О ТЕОРИИ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ ПАППА АЛЕКСАНДРИЙСКОГО

Г. В. ТРЕЛЬ (Ковров)

Наклонная плоскость является наиболее простым устройством для подъема тяжелых грузов и применяется человечеством в виде естественных или специально сооружаемых наклонных дорог и насыпей с незапамятных времен.

При раскопках вблизи египетской пирамиды Хафра (Хефрена), построенной в XXVI в. до н. э., были обнаружены остатки наклонной дороги длиной 494,6 м, с наклоном $\sim 5{,}3°$ [1]. Рядом с пирамидой Медума были найдены остатки нескольких участков наклонной насыпи с максимальным наклоном до 17°. Один из ее участков состоял из двух слоев, нижний из которых имел наклон 10°, а верхний — 12° [2]. Увеличение наклона может служить подтверждением того, что наклонные насыпи применялись не только для транспортировки каменных блоков к месту строительства, но и для подъема их на строившуюся пирамиду. По мере увеличения высоты пирамиды должна была увеличиваться и высота наклонной насыпи, что легче всего обеспечивается некоторым увеличением наклона насыпи без увеличения ее длины.

Для уменьшения сопротивления при перетаскивании волокуш с грузами древние строители дороги покрывали слоем глины и при движении волокуш поливали его водой [2, 3]. Предполагается, что при подъеме каменных блоков непосредственно по наклонным стенкам пирамид поверхности скольжения смазывались жиром [4]. В древнем Китае поверхности наклонных судовозных дорог для перетаскивания судов через плотины Великого канала смазывались сырой глиной [5]. Это говорит о том, что многовековая практика применения наклонной плоскости для подъема грузов позволила древним строителям не только хорошо изучить ее свойства, но и разработать способы облегчения транспортировки грузов.

В те давние времена переноска и перетаскивание грузов производились непосредственно людьми. До нас дошли письменные источники древнего мира с расчетами объемов материалов [2, 4, 6] и числа людей [7], необходимых для возведения различных насыпей. Опыт показывал, что при переходе с горизонтального участка дороги на наклонный с подъемом необходимо увеличивать тянущее усилие за счет увеличения числа людей, и тем больше, чем больше угол подъема. Организация работ по транспортировке большого количества тяжелых грузов выдвигала задачу расчета необходимого минимального числа людей, способных тащить определенный груз по определенной наклонной плоскости. Первым, кто в общем виде сформулировал и пытался решить эту задачу, был Папп Александрийский. В 10-й главе восьмой книги его «Математического собрания» [8] изложены теоретическое доказательство и числовой пример решения.

На протяжении последних четырех веков теория наклонной плоскости Паппа оценивается только отрицательно. В трактате Галилея «Механика» [9], читаем: «По моему мнению, он не достиг цели, а запутался в им же выдвинутом положении, когда допустил, что груз должен перемещаться в горизонтальной плоскости при помощи определенной силы, а это неверно, поскольку не требуется ощутимой силы (если отбросить случайные помехи, которые теоретически не принимаются в расчет) для перемещения данного груза в горизонтальном направлении; так что напрасно было затем искать, какой силой груз перемещается по наклонной плоскости».

Через 250 лет после Галилея В. Уэвелль в трехтомной «Истории индуктивных наук от древнейшего и до нашего времени» пишет о теории Паппа [10]: «Его проблема теми самыми выражениями, в которых она предложена, показывает недостаток ясного понимания предмета.. Задача предлагается без предварительного определения того, как надо измерять силы, производящие такое действие (движение груза по наклонной плоскости.— *Г. Т.*), и как будто ничего не надо сказать и о том, с какой скоростью совершается предполагаемое движение и каково свойство поверхности, на которой происходит это движение. В своем настоящем виде эта проблема состоит в следующем: „Найти силу, которая должна поддерживать тело на наклонной плоскости", и решение Паппуса, без сомнения, гораздо больше относится к этой проблеме, чем к той, какая выставлена им самим».

