

ДОСТИЖЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК В ГРУЗИИ ЗА 60 ЛЕТ

Л. Г. МАГНАРАДЗЕ (Тбилиси)

До Великой Октябрьской социалистической революции в силу ряда исторических причин естествознание, в частности математика и физика, развивалось слабо. После Великой Октябрьской социалистической революции в Грузии впервые создались благоприятные условия для развития науки. В 1918 г. был основан Тбилисский университет. Решающую роль в его создании сыграли те грузинские ученые и общественные деятели, которые получили образование в России и теперь стремились продолжить на родине лучшие отечественные научные традиции.

С основанием Тбилисского университета началось развитие математических наук в Грузии.

В Тбилисском университете почти одновременно работали замечательные математики — А. М. Размадзе, Н. И. Мухелишвили, Г. Н. Николадзе и А. К. Харадзе. Ими разрабатывалась и уточнялась грузинская математическая терминология, составлялись и издавались курсы лекций и учебники на родном языке, закладывались основы оригинальных научных исследований.

А. М. Размадзе (1889—1929) окончил физико-математический факультет Московского университета. Вскоре в «*Mathematische Annalen*» был опубликован его первый научный труд по вариационному исчислению. После сдачи магистерских экзаменов А. М. Размадзе был приглашен в Московский университет на должность приват-доцента и ему поручили чтение специального курса по вариационному исчислению.

Н. И. Мухелишвили (1891—1976) после окончания физико-математического факультета Петербургского университета был оставлен при университете для подготовки к профессорскому званию. Первый научный труд по плоской теории упругости он опубликовал вместе с известным ученым Г. В. Колосовым.

Г. Н. Николадзе (1888—1931) закончил Петербургский технологический институт. Несмотря на предложение остаться в институте для подготовки к профессорскому званию, он уезжает в один из городов России, чтобы глубже изучить технологию доменных печей непосредственно на производстве. Он изучает также алгебраическую геометрию, которой глубоко заинтересовался еще студентом.

А. К. Харадзе закончил физико-математический факультет Московского университета; был оставлен при университете для подготовки к профессорскому званию по рекомендации выдающегося специалиста по теории функций Д. Ф. Егорова.

В Тбилисском университете молодые ученые развивали лучшие традиции русской и иностранной математической культуры.

А. М. Размадзе и Г. Н. Николадзе вскоре защитили докторские диссертации по вариационному исчислению и алгебраической геометрии в Парижском университете, однако плодотворная научная деятельность этих выдающихся пионеров математического образования и науки в Грузии была прервана почти одновременной их смертью.

Вся тяжесть педагогической и научно-исследовательской работы легла на плечи Н. И. Мухелишвили и А. К. Харадзе.

Особенно следует отметить заслуги Н. И. Мусхелишвили. Он пользовался заслуженным авторитетом среди русских ученых и направил к ним молодых математиков Грузии для установления тесных научных связей, которые впоследствии интенсивно расширялись и углублялись. Многие молодые математики Грузии в разное время были рекомендованы всемирно известным советским ученым: П. С. Александрову, И. М. Виноградову, Ф. Д. Гахову, И. М. Гельфанду, А. О. Гельфонду, А. А. Дородницыну, Л. В. Канторовичу, А. Н. Колмогорову, А. Н. Крылову, М. А. Лаврентьеву, Л. А. Люстернику, А. И. Мальцеву, Г. И. Марчуку, Д. Е. Меньшову, С. Г. Михлину, И. П. Натансону, И. П. Нордену, Л. С. Понтрягину, Ю. В. Прохорову, А. А. Самарскому, В. И. Смирнову, Н. В. Смирнову, С. Л. Соболеву, А. Н. Тихонову, П. Л. Ульянову и др. Они тепло принимали молодых математиков из Грузии, содействовали их научному росту и совершенствованию.

