

Выдающиеся советские ученые и инженеры

А. А. АНДРОНОВ И ТЕОРИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Е. С. БОЙКО

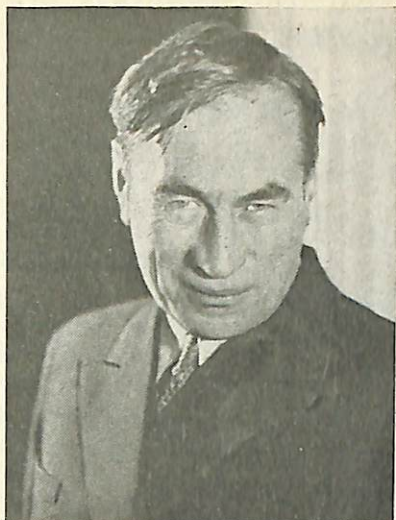
А. А. Андронов (1901—1952) является одним из основоположников теории нелинейных колебаний. Проблемами нелинейных колебаний он начал заниматься еще в период аспирантуры под руководством выдающегося советского физика Л. И. Мандельштама. В эти годы (1925—1929) наибольший интерес для него представляла квантовая механика. Первые работы, выполненные А. А. Андроновым (в соавторстве с М. А. Леонтовичем) под руководством и при участии Л. И. Мандельштама, появились в связи с так называемой старой квантовой механикой.

В 1927 г., получив от Л. И. Мандельштама задачу об исследовании устойчивости периодических решений, которые отыскивались с помощью так называемого метода припасовывания, А. А. Андронов поставил и решил задачу об отыскании математического аппарата, общего и адекватного всему циклу известных автоколебательных задач, на основе которого могла быть построена теория нелинейных колебаний. Необходимый аппарат был найден Андроновым в работах Анри Пуанкаре, относящихся к небесной механике. Отметим, что эти результаты Пуанкаре, полученные более чем за сорок лет до обращения к ним Андронova, никогда не применялись физиками к задачам «земной» механики, где, в отличие от задач, исследуемых Пуанкаре, уравнения движения являются неконсервативными. Возможность использования качественной теории дифференциальных уравнений Пуанкаре в теории нелинейных колебаний стала очевидной после того, как Андронов интерпретировал автоколебания, возникающие в динамических системах разной природы, как предельные циклы Пуанкаре. Этот результат был положен в основу диссертационной работы А. А. Андронova «Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний» (1927).

Эта работа имела основополагающее значение для становления и развития названной ветви теории нелинейных колебаний. В небольшой заметке на русском языке (1928), а затем в заметке, опубликованной во Франции (1929), впервые — в связи с вопросом об устойчивости автоколебаний — излагается идея «грубости», заключающаяся в том, что в реальных физических системах автоколебания должны сохраняться при достаточно малых изменениях самих систем. В связи с этим же вопросом было сформулировано требование устойчивости по Ляпунову, а именно: движения, представляющие реальные автоколебания, должны быть устойчивы по отношению к малым изменениям начальных условий. Результаты диссертационной работы А. А. Андронova послужили отправным пунктом для целого ряда исследований как в нашей стране, так и за рубежом.

После окончания аспирантуры А. А. Андронов некоторое время работал во Всесоюзном электротехническом институте (Москва), где занимался вопросами теоретической радиотехники¹, а с конца 1930 г. — в от-

¹ Теория нелинейных колебаний на первых порах развивалась преимущественно в рамках радиофизической дисциплины.



