

Памятные даты

СИМЕОН ДЕНИ ПУАССОН

(к 200-летию со дня рождения)

А. Т. ГРИГОРЬЯН, Б. Д. КОВАЛЕВ

Симеон Дени Пуассон (1781—1840) — выдающийся французский математик, механик и физик, член Парижской академии наук (1812), почетный член Петербургской академии (1826), один из основоположников современной математической физики, теории упругости, газовой динамики и ряда других важных областей математики, механики и физики. Воспитанник, а затем профессор Политехнической школы — ведущего научного учреждения Франции своего времени, Пуассон впитал лучшие ее традиции. В стенах этой школы он находился в тесном общении с Ж. Лагранжем, П. Лапласом, Ж. Фурье, О. Френелем. Его научная деятельность протекала параллельно с деятельностью А. Навье, О. Коши, Дж. Грина и других видных деятелей классической науки.

Творчество Пуассона приходится на первую половину XIX в., вошедшую в историю точных наук как период высшего расцвета классической механики, с одной стороны, и интенсивного развития математического анализа и смежных с ним дисциплин — с другой, Лапласовский детерминизм, объединивший небесные, земные и молекулярные явления, выдвинул классическую механику в положение лидирующей во всей системе точного естествознания. Рационализм Лагранжа, в рамках которого механика представлялась как один из разделов математического анализа, в еще большей степени способствовал росту ее престижа в системе других наук. Центральное место в этом сплаве дисциплин заняла теоретическая механика Лагранжа — Лапласа.

Отражением такого положения дел в науке рассматриваемого периода явилось творчество Пуассона, в котором в равной мере сфокусировались как математические идеи Жозефа Луи Лагранжа (1736—1813), так и физические идеи Пьера Симона Лапласа (1749—1827). На протяжении всей жизни Пуассон, являвшийся учеником названных ученых, систематически проводил в своих многочисленных исследованиях эти идеи. Сочетание физических (в частности, молекулярных) представлений в духе Лапласа с рационализмом Лагранжа привело его в конечном счете к разработке важных разделов тогда еще сравнительно молодой области точных наук — математической физики. Разработка этого направления стала для Пуассона программным делом всей его жизни.

Решающим обстоятельством, обусловившим формулировку основных идей математической физики в том плане, в каком это было сделано Пуассоном и его единомышленниками, явилось существенное расширение в первой половине XIX в. сферы влияния классической механики, выход ее за пределы собственно механических проблем. Проблема распространения тепла и т. п., она уже не могла, строго говоря, базироваться ни на законах механики простых машин, как это было принято, например, у античных авторов, ни на традиционной аксиоматике Галилея — Ньютона. Построение механики нового образца не могло быть основано на одних только принципах рычага, виртуальных перемещений, инерции, ускоряющих сил и т. д., какими бы очевидными по сравнению с другими эти принципы ни



Симеон Дени Пуассон

зика к проблеме гравитационного взаимодействия тел (молекул) [2]. Самым замечательным в его подходе было, пожалуй, то, что ему в известной мере удалось преодолеть главную слабость ньютоновской теории тяготения, затруднявшую ее понимание и внедрение в механику, — лежащий в ее основе принцип дальнего действия. Это ему удалось благодаря введению в рассмотрение понятия силового поля и понятия потенциала этого поля, фактически заменяющего ньютоновское представление о силе как векторной величине. Здесь берет свое начало математическая теория потенциала.

Эту идею Лапласа и всю идею сведения физики к молекулярной механике в целом Пуассон принял как эстафету и развил их в своих сочинениях. Он считал, что при переходе к рассмотрению с механических позиций задач электродинамики, теории распространения света, звука, тепла и т. д. базисными должны стать не макроскопические соображения, а представления структурного порядка, формулируемые на языке классической механики, обновленным результатами Ньютона и Лапласа в области теории тяготения. Говоря об аналитической механике Лагранжа, Пуассон указывал, что «наряду с этой восхитительной концепцией» необходимо «создать физическую механику, основанную на сведении всех явлений к молекулярным взаимодействиям» [3].