В 1941 г. в Грузии была основана Академия наук, первым президентом которой был избран Н. И. Мусхелишвили. В состав академии вошел и Тбилисский математический институт (директором его тогда был В. Д. Купрадзе). В организации этого института принимали активное участие Н. И. Мусхелишвили, А. К. Харадзе, В. Д. Купрадзе, И. Н. Векуа (1907—1977), Л. П. Гокнели (1901—1975), Ш. Е. Микеладзе и др.

Были организованы научные семинары по актуальным вопросам современной математики. Руководителями и активными участниками семинаров были академики Н. И. Мусхелишвили, И. Н. Векуа, В. Д. Купрадзе, А. В. Бицадзе, Н. П. Векуа, Г. С. Чогошвили, Р. В. Гамкрелидзе; члены-корреспонденты В. Г. Челидзе, Б. В. Хведелидзе, Т. Г. Гегелиа, Т. В. Бурчуладзе, Л. В. Жижиашвили, Н. А. Берикашвили, Г. Л. Харатишвили, И. Т. Кигурадзе и др.

Благодаря успешной работе семинаров в настоящее время в Грузии успешно развивается ряд направлений современной математики и механики. Самыми перспективными среди них являются направления, связанные с математической теорией упругости, с граничными задачами дифференциальных уравнений, комплексным анализом и сингулярными интегральными уравнениями. Хорошо известен значительный вклад в эту проблематику Н. И. Мусхелишвили, И. Н. Векуа, В. Д. Купрадзе, А. В. Бицадзе, Н. П. Векуа, Б. В. Хведелидзе, Т. Г. Гегелиа, Т. В. Бурчуладзе, И. Т. Кигурадзе и их многочисленных учеников, сотрудников и последователей, а также докторов физико-математических наук Д. З. Авазшвили, Р. Д. Банцури, М. О. Башелейшвили, М. Б. Гагуа, В. Г. Гоголадзе, А. Я. Горгидзе, Д. Г. Гордзиана, Д. Е. Долидзе, В. С. Жгенти, П. К. Зерагия, А. И. Каландия, И. Н. Карцивадзе, Н. С. Кахниашвили, В. М. Кокилашвили, Р. А. Кордзадзе, Г. Ф. Мандзавидзе, Я. Г. Мецхваришвили, Е. И. Оболашвили, А. К. Рухадзе, С. А. Терсенов, Д. Ф. Харазов, Г. М. Хатишвили, А. Р. Цицкишвили, Т. А. Чантурия, С. Х. Шаташвили и др. Им удалось построить теорию плоских граничных задач упругости (с помощью аналитических функций комплексного переменного и интегралов типа Коши), пространственных граничных задач упругости (с помощью потенциалов и двумерных сингулярных уравнений), эллиптических уравнений высшего порядка и эллиптических систем с двумя независимыми переменными (с помощью аналитических функций комплексного переменного и интегралов типа Коши), метагармонических уравнений с принципом излучения, дифференциальных уравнений смешанного типа, граничных задач аналитических и обобщенных аналитических функций (с различными применениями к механике, геометрии и теории оболочек), одномерных сингулярных интегральных уравнений (для замкнутых и открытых контуров) с явными формулами для индексов, осцилляционных и асимптотических решений и сингулярных граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Для создания этих теорий используется не только ряд

важных результатов классического математического анализа, но также методы современного функционального анализа, что существенно расширяет сферу применений этих теорий в связи с граничными задачами. Последние исследованы для односвязных и многосвязных областей, для однородных и неоднородных упругих тел, для конечных и бесконечных областей как в случае статики, так и в случаях колебания и динамики; в ряде случаев даны эффективные методы решения граничных задач или даже решения в явном виде.

Кроме указанных главных направлений в Грузии развивались и в настоящее время успешно продолжают развиваться следующие направления современной математики.