Академик А. А. Андронов

деле колебаний Научно-исследовательского института физики при МГУ². В работе А. А. Андропова о квазипериодических движениях, выполненной в этот период, содержится доказательство наличия произвольных фаз у квазипериодических движений в случае общей автономной системы и системы, периодически изменяющейся во времени. В ряде других работ на основе количественных методов Пуанкаре и теории устойчивости Ляпунова была построена строгая теория захватывания. В частности, был решен спорный вопрос о наличии «порога захватывания» (т. е. минимальной амплитуды внешней силы, достаточной для принудительной синхронизации при действии внешней синусоидальной силы на автоколебательную систему). При этом впервые качественная теория Пуанкаре была применена не к исход-

ным уравнениям движения, а к так называемым укороченным уравнениям, получаемым по методу Ван-дер-Поля. В другой работе по предложению Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси была рассмотрена в новой форме задача о мультивибраторе Абрагама и Блоха — была введена «гипотеза скачка» и дан ряд методических указаний, касающихся рассмотрения вырожденных систем, способных совершать разрывные автоколебания³. Среди других результатов, полученных в эти годы, укажем следующие: установление связи между автоколебаниями в системах со многими степенями свободы и рекуррентными движениями Биркгофа⁴ и доказательство теоремы, имевшей существенное значение для приложения теории устойчивости Ляпунова к автономным системам, поскольку она позволяет сформулировать условия устойчивости автоколебательного периодического процесса; первое — в рамках теории нелинейных колебаний — статистическое рассмотрение динамических систем (в соавторстве с А. А. Виттом и Л. С. Понтрягиным), в которых, кроме обычных сил, действуют случайные внешние воздействия, подчиняющиеся теоретико-вероятностным законам, — с помощью уравнения Эйнштейна—Фоккера и уравнения, определяющего математическое ожидание времени перехода, был исследован ряд простейших случаев, представляющих интерес для теории колебаний, в частности случай, когда фазовый портрет системы имеет предельный цикл.

В работах этого периода большая роль принадлежит А. А. Витту. «Импрессионист», как говорил о нем Л. И. Мандельштам, А. А. Витт мало интересовался деталями, но обычно сразу видел окончательный результат и умел до него с необыкновенным оптимизмом добираться. Его оптимистический девиз «все плохое сократится, все хорошее останется» помог преодолеть многие трудные выкладки, которые в конце концов приводили к простым и физически прозрачным окончательным

² Работы этого периода были выполнены главным образом в соавторстве с А. А. Виттом.

³ Эти результаты были развиты в ряде работ других авторов, в частности Н. А. Железцова, ученика А. А. Андропова, уточнившего математическую модель, построенную на основе «гипотезы скачка» (1951).

⁴ Это исследование было развито в работах школы Андропова, связанных с разработкой общей теории динамических систем (Ю. И. Неймарк, 1972).

формулам [1, с. 458]. А. А. Витт одним из первых включился в работу по развитию теории нелинейных колебаний в направлении, предложенном А. А. Андроновым. Кроме него в этом же направлении стали работать С. Э. Хайкин, С. М. Рытов, Г. С. Горелик и ряд других представителей школы Л. И. Мандельштама, а затем и ученые, не принадлежавшие к этой школе. Особенный интерес к методам, введенным в теорию А. А. Андроновым, возник после опубликования в 1931 г. работы Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси о резонансе второго рода, исследованном с помощью метода малого параметра. Открытие резонанса второго рода способствовало появлению большого числа работ, посвященных не только рассмотрению конкретных вопросов при помощи метода малого параметра, но и развитию и обоснованию самого метода и заложенных в нем возможностей. Как известно, в настоящее время этот метод достиг весьма значительного уровня развития. С осени 1931 г. Андронов перешел на работу в Горьковский физико-технический институт и вскоре стал профессором Горьковского университета. В 30-е годы вокруг кафедры теории колебаний ГГУ и одного из отделов ГИФТИ, которые возглавил А. А. Андронов, начала формироваться его научная школа. А. А. Андронов сумел привлечь к работе в Горьковском университете своих московских коллег, что привело к возникновению и развитию некоторых новых научных направлений и значительно повысило уровень подготовки студентов. По его приглашению в Горьком в течение ряда лет работали Г. С. Горелик, С. М. Рытов, В. Н. Парыгин, В. Л. Гинзбург и др. Это создало исключительно благоприятные условия для развития Горьковской школы нелинейных колебаний.