В «Истории физики» Ф. Розенбергера, написанной 70 лет спустя после указанной работы В. Уэвеля, находим следующую характеристику рассматриваемой теории Паппа [11]: «Ему не удается вывести действия наклонной плоскости из закона рычага главным образом потому, что он не умеет отличать действия трения от действия тяжести; но при тогдашнем положении науки о движении этих сведений и нельзя было иметь.. Он обошел бы затруднения, не позволявшие ему найти ответа, если бы спросил, какая часть веса тела нужна для того, чтобы удержать последнее на наклонной плоскости».

Эти отрицательные оценки разделяются и другими авторами [12, 13]. Как не вызывающие сомнений они вошли в учебные пособия [14, 15]. Считается, что основная причина неудачи Паппа кроется в компилятивности его труда [1, 13]. Однако существует и другое мнение — что именно эта теория, бесспорно, принадлежит Паппу [12].

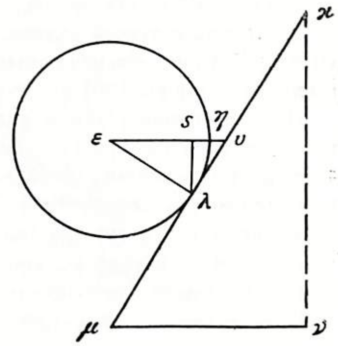

Рис. 1

Авторы отмеченных оценок исходят из того, что Папп пытался решить задачу по определению силы, уравновешивающей груз на наклонной плоскости. Фактически Папп решал задачу по определению минимального числа людей, способных втащить известный груз по заданной наклонной плоскости. Причина непонимания Паппа, по-видимому, заключается в том, что латинское «potentia» переводилось словом «сила», как, например, это выполнено в [13, 16]. Во времена Паппа понятия «сила» (в современном понимании) еще не существовало. Этому латинскому термину по смыслу рассматриваемой задачи больше соответствует термин «человеческая сила», понимаемый как способность человека преодолевать определенное сопротивление, возникающее при перетаскивании им груза по горизонтальной плоскости. В работе [17] отмечено, что подобное понятие силы еще сохраняется в термине «лошадиная сила».

Все отмеченные выше отрицательные оценки теории Паппа носят чисто качественный характер. Для количественной оценки этой теории ниже приведено ее изложение с учетом последнего замечания на основе текста, приведенного в издании [8].

«Даны груз, который по горизонтальной плоскости способно тащить известное число человек, и наклонная плоскость, составляющая с горизонтальной известный угол. Требуется найти, сколько человек смогут втащить этот груз по наклонной плоскости.

Пусть даны горизонтальная плоскость, проходящая через прямую $\mu\nu$ (рис. 1), с наклонной, проходящей через прямую $\mu\varkappa$, угол $\varkappa\mu\nu$, и некоторый груз α, который могут тащить по горизонтальной плоскости γ человек. Представим себе шар с центром ε, равный по весу грузу α, расположенный на наклонной плоскости $\mu\varkappa$ и касающийся ее в точке λ».

После этого, учитывая равенство углов $\varepsilon\upsilon\lambda$ и $\varepsilon\lambda\zeta$ заданному $\varkappa\mu\nu$, находим отношение $\eta\zeta$ к $\varepsilon\zeta$. Исходя из того, что центр тяжести груза α находится в точке ε, а центр тяжести дополнительного груза β, уравновешивающего α относительно точки подвеса ζ,— в точке η, получим, что $\eta\zeta$ относится к $\varepsilon\zeta$, как груз α к уравновешивающему грузу β или как число γ человек к числу δ человек. Далее Папп продолжает: «Так как груз α по горизонтальной плоскости способны тащить γ человек, следовательно, груз β по той же плоскости смогут тащить δ человек... Таким образом, груз α по заданной наклонной плоскости смогут втащить γ плюс δ человек».

В числовом примере Папп принимает $\alpha=200$ талантов ($\sim$5180 кг), $\gamma=40$ человек и угол $\varkappa\mu\nu=2/3$ прямого угла (60°). Найдя по таблице хорд Птолемея («Таблица прямых линий в круге» [6]) для угла $\varepsilon\lambda\zeta=60^\circ$ отношение $\varepsilon\eta:\varepsilon\zeta=120:104$ и получив $\eta\zeta:\varepsilon\zeta=16:104$, заканчивает: «Точно так же относятся груз α к грузу β и число человек γ к числу δ. Раз груз $\alpha=200$ талантов по горизонтальной плоскости способны тащить 40 человек, то груз весом 1300 талантов по той же плоскости смогут тащить 260 человек (действительно, $16:104=200:1300=40:260$). Таким образом, если груз α весом 200 талантов по горизонтальной плоскости перетаскивают 40 человек, то по наклонной плоскости, наклоненной к горизонтальной под углом 2/3 прямого, его смогут втащить $40+260=300$ человек».

