

Материалы к биографиям ученых и инженеров

ЖИЗНЬ ЛЮДВИГА БОЛЬЦМАНА И ЕГО МЕСТО В ИСТОРИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ*

Д. ФЛАММ (Австрия)

В конце 1877 г. в «Венских сообщениях по физике» появилась знаменитая статья А. Больцмана о соотношении между энтропией и вероятностью термодинамического состояния [1]. Больцман показал, что энтропия термодинамического состояния пропорциональна логарифму вероятности этого состояния; что вероятности состояний могут быть рассчитаны на основании отношения между численными характеристиками соответствующих этим состояниям распределений молекул.

Выведенное Больцманом соотношение могло быть использовано как основа для построения статистической механики, и Альберт Эйнштейн впоследствии назвал его принципом Больцмана. Макс Планк использовал этот принцип в виде

$$S = k \log W. \quad (1)$$

Эта формула, выгравированная на памятнике Больцману в Вене, явилась отправной точкой для теоретического обоснования закона излучения черного тела, с которого началось развитие квантовой механики [2]. В этом уравнении S — энтропия; $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ эрг/град — постоянная, обычно именуемая постоянной Больцмана; W — термодинамическая вероятность. Больцман вывел это соотношение в рамках кинетической теории газов, но он же выдвинул предположение и о его возможной всеобщей значимости.

Обратимся к некоторым биографическим и историческим фактам.

Мой дед, Людвиг Эдуард Больцман, родился в Вене 20 февраля 1844 г., как раз в ночь с последнего дня масленицы на среду, с которой начинался великий пост. Больцман обычно в шутку говорил, что из-за даты своего рождения он и получил характер, которому присущи резкие переходы от ликования к скорби. Отец его, Людвиг Георг Больцман, работал в Имперском министерстве финансов. Он умер от туберкулеза, когда сыну было всего 15 лет. Людвиг Больцман учился блестяще, а мать поощряла его разнообразные интересы, дав ему всестороннее воспитание. Так, в Линце Больцман брал уроки игры на фортепьяно у знаменитого композитора Антона Брукнера. Всю жизнь он любил музыку и часто устраивал в своем доме с друзьями домашние концерты.

В 1863 г. Больцман поступил в Венский университет, где изучал математику и физику. Институт физики при Венском университете был основан только за 14 лет перед тем Христианом Доплером. В период обучения Больцмана в Институте директорами последнего были Эттинггаузен и Иозеф Стефан. В особенности высоко ценил Больцман тот тесный контакт со студентами, которого добился Стефан. По этому поводу Больцман писал: «Когда я, еще студентом, подружился со Стефаном, он начал с того, что передал мне сочинения Максвелла вместе с английской грамматикой, ибо я совсем не знал тогда английского языка» [3, с. 110]. Тогда максвелловская электродинамика представляла собой новейшее достижение теоретической физики. Не удивительно, что и первая

* Статья подготовлена на основе материалов вступительного доклада на Чтениях по случаю столетия открытия принципа Больцмана в Андском университете (Богота, Колумбия, 1978). Автор — Д. Флам — внук Л. Больцмана, профессор Института теоретической физики при Венском университете (Австрия). Перевод с английского (с рукописи) Б. А. Старостина.

статья Больцмана была посвящена электродинамике. Однако уже во второй своей работе, опубликованной в 1866 г. в статье «О механическом значении второго начала термодинамики» [4], где он показал, что температура соответствует средней кинетической энергии молекул газа, определились научные интересы Больцмана.

Осенью 1866 г., за два месяца до получения докторской степени, Больцман был принят в Институт физики на должность профессора-ассистента. Йозеф Лошмидт (1821—1895), который также работал в этом институте, стал его другом. В 1865 г. Лошмидт впервые с достоверностью определил размеры атома. Институт физики располагал лабораторией в третьем районе Вены (Эрдбергштрассе, 15). Лаборатория была невелика, но ее сотрудники были полны идей. Позже Больцман писал об этой группе: «В течение всей моей жизни лаборатория на Эрдбергштрассе осталась для меня символом честной и вдохновенной экспериментальной работы. Когда мне удалось несколько оживить институт в Граце, я стал его в шутку называть Малым Эрдбергом. При этом я не имел в виду, что в нем было мало места: вероятно, этот институт был вдвое больше, чем весь институт Стефана, но эрдбергского духа мне пока не удавалось достичь. Еще в Мюнхене, когда ко мне приходили молодые аспиранты, не знавшие, над чем работать, я думал: «Как по-другому было у нас на Эрдбергштрассе». Сейчас, есть прекрасная аппаратура для экспериментов, а люди ищут идей, как ее использовать. А у нас идей всегда было достаточно, не хватало только экспериментальной аппаратуры» [5].