О научной деятельности А. А. Андропова писали, что она «развивалась по определенному и своеобразному, резко очерченному, хотя и широкому руслу», что она «выглядит так, как будто она строилась по единому заранее составленному плану», что она «характеризуется редким единством стиля и метода» [2, с. 14]. Этот «заранее составленный план» есть не что иное, как исследовательская программа А. А. Андропова, в течение вот уже полувека направляющая деятельность Горьковской школы. Программа Андропова определяется новой постановкой задачи исследования динамики систем, так называемым «колебательным подходом» к исследованию явлений различной природы, ведущим свое начало еще от работ Рэлея, А. Н. Крылова, Л. И. Мандельштама, и требованием исследования конкретных динамических систем. Новая формулировка задачи исследования динамики возникла вследствие привлечения А. А. Андроновым качественной теории дифференциальных уравнений Пуанкаре и включала в себя следующие требования: 1) исследование всей совокупности движений при всевозможных начальных условиях; 2) геометризация этого исследования, перенесение его в фазовое пространство, изображение движения системы в виде траектории в фазовом пространстве; 3) исследование превращений, происходящих в фазовом пространстве при изменении параметров системы (при достижении параметрами бифуркационных значений, служащих границами между качественно различными режимами работы системы).

Сформулировав таким образом задачу исследования динамики, Андронов по существу ввел новую теоретическую схему, предложив описывать движения динамической системы посредством структуры разбиения ее фазового пространства на траектории и зависимости этой структуры разбиения от параметров системы. (Сравним с классическими схемами: по схеме Ньютона движения динамической системы описываются как изменения координат и скоростей в Евклидовом пространстве; согласно схеме Лагранжа, движения динамической системы описываются как изменения обобщенных координат в пространстве конфигураций.) Такая формулировка задачи складывалась постепенно, в процессе развития качественной теории дифференциальных уравнений внутри теории

нелинейных колебаний. Отвлекаясь от хронологической последовательности публикации результатов этого развития, можно выделить три основных направления разработки качественной теории.

Первое — уточнение и дальнейшая разработка фундаментальных понятий теории Пуанкаре (характеристика, полухарактеристика, особая точка и др.) и построение на их основе фундаментальных понятий теории нелинейных колебаний (траектория, полутраектория, состояние равновесия и др.). Одновременно происходило уточнение формулировки задачи качественного исследования дифференциальных уравнений. Пуанкаре, впервые поставивший эту задачу в 1885 г., определил ее как «построение кривых, определяемых дифференциальными уравнениями» [3, с. 7], и исследование поведения и форм отдельных характеристик дифференциального уравнения первого порядка, их соотношений между собой. В школе Андронова важнейшей задачей является не установление возможного характера отдельной траектории («характеристики» по Пуанкаре), а выявление свойств разбиения фазовой плоскости на траектории в целом. Было установлено (Е. А. Леонтович, А. Г. Майер, 1937), что поведение динамической системы второго порядка полностью определяется конечным числом особых траекторий: состояний равновесия, предельных циклов и сепаратрисных кривых седловых состояний равновесия.

Второе — дальнейшая разработка понятия грубой динамической системы (А. А. Андронов, Л. С. Понтрягин, 1937). Введение этого понятия в качественную теорию дифференциальных уравнений позволило перейти от «статического» рассмотрения вопросов качественного исследования структуры разбиения фазовой плоскости системы на траектории к исследованию того, как меняется эта структура при изменении самой системы. Был выделен класс грубых динамических систем, характеризующихся устойчивостью структуры разбиения соответствующих им фазовых плоскостей на траектории по отношению к малым изменениям дифференциальных уравнений, описывающих поведение динамических систем⁵. Были также исследованы возможные у грубых систем состояния равновесия, замкнутые траектории и поведение сепаратрис седел. Понятие грубой динамической системы оказало заметное влияние на мировую науку, стимулируя многочисленные исследования.

