч} \\ \hline \text{П} & \text{Ч} \end{array}}, \text{ т. е. } \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{2}{4} + \frac{1}{8}\ [9] \qquad (4)$$

---

* Славянские буквы обозначают следующие числа: а̃ — 1, В̃ — 2, Г̃ — 3.

Действие вычитания дробей записывается с помощью слова «без», например «четверть без полчетверика», «осьмина без четверика и полполполтретника» [10], записи разностей:

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{64} \text{ и } \frac{1}{8}-\frac{1}{32}-\frac{1}{96}. \tag{5}$$

Дроби с числителем, не равным единице, записывались в виде суммы или разности:

$$\frac{21}{24}=\frac{3}{4}+\frac{1}{8};\ \frac{7}{8}=\frac{3}{4}+\frac{1}{8}; \tag{6}$$

$$\frac{11}{192}=\frac{1}{64}+\frac{1}{24};\ \frac{5}{48}=\frac{1}{4}-\frac{1}{16}-\frac{1}{12};\ \frac{15}{24}=\frac{2}{4}+\frac{1}{8};\ \frac{7}{96}=\frac{1}{32}+\frac{1}{24}\quad [11].$$

В «книгах сошного письма» целые числа записывались рядом с дробями:

$$\begin{array}{l|l} \boxed{\text{а}\,|\,\text{Т}}\,\tilde{\text{г}}\ \text{К} & \boxed{\text{Г}\,|\,\text{П}\,|\,\text{Т}}\,\widetilde{\text{кд}}\ \text{К} \\ \boxed{\text{П}\,|\,\text{Т}}\,\tilde{\text{ѕ}}\ \text{К} & \boxed{\text{В}\,|\,\text{П}\,|\,\text{Т}}\,\widetilde{\text{вi}}\ \text{К} \end{array}, \tag{7}$$

т. е. в наших обозначениях $\frac{1}{3}3$ К, $\frac{1}{6}6$ К, $\frac{1}{24}24$ К, $\frac{1}{12}12$ К.

Здесь К — первая буква слова «кость».

Термин «кость» в «книгах сошного письма» применяется в нескольких значениях: доля, часть, дробь, элемент счета, количество. Уже в самом названии статей «книг сошного письма» видна связь термина «кость» со счетом: «В сохе которая кость с которой сходится и которая кость, что держит», «Книга выкладная костьми сошному и вытному письму...», «Указ как класть костьми сошную кладь» и т. п.

В записках немца Генриха Штадена, находившегося в России с 1564 по 1576 г., есть упоминание о счете при помощи «костей»: «В Русской земле счет ведут при помощи сливяных косточек» [12, с. 83].

Олеарий, путешествовавший «по Московии» в XVII в., также ссылается на этот способ счета.

По поводу «костей» в одной из рукописей, принадлежащей Государственному Эрмитажу, о дроби $\frac{1}{384}$ говорится: «...а тех костей будет в сохи 384 и такая кость в сошное и вытное письмо не кладется...» [3, с. 346] *. По-видимому, эта кость не «кладется» в «письмо», так как соответствующая ей дробь является слишком мелкой единицей.

В случае, когда дробь имеет числитель, не равный единице, перед словом К ставится число единиц в числителе. Например,

$$\boxed{\text{Г}\,|\,\text{Ч}}\,\tilde{\text{г}}\ \text{К},\ \boxed{\text{В}\,|\,\text{Т}}\,\tilde{\text{в}}\ \text{К}, \tag{8}$$

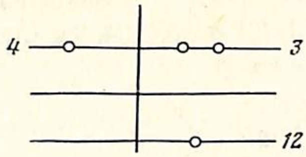
т. е. $\frac{3}{4}=3$ К, $\frac{2}{3}=2$ К.

Сложение дробей в «книгах сошного письма» иллюстрируется чертежами «на линиях».

Например, сложение: «Две трети сохи, да четь сохи, да полполтрети сохи. Та же стала целая соха», т. е. $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=1$, иллюстрируется чертежом [13]. (9)

---

* Здесь «выть» — податная единица, более мелкая, чем «соха»; «вытное письмо» — система податного обложения.



(10)

Такие действия с дробями требовали регулярных приемов преобразования одних долей «сохи» в другие. При сравнении дробей возникает понятие общей меры, а значит, и ее содержания в каждой из сравниваемых дробей. Это, в частности, иллюстрируется словами: «которая кость с которой сходится и которая кость, что́ держит».