В 1868 г. Больцману было присвоено право чтения лекций в университетах, а годом позже он стал ординарным профессором математической физики в университете в Граце. В этот период он помимо разработки своих теоретических идей занимался и экспериментальными исследованиями связи между диэлектрической постоянной и показателем преломления с целью получить подтверждение максвелловской единой теории электродинамики и оптики. Для своих экспериментов он дважды брал в Грацком университете краткий отпуск, чтобы поработать в лабораториях Бунзена и Кенигсбергера в Гейдельберге и Гельмгольца и Кирхгофа в Берлине. Результаты этих исследований были опубликованы в 1873—1874 гг.

Больцман принимал также активное участие в планировании новой физической лаборатории в Граце, директором которой он позже стал.

Перед тем как перейти к рассмотрению деятельности Больцмана в области теоретической физики, вспомним научные споры прошлого столетия. Формула для давления газа была выведена из кинетической теории, рассматривавшей молекулы газа как бильiardные шары, еще в 1738 г. Даниэлем Бернулли (1700—1782). [6]. Однако в начале XIX в. кинетическая теория «выпала в немилость», поскольку большинство авторитетов, например Пьер Симон Лаплас (1749—1827), были сторонниками теории флогистона. Согласно этой теории, теплота мыслилась как жидкость, называемая «флогистон» и состоявшая из частиц, которые, энергично отталкиваясь друг от друга, в то же время сильно притягиваются обычным веществом и проникают в него. В этом случае тепловое расширение тел могло быть объяснено отталкиванием между частицами флогистона. Против кинетической теории сторонниками теории флогистона часто выдвигался тот довод, что теплота может проникать через вакуум без того, чтобы это сопровождалось каким-либо переносом материи, а потому теплота должна быть не свойством материи, а отдельным веществом. Не удивительно поэтому, что второй закон термодинамики был сформулирован Сади Карно (1796—1824) в 1824 г., задолго до открытия первого закона термодинамики. Что касается этого первого закона, принципа сохранения энергии, то он был сформулирован в 1842 г. немецким врачом Юлиусом Робертом Майером (1814—1878) и в 1847 г. (независимо) английским физиком-экспериментатором Джеймсом Прескоттом Джоулем (1818—1889). Связь между принципом сохранения энергии и кинетической теорией материи была отчетливо показана в 1847 г. Германом Гельмгольцем (1821—1894).

Опровержение теории флогистона открыло путь для возрождения кинетической теории газов. Вехой на этом пути была опубликованная в 1857 г. статья Рудольфа Клаузиуса (1822—1888) «Природа движения, которое мы называем теплотой». Клаузиус вычислил средние скорости молекул газа и отношения удельных теплоемкостей при постоянстве объема и давления; он напечатал работы, в которых ввел понятие средней длины свободного пробега молекул газа, теорему вирнала, а в 1865 г. — понятие энтропии. Из этого последнего понятия им было выведено мрачное предвидение «тепловой смерти»

Вселенной¹. Джеймс Клерк Максвелл (1831—1879) впервые ввел в кинетическую теорию статистические распределения. В 1860 г. он (очевидно, под впечатлением опубликованного Джоном Гершелем обзора работ Кетле по теории вероятности) выдвинул тезис, что столкновения между молекулами не ведут к уравниванию скоростей всех молекул, как предполагали некоторые исследователи, но дают картину статистического распределения скоростей, в котором может с определенной вероятностью встретиться любая скорость. Выведенное Максвеллом в 1867 г. [7] распределение скоростей основано на том факте, что равновесное распределение не нарушается от столкновений между молекулами. Больцману удалось вывести второй закон термодинамики путем изучения процессов перехода от неравновесного состояния к равновесному.