Третье — развитие теории бифуркаций динамических систем второго порядка как части математического аппарата теории нелинейных колебаний, последовавшее за введением понятия грубой системы. Теория бифуркаций впервые появилась в «Новых методах небесной механики» Пуанкаре (1892), где он рассмотрел зависимость состояния равновесия консервативной системы от параметра в связи с теорией равновесия вращающейся жидкой массы. Пуанкаре ввел понятие «бифуркационного значения параметра», «точки бифуркации», «смены устойчивостей». Эти понятия, используемые долгое время лишь астрономами-теоретиками, оказались, как показал А. А. Андронов, весьма плодотворными в теории нелинейных колебаний. Разработанная А. А. Андроновым и его школой теория бифуркаций — это теория бифуркаций неконсервативных систем. Теория бифуркаций была распространена А. А. Андроновым на случай автоколебательных систем, близких к линейным консервативным. Была построена теория «мягкого» и «жесткого» возбуждения колебаний. В 1938—1939 гг. в работах А. А. Андропова и Е. А. Леонтович были даны основы общей теории зависимости от параметра качественной картины разбиения фазовой плоскости на траектории. Были введены понятия степеней негрубости и классификация негрубых систем по степеням негрубости. Качественная теория дифференциальных уравнений

⁵ В дальнейшем идея грубости динамических систем была положена А. А. Андроновым в основу задуманной им новой научной дисциплины — динамики машин, построить которую он не успел, но которая может рассматриваться как частный случай общей теории динамических систем.

вместе с теорией бифуркаций превратилась в эффективный метод исследования динамических систем второго порядка.

С 1944 г. А. А. Андронов возглавил разработку метода точечных отображений как метода исследования многомерных динамических систем. Этот метод, возникший в работах Пуанкаре в связи с его качественной теорией дифференциальных уравнений как один из способов исследования фазовой плоскости, был применен Андроновым еще в 1927 г. в диссертационной работе, где он рассмотрел простейшие модели маятниковых часов и автоколебания лампового генератора с z -характеристикой зависимости анодного тока от напряжения на сетке. В этих задачах рассмотрение сводилось к исследованию точечного преобразования прямой в прямую. Эти и другие результаты применения метода, полученные Андроновым и его учениками, были описаны в монографии Андропова, Витта и Хайкина (1937). Следующий этап развития метода точечных преобразований⁶ связан с исследованием динамических систем размерности больше двух, с которыми Андронов и его школа столкнулись при решении нелинейных задач теории автоматического регулирования. 10 марта 1944 г. на сессии Отделения физико-математических наук АН СССР А. А. Андронов изложил в своем докладе общетеоретические основы метода точечных отображений и первые результаты, полученные с его помощью. Он выделил класс нелинейных задач, которые могут быть рассмотрены как кусочно-линейные и при решении которых этот метод мог оказаться эффективным. Метод приспособывания, служивший для отыскания периодических решений кусочно-линейных систем, соединился с методом секущей поверхности Пуанкаре и обрел математическую базу в теории точечных преобразований и методе неподвижной точки Пуанкаре — Брауэра — Биркгофа.

Вовлечение в рассмотрение неустойчивых седловых неподвижных точек и сепаратрисных поверхностей расширило возможности глобального исследования. В этот период Андроновым и его сотрудниками (А. Г. Майер, Н. Н. Баутин, Г. С. Горелик) были исследованы две группы нелинейных задач теории автоматического регулирования: 1) о влиянии сил сухого трения на процесс прямого и непрямого регулирования; 2) о влиянии нелинейных характеристик сервомоторов на процесс регулирования. При решении задачи Вышнеградского Андронов (совместно с А. Г. Майером) впервые привлек к методу точечных отображений теорию устойчивости Ляпунова. Возникла необходимость доказать, что система, устойчивая при отсутствии сухого трения, сохраняет устойчивость при учете сухого трения любой величины, причем по отношению к любому начальному отклонению. Это удалось сделать с помощью прямого метода Ляпунова. Решение этих задач создало аппарат для локального исследования точечного преобразования вблизи неподвижных точек, аппарат исследования динамических систем второго и третьего порядка с кусочно-линейными характеристиками и вытекающей отсюда возможностью получения аналитического выражения точечного отображения в явном или параметрическом виде.