Влияние Лагранжа и Лапласа на творчество Пуассона было в особенности ощутимым в ранний период, когда оба ученых оказывали молодому Пуассону большую поддержку. Одобрение Лапласа получили, в частности, три мемуара Пуассона, доложенные в Парижской академии в 1808—1809 гг. и содержащие много важных идей: «О возмущениях движений планет» (20 июня 1808 г.), «О вращательном движении Земли» (20 марта 1809 г.), «О вариации произвольных постоянных в задачах механики» (15 октября 1809 г.). В этих работах была рассмотрена старая проблема небесной механики, восходящая к трудам Кеплера, — проблема двух тел. В исследовании этой задачи Пуассон обратился к ее математической формулировке, данной Лагранжем и Лапласом, и рассмотрел важный вопрос о возмущениях планетных движений относительно кеплеровского решения. В частности, им была показана в приближении второго порядка устойчивость больших полуосей планетных орбит и их главных движений.

Последняя из трех указанных работ, оказавшая глубокое впечатление на Лагранжа*, имела особое значение. Рассмотренный в ней вопрос снова относился к небесной

казались. Эта мысль вполне четко осознавалась учеными начала XIX в. Лагранж был одним из последних, кто построил в замкнутом виде всю теоретическую механику в этом традиционном духе [1]. Однако дальнейшее следование указанной традиции становилось тормозом в развитии механики и всего механистического мировоззрения в целом. Коль скоро механика выходила в ранг универсальной научной дисциплины, то она должна была отказаться от традиционных механических основ или по крайней мере как-то модернизировать их таким образом, чтобы они отвечали не только собственно механическим, но также и электрическим тепловым явлениям и т. п.

В сложившихся условиях значительно более перспективным казалось использование идеи всемирного тяготения в качестве базисной и построение с ее помощью всей механики в целом: небесной, земной, молекулярной. Лаплас сделал первый шаг на пути к реализации этой идеи сведения всей теоретической механики и фи-

* Во 2-м издании «Аналитической механики» (1811) Лагранж отозвался об этой работе Пуассона как о «прекрасном мемуаре».

механике. Пуассон подверг исследованию взаимовлияние движущихся вокруг Солнца планет друг на друга. Математически учет этого влияния на характер движения планет выражался в том, что произвольные постоянные интегралы эллиптического движения рассматривались как переменные величины. «Замечательно, — писал Пуассон, — что этот метод, один из наиболее плодотворных в анализе и состоящий в том, чтобы полагать переменными величины, которые до того рассматривались как постоянные, был подсказан геометрам результатами наблюдений...» [4]. В этой работе были получены так называемые пуассоновы формулы возмущенного движения и доказана теорема, согласно которой выражение, составленное из двух интегралов уравнений динамики (называемое теперь скобками Пуассона), не зависит от времени, а является лишь функцией элементов орбит. Здесь же автором была высказана идея перехода в аналитической механике от понятия обобщенных скоростей \dot{q}_i к их линейной комбинации — обобщенным импульсам P_i . Эта идея получила затем свое развитие в двухтомном «Курсе механики», опубликованном в 1811 г., где автор вновь использовал

указанное понятие, вводя его с помощью соотношения $P_i = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}$.

Начало исследований Пуассона, связанных с собственно математической физикой, относится к 1813 г. В это время им был подготовлен краткий очерк о поведении потенциала u внутри тяготеющей массы, написанный под известным влиянием работ Дж. Айвори, изучавшихся Пуассоном в 1812 г. Суть содержащихся в этом очерке дополнений Пуассона в существовавшую тогда концепцию тяготения сводилась к указанию необходимости добавления к уравнению Лапласа $\Delta u = 0$, описывающего силу притяжения, вызываемого гравитирующей массой, на внешнюю точку, еще одного уравнения вида $\Delta u = -4\pi\rho$ (где Δ — дифференциальный оператор Лапласа, ρ — плотность распределения массы в точке, расположенной внутри тяготеющей массы). Строгое доказательство этого утверждения Пуассон дал в двух статьях 1824 г., опубликованных в пятом томе «Мемуаров» Парижской академии в 1926 г. Годом позже в шестом томе «Мемуаров» вышла еще одна работа Пуассона по тому же предмету под названием «О теории магнетизма», в которой он в дополнение к двум указанным уравнениям ввел еще одно (промежуточное) уравнение вида $\Delta u = -2\pi\rho$, отвечающее гравитирующую массу. С помощью полученных результатов Пуассону удалось решить ряд задач по теории тяготения, магнетизму и электростатике.

Уравнение, выведенное Пуассоном и записываемое в общем виде $\Delta u = f$, является основным в современной теории потенциала и называется уравнением Пуассона. Одним из первых, кто сразу же взял на вооружение результаты Пуассона, был Дж. Грин, выпустивший в 1828 г. исследование, касающееся приложений теории потенциала к анализу электрических и магнитных явлений. За ним последовали работы К. Ф. Гаусса, исследовавшего в особенности случай, описываемый промежуточным уравнением Пуассона (1839), а затем Б. Римана (1876).