В 1872 г. Больцман опубликовал статью «Новые исследования о тепловом равновесии молекул газа» [8]. В этой статье он ввел уравнение переноса теплоты, которое теперь обычно называют уравнением Больцмана и которое имеет обширную сферу применения не только в области изучения газов, но и в других областях, таких, как физика твердого тела, теория ядерных реакторов, физика плазмы и теория химических реакций стимулированных лазерным излучением [9].

Больцман определил функцию распределения $f(x, t)$, показывающую сколько молекул газа с энергией x имеется в момент времени t . Для временных изменений этой функции под влиянием попарных столкновений он получил выражение

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial t} = \int_0^{\infty} \int_0^{x+x'} \left\{ \frac{f(\xi, t)}{V\xi} \frac{f(x+x'-\xi, t)}{V(x+x'-\xi)} - \frac{f(x, t)}{Vx} \frac{f(x', t)}{Vx'} \right\} Vxx' \psi(x, x', \xi) dx' d\xi, \quad (2)$$

где $\psi(x, x', \xi)$ определяется действием межмолекулярных сил. Он определил также функционал

$$E = \int_0^{\infty} f(x, t) \left[\log \left(\frac{f(x, t)}{x} \right) - 1 \right] dx, \quad (3)$$

для которого, как ему удалось показать, имеет место соотношение

$$\frac{dE}{dt} \leq 0. \quad (4)$$

Из допущения случайного характера распределения следует, что E всегда понижается до тех пор, пока не достигнет минимума, соответствующего состоянию термодинамического равновесия. Необходимым и достаточным условием равновесия является обращение в нуль выражения в фигурных скобках в уравнении (2), характеризующем распределение Максвелла — Больцмана. Согласно Больцману, кроме того, величина E с точностью до некоторого постоянного множителя соответствует энтропии рассматриваемой системы.

Это была первая формулировка знаменитой H -теоремы, хотя само обозначение H появилось только двумя десятилетиями спустя.

Это доказательство второго закона термодинамики коренным образом отличается от предшествовавших способов выведения этого закона. Чтобы преобразовать интегро-дифференциальное уравнение (2) в систему попарно объединенных интегральных уравнений, Больцман [8] ввел дискретные значения $0, \varepsilon, 2\varepsilon, \dots, p\varepsilon$ для кинетических энергий молекул газа, где ε — единица энергии, а p — целое число. Позже, в статье, относящейся к 1877 г., допущение этой дискретности выступает как необходимое условие для получения конечных значений термодинамической вероятности.

В 1873 г. Больцман вернулся в Венский университет в качестве профессора математики. Перед отъездом из Граца он познакомился со своей будущей женой, Генриеттой фон Айгентлер.

¹ В то время Вселенную рассматривали как стационарную и в то же время неограниченно простирающуюся во времени и пространстве. Рассуждая в рамках этой модели, Больцман позднее предположил, что современное неравновесное состояние нашего мира есть результат статистической флуктуации. В наши дни предполагается, что это состояние неравновесия связано с расширением Вселенной.

Из работ, выполненных Больцманом в Вене, особого внимания заслуживает статья «О теории упругости при внешних воздействиях» (1874), где он сформулировал теорию линейной вязкоупругости. Он описал это явление с помощью интегральных уравнений, представляющих собой важный вклад в теоретическую реологию [10].

Больцман ко всему подходил с большой ответственностью, а потому административная работа, которой в Вене было куда больше, чем в Граце, была для него тяжелым грузом.

В 1876 г. директором Физического института в Граце был А. Теплер; он прислал Больцману письмо, в котором горько жаловался на бедность института; позже Теплер покинул Грац и уехал в Дрезден. Кафедра экспериментальной физики в Граце очень манила Больцмана по ряду причин: став преемником Теплера, он мог бы располагать собственной лабораторией и читать лекции по физике, а не по математике, как в Вене; бюрократизма в Граце было меньше, чем в Вене; наконец (последнее по счету, но не по важности обстоятельство), Больцман собирался жениться; в Вене найти подходящую квартиру было очень трудно, а его будущая жена была из Граца.