С математической точки зрения, выкладки Паппа не вызывают сомнений. Однако ряд положений принят им без необходимых обоснований. Так, в тексте задачи [8] не обосновано представление груза в виде тела вращения, несомненно, заимствованное из задачи по уравновешиванию круглого тела на наклонной плоскости без трения, рассмотренной Героном Александрийским [18, 19]. Этот метод равновесия, с помощью которого Папп определяет вес дополнительного уравновешивающего груза, несколько напоминает современный метод решения задачи динамики, когда движущееся тело после приложения к нему сил трения и инерции считается находящимся в статическом равновесии.

Не исключено, что обоснования некоторых положений могли предшествовать рассматриваемому тексту задачи, но при переписке их исключили как не относящихся непосредственно к тексту задачи. Например, положение о пропорциональности числа людей весу грузов, перемещаемых ими по горизонтальной плоскости, в более раннем издании труда Паппа [20] изложено в виде самостоятельной теоремы.

Использование Паппом указанной пропорциональности позволяет считать, что он имел определенное представление об основном законе трения, который впервые экспериментально установил Леонардо да Винчи [21]. В соответствии с этим законом сила сопротивления (сила трения) при перетаскивании тел по горизонтальной плоскости пропорциональна весу этих тел. У Паппа сопротивление при перетаскивании грузов по горизонтальной плоскости, соответствующее по величине числу людей, способных его преодолеть, также пропорционально весу этих грузов.

Количественное сравнение теории Паппа с современной проведем по коэффициентам возрастания усилий при втаскивании груза по наклонной плоскости по сравнению с перетаскиванием его по горизонтальной плоскости. По теории Паппа, этот коэффициент будет равен

$$K_{п}=\frac{\gamma+\delta}{\gamma}=1+\frac{\delta}{\gamma}=1+\frac{\varepsilon\zeta}{\eta\zeta}=\frac{\eta\zeta+\varepsilon\zeta}{\eta\zeta}\ .$$

Дополнив построения Паппа высотой наклонной плоскости $\varkappa\nu$ (рис. 1) и учитывая подобие треугольников $\varepsilon\lambda\zeta$ и $\varkappa\mu\nu$, получим

$$K_{п}=\frac{\varepsilon\eta}{\varepsilon\eta-\varepsilon\zeta}=\frac{\varepsilon\lambda}{\varepsilon\lambda-\varepsilon\zeta}=\frac{\mu\varkappa}{\mu\varkappa-\varkappa\nu}\ .$$

Последнее показывает, что теорию Паппа можно свести к достаточно простому и удобному для пользования на практике правилу: «Для втаскивания груза по наклонной плоскости число людей, способных перетаскивать груз по горизонтальной плоскости, надо увеличить во столько раз, во сколько длина больше разности между длиной и высотой этой наклонной плоскости».

Для сравнения с современной теорией коэффициент возрастания усилий по Паппу приведем к виду

$$K_{п}=\frac{1}{1-\dfrac{\varkappa\nu}{\mu\varkappa}}=\frac{1}{1-\sin\alpha_{н}}\,,$$

где $\alpha_{н}$ — угол наклонной плоскости.

По современной теории, при силе тяги, параллельной наклонной плоскости, коэффициент возрастания усилий определяется зависимостью

$$K_{с}=\frac{\sin\alpha_{н}+f\cos\alpha_{н}}{f}\,,$$

где f — коэффициент трения поверхностей скольжения.