1. Вариационное исчисление и математическая теория оптимальных процессов. Выше было упомянуто, что основные научные работы А. М. Размадзе посвящаются некоторым важным проблемам вариационного исчисления. Им была построена теория поля в окрестности разрывных экстремалей, глубоко исследованы вопросы, касающиеся ломаных, разрывных и периодических экстремалей. Теория разрывных экстремалей А. М. Размадзе в настоящее время является особо значительной в связи с современными вопросами математической теории оптимальных процессов. Выдающиеся математики Ж. Адамар, К. Каратеодори, Л. Тонели и др. дают высокую оценку научным исследованиям А. М. Размадзе. В известной книге К. Каратеодори «Вариационное исчисление» один из параграфов под названием «Теория Адамара и Размадзе» посвящен последнему научному труду А. М. Размадзе, касающемуся периодических экстремалей (этот труд был опубликован после смерти автора в том же «*Mathematische Annalen*», что и его первый научный труд).

В Грузии исследовательская работа по математической теории оптимальных процессов была начата под руководством Р. В. Гамкрелидзе, ученика Л. С. Понтрягина. Р. В. Гамкрелидзе исследовал принцип максимума для линейных систем. Им были установлены важные свойства так называемого скользящего оптимального режима. Учениками и сотрудниками Р. В. Гамкрелидзе (Г. Л. Харатишвили и др.) доказан принцип максимума для систем, содержащих запаздывающие аргументы, и получен ряд с ним связанных результатов оптимальных процессов.

2. Теория функций и функциональный анализ. А. К. Харадзе занимался исследованием некоторых специальных вопросов теории функций, уточнением теоремы о среднем значении в классе полиномов, обобщением классических ортогональных полиномов, распределением комплексных корней полиномов и др.

Исследованием вопросов теории функций действительного переменного в Грузии руководил в основном В. Г. Челидзе. Его научные труды посвящены важным вопросам теории двойного интеграла Данжуа, производным числам функций многих переменных, многочисленным вопросам сходимости и суммирования кратных числовых и функциональных рядов, теоремам типа Таубера и др. Его ученики, сотрудники и последователи, профессора и доктора физико-математических наук Г. Я. Арешкин, А. Г. Джаваршеишвили, Л. В. Жижиашвили, В. М. Коклашвили, Ш. С. Пхакадзе, С. Б. Топуриа, А. Б. Харатишвили, Ф. И. Харшиладзе, О. Д. Церетели, З. А. Чантурия и др. изучили важные вопросы сходимости и суммирования простых и кратных рядов Фурье и сопряженных с ними рядов, вопросы существования, интегрируемости и непрерывности сопряженных функций многих переменных, функции со вторым конечным изменением, классы насыщения некоторых процессов суммирования, аналоги неравенств А. Зигмунда и А. Н. Колмогорова, инвариантные классы непрерывных и интегрируемых функций, рост степеней ортогональных полиномиальных базисов в пространствах непрерывных и интегрируемых функций; построена теория

меры, инвариантной относительно произвольной группы изометрических преобразований евклидовых пространств и др.

В теории функций комплексного переменного установлены необходимые и достаточные условия представления мероморфных функций определенного класса в виде интерполяционного ряда; получены оценки функций и их производных, отображающих близкие в определенном смысле к кругу односвязные области на круг; обобщены результаты Г. Жюлиа, касающиеся некоторых свойств функций, конформно отображающих односвязную область на круг и двусвязную область на круговое кольцо и др. (Д. М. Тоидзе, Д. А. Квеселава, Г. Я. Хажалия, Я. Г. Мецхваришвили и др.).

Проблемами функционального анализа в Грузии занимались профессор и доктора физико-математических наук Е. С. Цитланидзе, Д. Ф. Харазов, И. Н. Карцивадзе, Н. Н. Вахания и др. Ими изучены свойства слабонепрерывных функционалов и операторов в нормированных и локально-выпуклых линейных пространствах, задачи об условном экстремуме в банаховом пространстве; исследованы вопросы интегрирования вектор-функций, спектральные свойства линейных самосопряженных вполне непрерывных операторов, мероморфно зависящих от параметра и др.