В 1876 г. Больцман занял пост директора Физического института в Граце и оставался на этой должности 14 лет.

Еще в 1871 г. Больцман указал [11], что второй закон термодинамики может быть выведен из классической механики только с помощью теории вероятности. Этот факт он подчеркивает в первой из своих работ 1877 г. [12], где рассматривает лосмидтовский парадокс обратимости. В самом деле, в классической механике нет предпочтительного направления времени, и если изменить векторы скорости всех частиц на противоположные, то и движение будет в данной системе происходить в противоположном направлении. С другой стороны, в термодинамике имеется предпочтительное направление времени, а именно направление, при котором энтропия возрастает. Что произойдет, если мы изменим векторы скорости всех молекул газа в данной области на противоположные? Для такой процедуры необходима согласованность между этими векторами, которая будет противоречить допущению randomness начальных условий в H -теореме Больцмана. Однако если процедура будет все же осуществлена, то, спустя некоторое время, тепловые столкновения молекул уничтожат эту согласованность и энтропия системы вновь будет возрастать (такое поведение молекул лучше всего может быть проиллюстрировано моделированием на ЭВМ) [13].

Благодаря принципу Больцмана второй закон термодинамики стал статистическим законом, что привело к совершенно иному пониманию необратимости. Если достаточно большую систему оставить без внешнего вмешательства на достаточно долгое время, то вероятность того, что мы найдем ее по истечении этого времени в равновесном состоянии, несравненно больше, чем вероятность того, что она будет в каком угодно неравновесном состоянии.

К 1877 г. теория вероятностей уже была вполне установившейся областью математики. Однако ее применимость в естествознании оспаривалась: ведь XIX в. можно было бы назвать веком детерминизма. С тех пор как в середине XVII в. де Мере, член парижского клуба азартных игр, обратился к знаменитому французскому математику Б. Паскалю с просьбой рассчитать его шансы на выигрыш в некоторых ситуациях, возникающих при игре в кости, теория вероятностей пользовалась дурной репутацией способа строить нечеткие предсказания применительно к неопределенным обстоятельствам.

Даже такие крупнейшие физики, как Макс Планк, долгое время не хотели допустить, что второй закон термодинамики — это не абсолютно значимая аксиома, но просто статистический закон, который в принципе может и нарушаться. В 60-х годах XIX в. общее мнение ученых было в пользу кинетической теории, но в 80-х и 90-х годах наметилась противоположная тенденция, связанная с тем, что многие физики и физикохимики стали выступать против кинетической теории газов. Эти выступления (из наиболее известных критиков можно назвать Эрнста Маха, Пьера Дюгема, Вильгельма Оствальда, Анри Пуанкаре, Густава-Адольфа Гирна и Эрнста Цермело) нередко представляли собой составную часть более общей критики, направленной против атомизма. Людвиг Больцман оказался единственным (из ученых со столь же солидной репутацией), кто стал бороться против этой тенденции. Когда Э. П. Калверуэлл в 1890 г. воскресил парадокс обратимости, Британская ассоциация содействия успехам науки поручила Дж. Лармору и К. Брайану проанализировать «современное состояние наших знаний в области термо-

динамики, особенно в отношении второго начала термодинамики» [14]. На конференции, состоявшейся в Лондоне в 1894 г., Больцмана попросили высказаться по этому поводу. В ходе обсуждения, несмотря на то что проблема теоретического обоснования термодинамики не могла в целом считаться решенной, было выдвинуто предположение, что движения молекул после каждого столкновения рандомизируются. В настоящее время мы знаем, что в силу принципа неопределенности невозможно фиксировать начальное положение и скорость двух молекул газа с такой точностью, чтобы можно было достоверно предсказать, столкнутся ли они. Между тем столкновение может привести к резкому изменению скоростей обеих молекул. Таким образом, малейшее изменение начальных условий может привести к огромным сдвигам в конечном состоянии данной пары молекул. Для большинства ученых прошлого столетия такая недетерминированность выглядела чем-то поразительным.