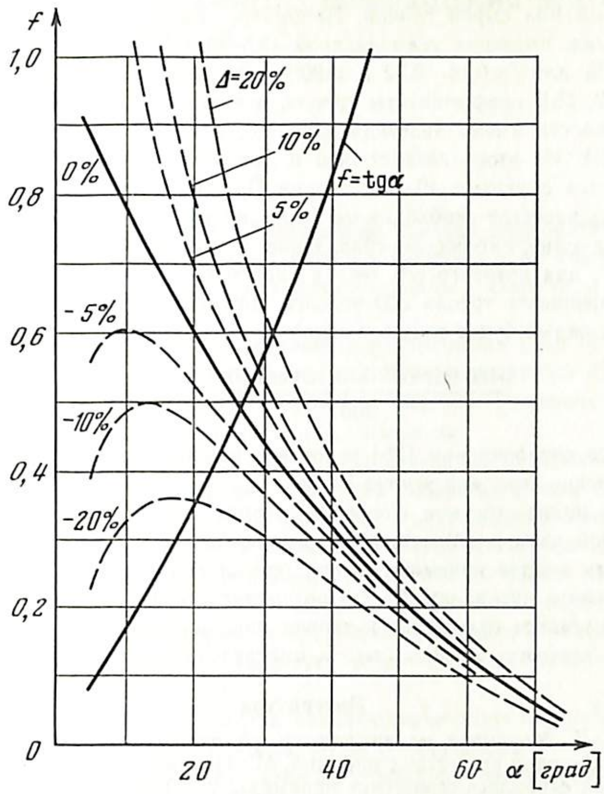

Рис. 2

Представив $K_н = (1+\Delta) K_с$, найдем соотношение между коэффициентом трения f и углом наклонной плоскости $\alpha_н$ в зависимости от отклонений Δ теории Паппа от современной.

Графики этих соотношений при $\Delta = 0 \pm 5 \pm 10 \pm 20\%$ и граница самоторможения $f = \operatorname{tg} \alpha_н$ представлены на рис. 2. Графики показывают, что для самотормозящейся наклонной плоскости ($\operatorname{tg} \alpha_н < f$) с углом до 20° теория Паппа дает ошибку не более $\pm 5\%$ для $f = 0{,}6$—$0{,}7$, не более $\pm 10\%$ — $f = 0{,}5$—$0{,}8$ и не более $\pm 20\%$ — $f = 0{,}35$—$1{,}05$.

Наклонные насыпи, обнаруженные при раскопках вблизи египетских пирамид, имеют углы наклонов до 20° [3, 4]. Коэффициенты статического трения и трения скольжения (в скобках) без специальной смазки для материалов, которые могли применяться при строительстве этих пирамид, имеют следующие величины [22—24]:

дерево по дереву	0,43—0,69 (0,29—0,48)
дерево по камню	0,46—0,60 (0,38)
кирпич по кирпичу	0,53—0,73 (0,3—0,5)
бутовый камень по буту	0,7 —1,2 (0,35)
щебень по щебню	0,8 —1,0 (0,45)
гранит по граниту	— (0,30)
песчаник по песчанику	— (0,37)
каменная кладка по грунту	0,45—0,65 (0,3—0,5)

Это показывает, что теория Паппа для самотормозящихся наклонных плоскостей давала вполне приемлемую для практики точность. Применение самотормозящихся наклонных плоскостей оправдано тем, что в случае остановки груза в процессе подъема не требуется удерживать его от самопроизвольного спуска.

Задача подъема грузов по более крутым несамотормозящимся наклонным плоскостям минимальным числом людей, размещаемых на верхней площадке строящегося сооружения, наилучшим образом может быть решена с помощью смазки поверхностей скольжения жиром или сырой глиной. Например, для подъема по боковым сторонам египетских пирамид, имеющих углы наклона 43,5—56° [2], теория Паппа дает ошибки в пределах $\pm 10\%$ для $f=0{,}14$—$0{,}32$ и $\pm 20\%$ для $f=0{,}125$—$0{,}36$ (рис. 2). По данным справочников [22, 25], коэффициенты трения, в частности, каменной кладки по сырой глинистой поверхности имеют значения 0,25—0,3, а дерево по дереву при смазке жиром — 0,067—0,164. Из этого следует, что и для несамотормозящихся смазанных наклонных плоскостей с углами 40—60° теория Паппа давала вполне достаточную для практики точность расчетов необходимого числа людей.