Значительное место в творчестве Пуассона занимают исследования по непрерывной механике. Первыми экскурсами в эту область механики стали его работы по теории распространения тепла, в частности в газовых средах. 17 августа 1807 г. Пуассон представил Парижской академии небольшой доклад, который в следующем году был опубликован под названием «Мемуар о теории звука». Здесь он опять пошел вслед за Лапласом и под его влиянием предпринял исследование распространения звука в газах: это явление он интерпретировал как распространение тепловых упругих колебаний в газовой среде. Указанная работа положила начало довольно ожесточенной полемике между Пуассоном и пионером в области математической теории распространения тепла Ж. Фурье. Сущность полемики сводилась к неодинаковой оценке Фурье и Пуассоном возможностей входившей тогда в моду калорической теории тепла. В августе 1823 г. в «Анналах химии и физики» была опубликована работа Пуассона «О теплоте газов и паров», в которой автор ввел одно из основных понятий термодинамики — понятие количества тепла — как величину, характеризующую переход данной массы газа из произвольного начального состояния (определяемого давлением P и температурой T) к другому состоянию. С именем Пуассона связано также и представление о термодинамических процессах, описываемых так называемой адиабатой

Пуассона и реализующихся в неизотермических, но обратимых процессах без теплообмена с внешней средой.

К проблемам математической теории распространения тепла Пуассон вновь вернулся в 1835 г. в своей «Математической теории тепла», опубликованной в 1837 г. Опираясь введенными им понятиями проводимости тепла и потока тепла, Пуассон обобщил идеи Фурье и вывел в этой работе полное уравнение распространения тепла вида

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = k \Delta T + \frac{dk}{dT} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right],$$

где T — температура в точке x, y, z как функция времени t ; C — удельная теплота; k — коэффициент теплопроводности.

Исследования по теории распространения тепла, звука, света в совокупности с разработкой молекулярных представлений Лапласа естественным образом привели Пуассона к газовой динамике и теории упругости. Впрочем, исследованиями в этой области Пуассон начал заниматься еще в 1807 г., когда получил, в частности, дифференциальное уравнение для потенциала скорости течений идеального газа в его современном виде. В 1829 г. в работе «Об общих уравнениях равновесия и движения упругих твердых тел и жидкостей», опубликованной в тринадцатом томе «Журнала» Политехнической школы (1831), Пуассон обобщил уравнения механики сплошной среды А. Навье, полученные последним в 1822 г.

Разработка Пуассоном* основ механики сплошной среды стала для него своеобразным апофеозом в деле сопряжения аналитических подходов Лагранжа с физическими представлениями Лапласа. Здесь мы сталкиваемся с парадоксальной до некоторой степени ситуацией, заключающейся в том, что, исходя из молекулярных представлений, Пуассон тем не менее пришел к выводу фундаментальных уравнений континуальной механики. Наряду с другими это обстоятельство было одним из главных пунктов полемики Пуассона с О. Френелем, Ж. Фурье, С. Жерменом, А. Навье и др. Последовательную позицию в этой проблеме ученым-механикам удалось занять лишь к середине XIX в., хотя первые шаги в деле решения этой проблемы были сделаны еще в 1822 г. О. Коши.

Из более поздних работ Пуассона по механике следует упомянуть его «Исследования движения снарядов в воздухе» (опубликовано в 1839 г.). Эта статья является одной из первых, в которой учитывалось влияние вращения Земли на величину полного ускорения движущихся у ее поверхности тел. Работа Пуассона, написанная под влиянием докторской диссертации Г. Кориолиса и содержавшая важные идеи и результаты, побудила впоследствии Л. Фуко провести знаменитые опыты с маятником, иллюстрирующие вращение Земли. В целом по механике Пуассоном был выполнен большой и разноплановый цикл важных исследований. Он дал более детальный анализ проблемы вращения абсолютно твердого тела для случая, найденного Лагранжем, и привел его к почти современному виду (1811). Он занимался вопросами обоснования принципа параллелограмма сил, разработкой проблем реактивного движения, возникающих в артиллерии, а также задачами внешней баллистики. Исследования Пуассона касались вопросов теории равновесия упругих поверхностей, неизменяемости звездных суток, либрации Луны и др. Многие результаты его исследований по механике нашли отражение в его неоднократно переиздававшемся «Курсе механики» [5]. Этот труд, выполненный в значительной мере в стиле Лагранжа, отличался в то же время большей доступностью и содержал много примеров из разных областей механики. Долгое время он был одним из лучших руководств по механике.