Через год после этой конференции произошел памятный в истории науки спор между Гельмом и Оствальдом, выдвинувшими феноменологическую теорию, названную ими энергетизмом, и Больцманом и Феликсом Клейном, защищавшими кинетическую теорию. Этот спор произошел на заседании Общества естествоиспытателей г. Любека. Впоследствии Арнольд Зоммерфельд вспоминал: «Столкновение Больцмана с Оствальдом было похоже на бой между быком и ловким тореадором, но на этот раз бык одолел тореадора, несмотря на все искусство последнего. Аргументы Больцмана победили. Мы, математики младшего поколения, все были на стороне Больцмана. Для нас сразу стала очевидной невозможность того, чтобы из единственного уравнения энергии выводились уравнения движения хотя бы одной точечной массы, не говоря уже о системе с произвольным числом степеней свободы» [15]. Перед тем как перейти к дальнейшему, упомяну, что в 1884 г. Больцман впервые рассчитал энтропию излучения, дав теоретический вывод закона Стефана — Больцмана, характеризующего излучение черного тела.

Однако было еще одно возражение против *H*-теоремы Больцмана, основывавшееся на теореме возврата Анри Пуанкаре. В 1889 г. Пуанкаре показал, что любая механическая система, занимающая конечное пространство с фиксированной суммой энергии, должна в конечном счете возвращаться к состоянию, сколь угодно близкому к начальному состоянию этой системы. В 1896 г. Цермело выдвинул тезис, что *H*-теорема Больцмана противоречит теореме возврата и что единственный выход из этого противоречия — отказаться от механического взгляда на природу. Больцман возражал против этого тезиса, доказывая, что свойство рекуррентности представляет собой не парадокс, но вполне рациональное следствие статистической концепции материи. В самом деле, вполне можно вычислить, в течение какого в среднем времени данная система молекул газа вернется к своему исходному состоянию. Это время возврата — величина порядка e^N , где N — число молекул газа в данном объеме, т. е. время столь огромное, что выходит за пределы всякого человеческого опыта.

В 1896 г. Больцман написал статью «О неизбежности атомистики в физических науках», где также выдвинул математические возражения против оствальдовского энергетизма. Задавая вопрос, почему испортилась репутация атомистических теорий, Больцман объяснял это, в частности, тем, что таких теорий было предложено слишком много. Свойства же атомов оставались неизвестными, потому что не было прямого экспериментального доказательства существования атомов. Этой неопределенностью злоупотребляли, предлагая особую модель атома для каждого явления, которое надо было объяснить. Реакцией на бесконтрольное созидание моделей явилась попытка Маха исключить все понятия, не основанные на экспериментальном наблюдении. В современной нам физике имеется интересная параллель к этой ситуации. В наши дни кварковые модели элементарных частиц играют роль, подобно той, какую в прошлом столетии играли модели атома. Поскольку свободных кварков не наблюдалось, стало популярным допущение, что кварки существуют только в адронах, а свободных кварков нет вовсе. Здесь, как и в случае с атомными моделями прошлого века, предложено много различных моделей кварков, и эти модели все время соперничают с феноменологическими теориями.

В противоположность предсказаниям, выдвигавшимся в рамках различных моделей атома, вывод Больцмановской *H*-теоремы не зависел от тех или иных деталей строения

этих моделей, но только от общих требований атомистики и теории рассеяния. таких, как законы сохранения материи и энергии и принципы симметрии. Однако общая анти-атомистическая тенденция привела к тому, что и взгляды Больцмана подверглись ожесточенным атакам.

В течение 1890—1910 гг. самое существование атомистики все время оставалось под угрозой. Больцман боролся в одиночку и боялся, что дело всей его жизни окажется в забвении. В предисловии ко второй части своих лекций по теории газов он писал в 1898 г.: «По моему мнению, большой трагедией для науки будет, если (подобно тому, как это случилось с волновой теорией света из-за авторитета Ньютона) хотя бы на время теория газов окажется позабытой из-за того враждебного отношения к ней, которое воцарилось в данный момент. Я сознаю, что сейчас являюсь единственным, кто, хотя и слабо, пытается плыть против течения. И тем не менее я могу способствовать тому, чтобы, когда теория газов снова будет возвращена к жизни, не пришлось делать слишком много повторных открытий» [16].