Дальнейшее развитие метода точечных отображений было продолжено в школе А. А. Андропова и практически завершено в начале 70-х годов (Ю. И. Неймарк, 1972). В настоящее время точечные отображения являются общим средством описания динамической системы любой природы и эффективным методом глобального исследования многомерных динамических систем, всех возможных в них движений. Метод точечных отображений перерос в теорию, которая образовала фундамент мате-

⁶ Этот период деятельности А. А. Андропова проанализирован в работах: Айзерман М. А. Обзор деятельности А. А. Андропова в области автоматического регулирования. — В кн.: Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955; Цыпкин Я. З. Работы А. А. Андропова в теории автоматического регулирования. — Автоматика и телемеханика, 1974, № 1.

матического аппарата общей теории динамических систем, построенной на основе теории нелинейных колебаний и являющейся развитием теории динамических систем Биркгофа.

На основе полученных результатов в школе А. А. Андронova сложились новые направления исследований: с 1948 г. — разработка динамики неавтономных систем (завершено в 1962); с 1961 г. — изучение систем массового обслуживания (построение и исследование новых математических моделей, отыскание оптимальных стратегий управления); с 1962 г. — математизация процессов медицинской диагностики (решающие правила диагностики и прогнозирования, алгоритмизация ведения больного, автоматическая обработка медико-биологических данных); с 1964 г. — поиск решения и автоматные модели процессов оптимизации и управления (автоматная оптимизация с независимыми автоматами — детерминированными и стохастическими, с рассинхронизацией; адаптивные и эволюционные модели; игры автоматов, автомат в среде, управляемые случайные процессы; информационно-статистическая поисковая оптимизация; адаптивные алгоритмы управления и стабилизации). Все эти исследования возникли в процессе развития теории нелинейных колебаний и общей теории динамических систем по программе А. А. Андронova.

Деятельность Горьковской школы, получившей столь значительные результаты, — достаточно красноречивое свидетельство плодотворности научных идей и незаурядных педагогических и организаторских способностей А. А. Андронova.

Научную и педагогическую работу А. А. Андронов совмещал с огромной общественной деятельностью: он был депутатом Верховного Совета, а в последние годы жизни — членом Президиума Верховного Совета СССР.

На протяжении всей жизни А. А. Андронов обращался к истории науки. Ему принадлежат исследования научного наследия Лапласа, периода жизни и деятельности выдающегося русского математика Н. И. Лобачевского, именем которого был назван Горьковский университет.

Александр Александрович Андронов прожил короткую, но яркую жизнь, 20 лет которой были отданы Горьковскому университету. Там и сегодня продолжают активно работать его ученики и ученики его учеников.

Литература

1. Андронов А. А. Л. И. Мандельштам и теория нелинейных колебаний. В кн.: Андронов А. А. Собр. тр. М.: Изд-во АН СССР, 1956.
2. Горелик Г. С. Из истории развития теории колебаний в СССР. — В кн.: Динамика систем. Вып. 12. Горький, 1977.
3. Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. М.: ГИТТЛ, 1947.

A. A. ANDRONOV AND NON-LINEAR OSCILLATIONS THEORY.

Ye. S. VOIKO

The author analyses A. A. Andronov's scientific works connected with formation and development of some branches of non-linear oscillations theory, namely, based on qualitative theory of differential equations and point mapping method. His role in creation of Gorky's scientific school, his outstanding pedagogical and organizational talents are shown.