В «книгах сошного письма» соотношения между различными дробями устанавливаются таблицами.

В четверти

Г҃ третника	Ѕ҃ полутретников
В҃І полполутретников	К҃Д полполполутретников

В осмине

В҃ полуосмины	Д҃ четверика
И҃ получетвериков	Ѕ҃І полполучетвериков
Л҃В полполполучетвериков	

Г҃ полутретника	Ѕ҃ полполутретников
В҃І полполполутретников	

В полуосмине

В҃ четверика	Д҃ получетверика
И҃ полполучетвериков	Ѕ҃І полполполучетвериков

В полуосмине

Г҃ полполутретника	Ѕ҃ полполполутретников
В четверике	
В҃ получетверика	Д҃ полполучетверика
И҃ полполполучетверика	
Г҃ полполполутретника	

В третнике

В҃ полутретника	Д҃ полполутретника
И҃ полполполутретников	

Зная, что осьмина $= \frac{1}{8}$, третник $= \frac{1}{12}$, четверик $= \frac{1}{32}$ можно записать соотношения между дробями в этих таблицах в виде

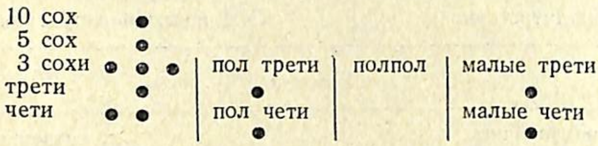
$$\frac{1}{4} = 3 \cdot \frac{1}{12} = 6 \cdot \frac{1}{2 \cdot 12} = 12 \cdot \frac{1}{2^2 \cdot 12} = 24 \cdot \frac{1}{2^3 \cdot 12} \text{ и т.п.}$$

По-видимому, эти таблицы давали возможность производить арифметические действия с дробями.

«Сошная кладь» и «счет на линиях» из рукописей, посвященных арифметическим вопросам вычислений, полностью перешли и в общеарифметические руководства, распространенные на Руси в XVI—XVII вв.

Так, например, в «цифирных счетных мудростях» есть статья «Указ как класть костьми сошную кладь», в которой рекомендуется начертить «... мелом или чем ни будет Е҃ (5) черт вдоль. И клади меж чертами трети и полутрети, и половину полутрети, и малые трети, и четверти, и получетверти, и половину получетверти как какая смета прилучится» [14].

Далее следует чертеж



На этом чертеже выполняется сложение следующих чисел:

$$18 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{2}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{32}.$$

Ответ записан словами: «Ино станет всего 19 с полу третью и малая четь сохи» [14].

В рукописях есть упоминания, говорящие о том, что на Руси умели выполнять действия с дробями на инструменте «счет костьми».

«Ино тебе тут надобе свести трети и четверти и малые доли в один перечень, как и трети с полутретью. Станет пол сохи» [14].

Вероятно, для этой цели и служили таблицы соотношений между «четью» и «полполчетью», «четью» и «третником» и его долями.

Известный исследователь истории русских счетов И. Г. Спасский писал: «Удельный вес „Книги сошному письму“ в „Счетной мудрости“ очень велик, а перешедший из нее материал относится к числу ее древнейших составных частей...» [3].

Это предварительное изучение таблиц «книг сошного письма» позволяет утверждать, что на Руси для дробей имелись обозначения с помощью славянской нумерации, а действия с дробями производили при помощи счета «костьми на линиях».

Литература

1. История отечественной математики. Киев, 1966, т. 1.
2. *Юшкевич А. П.* История математики в России до 1917 года. М.: Наука, 1968.
3. *Спасский И. Г.* Происхождение и история русских счетов.— Историко-математические исследования, М., 1952, вып. 5.
4. *Карамзин Н. М.* История Государства Российского. М., 1903, т. 1.
5. *Татищев В. Н.* История Российская. М.— Л., 1965, т. 5.
6. Акты, собранные в библиотеках и архивах Российской империи археографической экспедицией. СПб., 1836, т. 1.
7. Полное собрание русских летописей. СПб., 1901, т. 12.
8. Рукопись Государственной библиотеки СССР им. В. И. Ленина (в дальнейшем ГБЛ), ф. 310, № 1335.
9. Рукопись ГБЛ, ф. 29, № 64, л. 4 об.
10. Рукопись ГБЛ, л. 5, 6.
11. Рукопись ГБ, л. 6.
12. *Штаден Г.* О Москве Ивана Грозного. Записки немца-опричника. Л., 1925.
13. Рукопись Государственного Эрмитажа. «Книга сошному и вытному письму...», л. 103.
14. Рукопись ГБЛ СССР, ф. 178, № 982, л. 176.