Это был период, когда многие физики избегали делать прямые ссылки на кинетическую теорию. Тогдашнее осторожное отношение к этой теории отражено, например, в предисловии к работе Дж. У. Гиббса «Элементарные принципы статистической механики» [17].

В 1890 г. Больцман принял предложение занять кафедру теоретической физики в Мюнхенском университете и мог, наконец, заняться преподаванием своего любимого предмета. В течение тех четырнадцати лет, что он преподавал здесь экспериментальную физику, он использовал для иллюстрации теоретических концепций наиболее наглядные механические модели (так, для иллюстрации теории Максвелла он построил машину, которую прозвали «велосипедом»). Множество студентов со всех концов мира приезжали в Мюнхен, чтобы пройти курс обучения под руководством Больцмана.

Единственная слабость его позиции заключалась в том, что баварское правительство в то время не выплачивало пенсии университетским профессорам; между тем у Больцмана все более ухудшалось зрение, и его беспокоило будущее семьи.

Когда умер Стефан, Больцман занял его кафедру в Венском университете, однако после 18-летнего отсутствия он не мог найти в Вене такой прекрасной группы коллег и друзей, какая у него была в Мюнхене. В особенности осложнилось его положение в 1895 г., когда профессором философии и истории науки в Венском университете стал Эрнст Мах, резко нападавший на атомистические воззрения Больцмана. Поэтому в 1900 г. Больцман решил принять приглашение на кафедру теоретической физики в Лейпциге, где Вильгельмом Оствальдом, специалистом в области физической химии, был создан крупный исследовательский центр. Оствальд был личным другом Больцмана (хотя в то же время оствальдовский «энергетизм», основанный на философии Маха, противостоял идеям Больцмана), однако положение Больцмана в Лейпциге ухудшилось даже по сравнению с Веной. Необходимость постоянной борьбы его удручала, так как он любил работать в тесном сотрудничестве с коллегами. Не нравился ему и саксонский образ жизни. Все эти обстоятельства привели его к нервному кризису.

В 1901 г. Мах ушел в отставку со своего профессорского поста в Вене из-за плохого состояния здоровья. Кафедра же Больцмана в Венском университете все время, пока он был в Лейпциге, оставалась незанятой, и осенью 1902 г. Больцман вернулся в Вену. Однако руководство университета не могло простить ему его ухода. В письме к своему ассистенту Стефану Майеру Больцман в этот период жалуется, что бюджет Физического института крайне урезают. Кроме того, ему приходится ждать до 1904 г., чтобы его вновь избрали действительным членом Австрийской Академии наук. В феврале 1903 г. его жена писала дочери Иде, которая оставалась в Лейпциге и кончала там гимназию: «Отцу все хуже с каждым днем. Я потеряла веру в будущее. Я надеялась, что в Вене жизнь будет лучше». Здоровье Больцмана страдало от постоянных споров с научными противниками. Зрение его ухудшилось до такой степени, что ему трудно стало читать; пришлось нанять сотрудницу, которая читала ему научные статьи; жена готовила его рукописи к печати.

Кроме того, Больцман страдал от сильных астматических приступов по ночам и, видимо, от стенокардии. Из-за переутомления его мучили тяжелые головные боли. В этот период его преподавательская работа заключалась в чтении курса теоретической физики (пять часов в неделю), в ведении семинара по теоретической физике, а также

я чтении спецкурса (через каждые два семестра на третий), занимавшего по меньшей мере один час в неделю. Начиная с 1903 г. Больцман в дополнение к этому читал еженедельно еще двухчасовой курс философии, заменив ранее читавшего этот курс Маха. Нетрудно понять, что его слабое здоровье не могло в течение долгого времени выдерживать такую огромную нагрузку, которая сочеталась с научной работой. Насколько изнурительной была его болезнь, я могу только догадываться, поскольку я видел, как от того же заболевания страдала моя мать. Даже отдых в Дуино, под Триестом, не принес ему облегчения в его мучительном заболевании: Л. Больцман впал в глубокую депрессию и 5 сентября 1906 г. покончил самоубийством.