Отметим еще одно интересное совпадение. В числовом примере Папп принимает угол наклона 60°, для которого его теория дает точное решение при $f=0{,}124$ (рис. 2). При таком коэффициенте трения 300 человек смогут втащить груз по этой наклонной плоскости, если каждый будет тянуть с силой

$$\frac{5180\,(\sin 60^\circ + 0{,}124 \cos 60^\circ)}{300} = 16\ \textit{кг}$$

В соответствии со справочником [26] человек в течение 8 часов может выполнять работу, непосредственно создавая усилие 15 *кг*.

Проведенное количественное сравнение теории Паппа с современной (при силе тяги, параллельной наклонной) плоскости показывает, что для своего времени теория Паппа могла дать вполне приемлемую при организации строительных работ точность расчета необходимого числа людей. Это позволяет считать, что сложившееся в современной науке негативное отношение к теории наклонной плоскости Паппа, основанное на качественных оценках, должно быть в определенной степени пересмотрено.

Литература

1. *Григорьян А. Т.* Механика от античности до наших дней. М.: Наука, 1974, с. 8.
2. *Лауэр Ж. Ф.* Загадки египетских пирамид. М.: Наука, 1966, с. 187.
3. *Кинк Х. А.* Как строились египетские пирамиды. М.: Наука, 1967, с. 85.
4. Natural History, 1970, № 10 (см. За рубежом, 1971, № 7 (556), с. 28; Наука и жизнь, 1973, № 7, с. 77).
5. *Нестерук Ф. Я.* Водное хозяйство Китая.— В кн.: Из истории науки и техники Китая. М.: Изд-во АН СССР, 1955, с. 43.
6. *Нейгебауер О.* Точные науки в древности. М.: Наука, 1968, с. 25.
7. *Березкина Э. И.* О «Математике в девяти книгах».— В кн.: Историко-математические исследования. Вып. X. М.: Гостехтеориздат, 1957, с. 427.
8. *Pappi Alexandrini.* Collectionis quae supersunt. Volumen III. Berolini, F. Hultsch, 1878, с. 1050.
9. *Галилей Г.* Избранные труды. Т. II. М.: Наука, 1964, с. 29.
10. *Уэвелль В.* История индуктивных наук от древнейшего и до нашего времени. Т. I. СПб, 1867, с. 311.
11. *Розенбергер Ф.* История физики. Ч. 1. М.— Л.: ОНТИ, 1937, с. 53.
12. *Eecke P.* La mecanique des grecs d'après Pappus D'Alexandrie.— Scientia, Bologna, 1933, v. 53, № 8, с. 114.
13. *Гуковский М. А.* Механика Леонардо да Винчи. М.— Л.: Изд-во АН СССР, 1947, с. 65.
14. *Моисеев Н. Д.* Очерки развития механики. М.: Изд-во МГУ, 1961, с. 53.
15. *Бублейников Ф. Д., Минченков Е. Я.* Очерк развития классической механики. М.: Учпедгиз, 1961, с. 35.
16. *Бек Т.* Очерки по истории машиностроения. Т. I. М.— Л.: ГТТИ, 1933, с. 31.
17. *Веселовский И. Н.* Вступительная статья и комментарий.— В кн.: Архимед. Сочинения. М.: Физматгиз, 1962, с. 11.
18. *Heronis Alexandrini.* Opera quae supersunt omnia. V. II. Fasc. I. Mechanica et catoptrica Lipsiae (Leipzig), Erstes Buch, 1900 (кн. I, 23), с. 60.
19. *Веселовский И. Н.* Очерки по истории теоретической механики. М.: Высшая школа, 1974, с. 69.
20. *Pappi Alexandrini.* Mathematicae Collectiones. Venetiis, A. Federico Commandino, 1589, с. 313.
21. *Леонардо да Винчи.* Избранные естественнонаучные произведения. М.: Изд-во АН СССР, 1955, с. 300.
22. Справочник для инженеров, техников и студентов. Т. I. М.— Л.: Госнаучтехиздат, 1933, с. 411.
23. Энциклопедический справочник. Т. II. М.: Машгиз, 1948, с. 141.
24. *Вайнсон А. А.* Подъемно-транспортные машины. М.: Машиностроение, 1975, с. 300.
25. Справочная книга по технике автоматического регулирования. М.— Л.: Госэнергоиздат, 1962, с. 15.
26. Справочник по транспорту. Ч. 1. Вып. 3 и 4. М.: Транспечать, 1926, с. 534.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИСКУССТВЕННОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ В ВЕНСКОМ ИНСТИТУТЕ РАДИЯ

Г. А. ХАКИМБАЕВА

В первые два десятилетия XX в. исследования явления радиоактивности особенно интенсивно проводились в трех основных научных центрах: в Манчестерской и Кембриджской лабораториях Э. Резерфорда, Институте радия в Париже и Венском институте радия.