3. Алгебраическая и дифференциальная геометрия. Г. Н. Николадзе были исследованы алгебраические системы плоских линий и поверхностей и связанные с ними конфигурации, непрерывно зависящие от параметров. Полученные результаты являются дальнейшим интересным обобщением и углублением классических теорем алгебраической геометрии, принадлежащих Севери, Картану и др.

После смерти Г. Н. Николадзе его ученик А. И. Чахтаури продолжил исследование по вопросам геометрии. Он и его ученики начали развивать тензорно-проективную дифференциальную геометрию. Была построена инвариантная теория внутренней геометрии плоских сетей и даны ее многомерное обобщение и различные применения в теории поверхностей.

И. Н. Векуа установил жесткость некоторых классов замкнутых и открытых выпуклых поверхностей.

4. По топологии и алгебре в Грузии исследовательская работа ведется под руководством Г. С. Чогошвили, ученика выдающегося математика П. С. Александрова. Г. С. Чогошвили вычислил изменения некоторых гомологических и гомотопических инвариантов движущихся областей меньших значений и поверхностей уровня невырожденной функции, заданной на многообразии, методом перестройки (хирургии) Морса, впервые предложенным Г. С. Чогошвили и нашедшим в дальнейшем применение в дифференциальной топологии. С точки зрения законов двойственности обобщены известные теории гомологии на более общие случаи пространств и групп коэффициентов, исследованы взаимосвязи различных теорий в аксиоматическом и конструктивном аспектах; вычисление дифференциалов спектральной последовательности покрытия и расслоения приведено к нахождению определенного функтора, построены общие спектральные последовательности для непрерывных отображений; исследованы характеристические классы Черна комплексных алгебраических многообразий; локальная степень гладкого конечнократного отображения выражена в терминах локального кольца, построена инволюция на многообразиях; изучены различные функции размерностного типа; исследованы неклассические топологизации произведений и пределов и др. (Г. С. Чогошвили, Р. В. Гамкрелидзе, Д. О. Баладзе, Н. А. Берикашвили, А. В. Зарелуа, Х. Н. Инасаридзе, Л. Д. Мдзинаришвили и др.). Построена теория пределов прямых спектров компактных групп, изучены свойства решеток, полугрупп, квазигрупп, топологических колец и т. п., касающихся различных расширений,

радикалов, бинарных соотношений, операторных соотношений и др., установлены явные формулы для характеров непроводимых конечномерных представлений полупростых алгебр Ли, изучены структурные свойства и подалгебры некоторых линейных групп Ли, построена неабелева гомологическая алгебра, решен вопрос о стабилизации и др. (Г. С. Чо-гошвили, Г. Я. Арешкин, Н. А. Берикашвили, Х. Н. Инасаридзе, Ш. С. Кемхадзе, Л. Д. Мдзинаришвили и др.).

5. **Теория чисел.** Исследованы вопросы разрешимости некоторых систем диофантовых уравнений и получены асимптотические формулы для числа их решений; уточнены оценки для дзета-функции Римана и для числа простых чисел в арифметических прогрессиях, установлены асимптотические формулы для числа целых точек на многомерных эллипсоидах; дан единый метод получения точных формул для числа представлений натурального числа с помощью произвольной квадратичной формы диагонального вида, а также формулы для числа представлений целых чисел положительными квадратичными формами, зависящими от двух, трех, четырех, шести и восьми переменных, явно построены базисы ряда пространств параболических форм, исследована структура спектров Лагранжа и Маркова и связь между ними, доказано, что минимальная точка сгущения этих спектров равна трем, построено счетное множество континуальных подмножеств этих спектров (К. К. Марджанишвили, А. З. Вальфиш, Г. А. Ломадзе, П. Г. Когония и др.).