Весьма прискорбно, что он не дожид до воскрешения атомизма и умер с мыслью, что о кинетической теории все забыли. Он очень страдал от того, что его идеи находили мало отклика в странах, где научная литература создавалась и читалась на немецком языке. Поэтому Больцман приветствовал даже сомнения, которые выражал Цермело по поводу H -теоремы, поскольку они по крайней мере свидетельствовали, что труды по статистическому обоснованию термодинамики привлекли к себе внимание немецких ученых. Стремление Больцмана к научным контактам выразилось в той переписке, которую он вел со многими выдающимися физиками; упомяну только Максвелла, Кельвина, Рэлея и Брайана в Великобритании; Г. А. Лоренца и Камерлинг-Оннеса в Голландии; Аррениуса и Бьеркнеса в Швеции. Из его многочисленных поездок наиболее отдаленными были три путешествия в США.

Несмотря на научные споры, которые он вел с Максом Планком в предшествующие годы, он сразу выразил свое согласие со статьей Планка, посвященной распределению частот в излучении черного тела. Эта статья, появившаяся в 1900 г., знаменовала появление квантовой теории. Планк потом говорил в своей лекции по поводу вручения ему Нобелевской премии, что после многих предшествовавших разочарований ему принес особое удовлетворение тот факт, что в письме в ответ на присылку статьи Больцман выразил свой интерес к его работе и свое согласие с его способом рассуждения [2].

Еще в статье 1872 г. Больцман ввел представление о дискретных уровнях энергии [8], благодаря чему был открыт путь к созданию квантовой механики. Однако еще более важную роль в становлении современной физики сыграл его статистический метод. Как бы в предчувствии статистической интерпретации квантовой механики он писал в 1898 г. в своих лекциях по теории газов: «Мне еще надо упомянуть возможность, что фундаментальные уравнения движения отдельных молекул окажутся всего лишь приближительными формулами, дающими средние значения... и получаемыми только в результате длительных серий наблюдений на основе теории вероятностей» [16]. Принцип Больцмана вполне применим также и к квантовой статистике: только подсчет числа состояний здесь производится иначе по сравнению с классической статистикой.

Труды Больцмана явились стимулирующими для многих областей исследований в XX в. Прежде всего уравнение Больцмана — это нелинейное интегро-дифференциальное уравнение, и его решение для неравновесных случаев представляет собой трудную проблему. Проблема становится еще более трудной, если учесть столкновения не только двух тел, но и процессы столкновения многих частиц [18]. В своей работе 1871 г. Больцман впервые детально изучил эргодические системы. В 1884 г. он ввел термин «эргоды». Подтверждение эргодичности особых классов систем [19] — чрезвычайно интересная проблема математической физики [20]. Соотношение между энтропией и информацией, которое у Больцмана только подразумевается, когда он говорит о степени упорядоченности для определенного состояния системы, стало очевидным благодаря аналогии между шенноновской формулой усредненной информации [21] и принципом Больцмана. Это соотношение открывает широкую область для применений, вплоть до биологии и социологии. Элегантная квантово-механическая формулировка принципа Больцмана была дана в 1927 г. Йоганном фон Нейманом [22] в следующем виде:

$$S(\rho) = -k \text{Tr}(\rho \ln \rho), \quad (5)$$

где ρ — матрица плотности, описывающая состояние системы. Из этого уравнения очевидно, что энтропия не может быть наблюдаема в квантово-механическом смысле, как это имеет место с энергией или импульсом, но скорее представляет собой не определенную путем единственного измерения величину наподобие волновой функции системы.

В качестве обобщения для целого класса альтернативных выражений вида

$$S_{\alpha}(\rho) = \frac{1}{1-\alpha} \ln (\text{Tr } \rho^{\alpha}) \quad (6)$$

были предложены так называемые α -энтропии [23]. Уравнение (6) при стремлении α к 1 сводится к (5). Чрезвычайно заманчивой задачей остается строгое доказательство справедливости H -теоремы для физических систем [24]. Для строго замкнутой конечной системы „тонкая“ энтропия всегда остается постоянной. С точки зрения имеющегося экспериментального опыта это представляется парадоксальным. Парадокс устраняется, если принять во внимание, что экспериментальные измерения могут дать только относительно грубое описание реальной системы. В этом случае энтропия вполне может и возрастать. Необходимо также упомянуть, что получен строгий вывод H -теоремы для случая строго бесконечной классической системы [25].