Решающий вклад в проблему искусственного расщепления ядер был сделан Э. Резерфордом и его сотрудниками; научный коллектив, возглавляемый М. Кюри, данной проблемой практически не занимался. Напротив, в Венском радиевом институте в начале 20-х годов она привлекла пристальное внимание.

Тем не менее, в историко-научной литературе деятельность венских ученых по исследованию искусственного превращения элементов освещена весьма скупо [1]. Сразу же отметим, что трудно дать однозначную оценку деятельности Венского института радия в этой области. В Институте, казалось бы, были достигнуты довольно впечатляющие результаты: утверждали, что удалось расщепить 26 элементов. На самом же деле значительная часть результатов была ошибочной вследствие недостаточно высокой техники эксперимента. На этой стороне вопроса мы специально остановимся далее. Общая оценка исследований Венского института радия сама по себе заслуживает внимания.

Эксперименты по рассеянию α-частиц различными элементами начались в Венском институте радия весной 1922 г., т. е. тогда, когда Э. Резерфорд и сотрудники достигли в этой области заметных результатов; венская группа начинала свою деятельность не на пустом месте. Группу возглавляли Герхард Кирш и Ганс Петтерссон. Г. Кирш работал, начиная с 1920 г. в Венском институте ассистентом (в 1925 г.— доцент, с 1931 г.— профессор); Г. Петтерссон начал свою деятельность в институте с 1922 г. Экспериментальными исследованиями в группе занимались Е. Кара-Михайлова, А. Шмидт, Г. Штеттер, Е. Рона, а теоретические разработки осуществляли Г. Тирринг и А. Смекал. Помещение, аппаратуру и радиоактивные препараты предоставил группе физический факультет Венского университета.

Уже в сентябре 1923 г. в журнале «Nature» появилась статья Г. Кирша и Г. Петтерссона. До 1926 г. венской группой было опубликовано 23 сообщения.

Прежде чем приступить к экспериментам по рассеянию α-частиц элементами, Г. Кирш и Г. Петтерссон изучили результаты, полученные в Кембриджской лаборатории Э. Резерфорда. Они обратили внимание на кривые поглощения Н-частиц из алюминия, полученных при действии α-частиц с различной длиной пробега [2]. Минимальный пробег Н-частиц, по Э. Резерфорду, составлял 4,9 *см*. Г. Кирш и Г. Петтерссон предположили, что те элементы, которые в лаборатории Э. Резерфорда не разрушались с испусканием Н-частиц, на самом деле тоже разрушаются, но испускают Н-частицы с пробегом, меньшим чем 4,9 *см*. Это и было основной посылкой в работах Г. Кирша, Г. Петтерссона и их сотрудников. Обязанности распределялись так: Г. Петтерссон готовил аппаратуру и совместно с Г. Киршем проводил облучение образцов α-частицами. Е. Кара-Михайлова и Г. Кирш специально исследовал и литий и кислород, Е. Шмидт — алюминий. Е. Рона вместе с Г. Ортнером и М. Киндигером готовили источники α-излучения.

Методика проведения первых экспериментов состояла в следующем: тонкостенный кварцевый капилляр (2 *см*) покрывался изнутри порошком вещества, которое подлежало исследованию. В капилляр вводилась эманация радия и концы капилляра запаивали. Таким образом, α-частицы EmRa, а также ее дочерних продуктов распада RaA и RaC бомбардировали вещество на внутренней поверхности капилляра. Толщина стенки капилляра была достаточной для того, чтобы удержать все α-частицы. Таким методом были исследованы Si, O, Mg. Однако Г. Петтерссон писал, что «результат был сплошь отрицательным» [3, с. 603]. В то же время Г. Кирш и Г. Петтерссон неожидан-