Необходимо также отметить работы Пуассона в различных отделах чистой математики, получившие впоследствии чрезвычайно широкое применение в разнообразных приложениях. Особенно значителен вклад Пуассона в теорию вероятностей, которой он начал заниматься в последние годы жизни. И здесь тоже следует отметить решающую роль влияния Лапласа, опубликовавшего в 1812 г. свою «Аналитическую теорию вероятностей». В 1837 г. вышли в свет «Исследования по теории вероятностей» Пуассона, в которых им был получен ряд новых важных результатов, существенно продвинувших вперед эту область математики. Во-первых, в указанной работе Пуассон сформулировал

* Большую роль в разработке основ континуальной механики в первой половине XIX в. сыграли результаты исследований О. Коши, М. В. Остроградского, Б. Сен-Венана, Дж. Стокса и др.

теореме (теорема Пуассона), являющуюся частным случаем закона больших чисел и описывающую поведение частоты появления некоторого события в последовательности независимых испытаний. Во-вторых, Пуассон дал формулировку одной из предельных теорем вероятностей, позволяющей приближенно описывать вероятность данного числа появлений маловероятного события при большом числе независимых испытаний*. В-третьих, продолжая традиции математиков XVIII в., Пуассон предложил одно из важнейших распределений вероятностей случайных величин, принимающих целочисленные значения, называемое теперь его именем. Согласно Пуассону, подчиненная этому распределению случайная величина ξ принимает лишь неотрицательные значения, причем $\xi = n$ с вероятностью $P_n(\lambda) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$, где $n=0, 1, 2, \dots$ ($\lambda > 0$). С помощью распре-

деления Пуассона оказалось очень удобным моделировать сложные физические и механические явления, например процесс радиоактивного распада и др. Распределение Пуассона широко используется при расчетах в астрономии, физике, экологии, технике и особенно в теории массового обслуживания, в которую прочно вошел термин «пуассоновский процесс», т. е. случайный процесс, описываемый с помощью указанного распределения. Пуассоновский процесс представляет собой удобную математическую модель, часто применяющуюся в различных приложениях теории вероятностей.

Из математических работ Пуассона следует отметить также ряд исследований, посвященных определенным интегралам, уравнениям в конечных разностях, дифференциальным уравнениям в частных производных, вариационному исчислению, бесконечным рядам и т. д. В общей теории уравнений Пуассону принадлежит своеобразный метод исключения переменных. В теории рядов он был одним из тех, кто закладывал основы современной теории суммирования расходящихся рядов. Им были также получены разложения цилиндрических функций в полурасходящиеся ряды. В дифференциальной геометрии Пуассону принадлежат исследования о кривизне поверхностей.

В целом Пуассоном было написано более 350 работ по различным вопросам математики, механики, физики. Во многих случаях его исследования оказали революционное воздействие на развитие науки. В ряде случаев работами Пуассона было положено начало развитию качественно новых направлений математического естествознания. Значительное количество полученных им результатов стало классическим. Имя Пуассона прочно вошло в учебные курсы, монографическую литературу, энциклопедии, У. Гамильтона, М. В. Остроградского и других корифеев классической науки.

Закончим наш краткий обзор следующим диалогом Лагранжа с Пуассоном. «Я стар,— сказал однажды Лагранж Пуассону,— во время моих бессонных ночей я двадцатью годами был старше Ньютона; я тринадцатью годами старее Гюйгенса; четырнадцатью годами старее Вас» [6].

Гениальный Лагранж весьма тонко и деликатно включил Пуассона в число великих творцов науки.

Литература

1. *Lagrange J. L. Mécanique analytique.* Paris, 1788.
2. *Laplace P. Mécanique céleste.* Paris, 1799—1825.
3. *Costabel P. Poisson Simeon-Denis.*— In: Dictionary of scientific biography/Ed. Gillispie Ch. V. 15. N. Y., 1978, p. 480.
4. *Поллак Л. С. Скобки Пуассона.*— В кн.: Тр. Ин-та истории естествознания и техники. Т. 17. М.: Изд-во АН СССР, 1957, с. 455.
5. *Poisson S. D. Traité de mécanique.* Paris, 1811.
6. *Араго Ф. Биография знаменитых астрономов, физиков и геометров/Пер. Перовщикова Д. М., Спб., 1861. т. 3, с. 56.*

* Обобщения этих результатов Пуассона были получены впоследствии П. Л. Чебышевым.