Это — только небольшой список тех тем, для которых данный Больцманом стимул по-прежнему сохраняет свою силу.

Автор выражает благодарность д-ру А. Верлю за ценное обсуждение.

Литература

1. Boltzmann L. Wissenschaftliche Abhandlungen; 1909, Bd. 2, N 42, Leipzig.
2. Planch M. Vorträge und Erinnerungen. Stuttgart, 1949.
3. Больцман Л. Статьи и речи. М.: 1970.
4. Boltzmann L. Wissenschaftliche Abhandlungen. 1866, Bd. 1, N 2.
5. Boltzmann L. Populäre Schriften. Leipzig, 1905.
6. Brush Stephen G. Kinetic Theory. v. 1, Oxford, 1966.
7. Brush Stephen G. Op. cit., v. 2.
8. Boltzmann L. Wissenschaftliche Abhandlungen, 1872, Bd. 1, N 22.
9. Coodman M. F., T. Stone and E. Thiele.— J. Chem. Phys., 1973, v. 59, N 2919.
10. Markoitz H. Trans. Soc. of Reology, 1977, v. 21, N 3.
11. Boltzmann L. Wissenschaftliche Abhandlungen, 1871, Bd. 1, N 20.
12. Boltzmann L. Op. cit., 1877, Bd. 2, N 39.
13. Bellemans A. and T. Orban. Phys. Lett., 1967, v. 24A.
14. Brush Stephen G. The kind of motion we call heat. Amsterdam, 1976.
15. Sommerfeld A. Wiener Chem. Leitung, 1944, Bd. 47, N 25.
16. Boltzmann L. Vorlesungen über Gastheorie. Bd. 2, Leipzig, 1898.
17. The Collected Works of J. Willard Gibbs. New Haven, 1948; Yale University press, 1948.
18. Cohen E. G. D. In: The Boltzmann Equation Theory and Applications/Eds Cohen E. G. D. and Thirring W., Wien, 1973.
19. Lebowitz J. L., Penrose O. Modern Ergodic Theory.— Physics Today, 1973, v. 26, N 2.
20. Gallavotti G. In: Dynamical Systems, Theory and Applications — B., 1975.
21. Shannon C. E., Weaver W. The Mathematical Theory of Communication. Urbana, 1949.
22. Neumann J. V. Göttinger Nachrichten, 1927, S. 273.
23. Renyi A. Wahrscheinlichkeitsrechnung. B., 1966.
24. Kampen N. G. von. In: Fundamental Problems in Statistical Mechanics.— Amsterdam, 1962.
25. Lanford O. E. III: Time Evolution of Large Classical Systems.— In: Dynamical Systems, Theory and Applications. B., 1975.

ОТВЕТЫ Л. БОЛЬЦМАНА НА АНКЕТУ О МЕТОДАХ РАБОТЫ МАТЕМАТИКОВ, ПРЕДЛОЖЕННУЮ ЖУРНАЛОМ «ENSEINGEMENT MATHEMATIQUE» В 1902 и 1904 гг.*

Интерес к анализу творческого мышления ученых, характерный для настоящего времени, в разной степени существовал всегда. Сейчас эта тема представляется столь обширной и сложной, что, не будучи специалистом в области психологии научного

* Вопросы были опубликованы в журнале «Enseignement mathematique» («Математическое образование», 1902, т. 4, с. 208—211; 1904, т. 6, с. 376—378); (их русский перевод — в кн.: Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. М.: Сов. радио, 1970, с. 128—131); Ответы Л. Больцмана, опубликованные на французском языке в том же журнале (1905, т. 7, с. 389; 1906, т. 8, с. 45, 219, 300—301, 465, 471; 1907, т. 9, с. 123, 131, 210, 307; 1908, т. 10, с. 153, 170), даны в переводе О. В. Кузнецовой. Публикация подготовлена О. В. Кузнецовой.