ГАЛИЛЕЙ И ЕГО СРЕДНЕВЕКОВЫЕ ПРЕДШЕСТВЕННИКИ

(К вопросу о формировании научных принципов Галилея)

В. С. ШИРОКОВ (г. Горький)

Вопрос о научных предшественниках Галилея, тесно связанный с проблемами научной революции XVI—XVII вв., привлекал внимание многих исследователей [1—5]. Хотя сходство между выводом свойств униформно-диффорного (т. е. равномерно-неравномерного) изменения, данным средневековыми учеными (мертонцы *, Орем и др.), и выводом законов падения тел, данным Галилеем, очевидно, сам Галилей нигде не ссылается на средневековых авторов. В. П. Зубов справедливо писал о том, что Галилей оперирует такими понятиями, как «бесконечное множество градусов скорости», «бесконечное множество точек», «бесконечное множество линий», «совокупность и сумма la massa e la somma всей скорости», «совокупность и агрегат стольких же градусов скорости» и т. д., т. е. понятиями, которые, если рассматривать их в узкоматематическом смысле, близки к использованным [2, с. 145]. К такому же выводу приходит и М. Клагет: «Определения мгновенной скорости, униформного ускорения и др., данные Галилеем, являются почти точными копиями мертонских» [4, с. 252].

Как известно, в основе вывода Галилеем законов падения тел лежат следующие положения: 1. Изображение равноускоренного движения, начинающегося с нуля, треугольником, а равномерного — параллелограммом (фактически — прямоугольником), причем время соответствует вертикальному отрезку. 2. Рассмотрение бесконечного множества градусов скорости, «приобретенных за бесконечное множество мгновений, заключенных в промежутке времени... и соответствующих бесконечному множеству точек, содержащихся в линии» [2, с. 144]. 3. Приравнивание бесконечного множества градусов скорости площади треугольника. «Чтобы представить бесконечное множество градусов скорости... нужно мысленно провести бесконечное множество все меньших и меньших линий... такое бесконечное множество линий дает нам в конце концов (in ultimo) площадь треугольника» [2, с. 144]. 4. Сравнение площадей геометрических фигур, представляемых всегда состоящими из бесконечного множества отрезков. 5. Предположение, что одно бесконечное множество в два раза больше другого: параллели параллелограмма, «поскольку их бесконечно много, будет вдвое больше бесконечного множества параллелей треугольника» [2, с. 147].

Все эти положения имеются в трактатах средневековых ученых, однако нет ни одного известного нам средневекового доказательства, «мертонского правила», основанного одновременно на всех этих принципах. Прав В. П. Зубов, утверждая, что геометрическая суть доказательства у Галилея остается той же, что у Орема. Однако «костяк» логической аргументации обнажен: Галилей пытается глубже вникнуть в исходные принципы аргументации, раскрыть то, что у его предшественников лишь предполагалось [2, с. 144].

Все сказанное относится к итоговым сочинениям Галилея: «Диалогу о двух главнейших системах мира» (1632 г.), «Беседам и математическим доказательствам, касающимся двух новых отраслей науки» (1638 г.). Однако для того, чтобы решить вопрос о связи Галилея со средневековой наукой, следует обратиться к его ранним трактатам.

Охарактеризуем кратко основные результаты средневековой математики и механики. Поскольку в эту эпоху исследования были связаны с понятием переменной величины и функциональной зависимости (которая понималась мертонцами как градус или интенсивность качества, а Буриданом и Оремом и их последователями — как связь между геометрическими величинами), то эти исследования необходимо включали в себя инфинитезимальные представления. Были отмечены некоторые свойства бесконечно малых и бесконечно больших величин (Суисет, Орем) **. Понятие бесконечности подверглось более тонкому логическому анализу, чем ранее; было сделано четкое разграничение между понятиями потенциальной и актуальной бесконечности (Хейтесбери, Суисет, Буридан, Григорий из Римини). Были сформулированы определения мгновен-

* Т. е. представители Мертон-колледжа Оксфордского университета.

** О названных ученых, а также о средневековых теориях см. следующую литературу [3—6, 8, 9].