6. **Основания математики и математическая логика.** Исследованием оснований математики и математической логики в Грузии руководил Л. П. Гокиели. Им критически рассмотрены различные теории обоснования математики, исследованы парадоксы теории множеств, предложена теория так называемых коренных выводов для обоснования логики, изучались математические рукописи К. Маркса, вопросы теории алгоритмов (Л. П. Гокиели, Ш. С. Пхакадзе и др.).

7. **Теория вероятностей и математическая статистика.** Исследованы свойства эмпирических распределений; получено предельное распределение максимального отклонения эмпирической функции распределения от теоретической; изучены свойства параметрической оценки плотности нормального распределения, свойства непараметрических оценок для кривой регрессии и плотности; описаны с помощью стохастических интегральных уравнений процессы управления запасами и др.; исследованы некоторые вопросы теории вероятностных распределений в бесконечномерных линейных пространствах; изучены ковариационные операторы вероятностных мер; описаны гауссовские меры; получены предельные утверждения различных типов; обобщена теорема Линдберга для случая гильбертова пространства; исследована связь вероятностных свойств с геометрией банахова пространства и др. (Д. Р. Вашакидзе, Г. М. Мания, Н. Н. Вахания и др.).

8. **Вычислительная математика.** По классическим вопросам вычислительной математики в Грузии начал работать Ш. Е. Микеладзе, ученик выдающегося ученого А. Н. Крылова. Им были исследованы различные схемы для дифференциальных уравнений, разработаны некоторые вопросы интерполирования функций, численного дифференцирования, и интегрирования, численного решения граничных задач и интегральных уравнений.

Использование ЭВМ стимулировало развитие в Грузии некоторых новых методов вычислительной математики. Разработаны методы обобщенных рядов Фурье для численного решения граничных задач математической физики, приближенного построения функций, конформно отображающих данные области на канонические, численного решения общей граничной задачи эллиптических уравнений, численного решения сингулярных интегральных уравнений; исследованы вопросы сходимости и устойчивости разностных и вариационных методов; создана большая

библиотека типовых и стандартных программ и др. (В. Д. Купрадзе, М. А. Алексидзе, Д. А. Квеселава, М. Б. Гагуа, Н. Н. Вахания, Д. Г. Гордезиани и др.).

В настоящее время в Грузии научные исследования по математике проводятся в Математическом институте им. А. М. Размадзе АН Грузинской ССР, Вычислительном центре им. Н. И. Мухелишвили АН Грузинской ССР, Институте прикладной математики им. И. Н. Векуа ТГУ, на соответствующих кафедрах и в отделах ТГУ, ГПИ им. В. И. Ленина, в институтах кибернетики, систем управления, экономики и права АН Грузинской ССР, Кутаисском политехническом институте им. Н. И. Мухелишвили, Грузинском сельскохозяйственном институте, Абхазском университете им. М. Горького, Тбилисском педагогическом институте им. А. С. Пушкина, Кутаисском им. А. Цулукидзе, Батумском им. Ш. Руставели, Телавском им. Я. Гогебашвили, Горийском им. Н. Бараташвили, Юго-Осетинском педагогическом институте.

В 1962 г. основано Общество математиков Грузии, первым президентом его был избран В. Д. Купрадзе. Одна из главнейших целей этого общества — систематическая пропаганда достижений математических наук.

Достижения грузинских математиков получили всемирное признание, и мы не можем не вспомнить, что начало развитию математических наук в Грузии было положено образованием 60 лет тому назад Союза Советских Социалистических Республик.

THE ACHIEVEMENTS OF MATHEMATICAL SCIENCES IN GEORGIA IN 60 YEARS PERIOD

L. G. MAGNARADZE (Tbilisi)

The most successful scientific trends in mathematics and mechanics in Georgia for last 60 years are analyzed as well as the contributions of outstanding scientists N. I. Muskhelishvili, V. D. Kupradze, I. N. Vekua, A. K. Kharadze and others. The close scientific connections between russian and georgian scientists are noted.