К ИСТОРИИ ПОНЯТИЯ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

Б. В. ГНЕДЕНКО, М.-Т. ПЕРЕС (Куба)

Понятие вероятности прочно вошло в обиход современной науки, прикладных исследований и практики эксперимента. «Вероятностные идеи,— отмечает Ю. В. Сачков,— в наше время стимулируют развитие всего комплекса знаний, начиная от наук о неживой природе и кончая науками о живой природе и обществе. Прогресс современного естествознания неотделим от интенсивного использования и развития вероятностных идей и методов исследования... Само понятие вероятности можно, не боясь преувеличений, назвать знаменем теоретического естествознания XX века, по крайней мере первой его половины» [1, с. 8, 9]. Мы находимся уже в предпоследнем десятилетии XX в. и не только не замечаем ослабления воздействия теории вероятностей на естествознание, инженерное дело, организацию производства, но, напротив, наблюдаем расширение и углубление этого влияния на различные области знания и практической деятельности. Теория вероятностей превратилась в мощное средство исследования многочисленных явлений природы и общественной практики. Это вполне естественно, поскольку теория вероятностей дает не только и не столько вычислительный аппарат, сколько более широкую концепцию, позволяющую найти порядок и закономерность там, где, казалось бы, царит хаос и классический подход оказывается бессильным.

Мысль о необходимости изучения случайных явлений развивалась философами древних Китая и Индии, Ближнего Востока и Эллады. Однако в ту пору за пределы качественных соображений разработка этих вопросов не выходила. Попытки охарактеризовать числом степень случайности относятся к более поздним временам; в зачаточной форме их можно найти уже в произведениях XII—XIII вв. Достаточно высокого уровня эти попытки достигли в XV—XVII вв., когда был решен ряд задач, связанных преимущественно с разного рода соревнованиями и азартными играми. Понятие случайного события воспринималось как нечто интуитивно ясное и не требующее строго формального определения. Такое положение сохранялось вплоть до начала XX столетия. На первичной же стадии развития (до XVIII в.) не было понятия вероятности как числа, не превосходящего единицу. Исследователи ограничивались разысканием числа благоприятствующих событию шансов и на этой базе сравнивались события и делались выводы об их большей или меньшей вероятности.

В 1950—1952 гг. в связи с юбилеем одного из крупнейших математиков дореволюционной России М. В. Остроградского (1801—1862) один из авторов настоящей статьи работал над рукописями этого ученого, хранящимися в рукописном фонде Государственной публичной библиотеки Украинской ССР. Среди хранящихся там рукописей нашелся лист (№ 904), представляющий для нас определенный интерес. В нем излагаются представления Остроградского об истории возникновения понятия вероятности:

«Теорию вероятностей должно отнести к наукам нового времени, ибо настоящее ее начало не восходит дальше половины XVII столетия. Правда, некоторые предметы, относящиеся к этой науке, были известны во времена весьма отдаленных и постоянно делались расчеты, основанные на продолжительности средней жизни, известны были морские страхования, знали число случайностей в азартных играх, но только в самых простых, найдены были величины ставок или закладов, безобидных для игроков, но подобные выводы не были подчинены никаким правилам. Однако же теорию вероятностей считают наукой нового времени, и ее начало относят к первой половине XVII столетия, ибо прежде этой эпохи вопросы о вероятностях не были подчинены математическому анализу и не имелось никаких точных общих правил для решения их.

Паскаль, а за ним Ферма, геометры XVII столетия, по справедливости считаются основателями науки о вероятностях. Первый вопрос, относящийся к этой науке, и довольно сложный, решен Паскалем. Вопрос, о котором говорим, был предложен Паскалю кавалером де Мере и состоял в следующем условии. Два игрока начали игру, состоящую из данного числа партий, положим тридцати, розыгрыш каждой партии непременно выигрывается одним из игроков, и тот из них, кто выигрывает прежде другого тридцать партий, считался окончательно выигравшим и взял бы обе ставки, внесенные в начале игры. Но игроки согласились прекратить игру, не окончив ее, т. е. одному не хватало до выигрыша некоторого числа, например трех партий, а другому, положим, пятнадцати партий. Внесенные ставки для безобидности, конечно, должны быть разделены между игроками так, чтобы тот, кому недостает до выигрыша большего числа партий, получил бы меньшую сумму, а противник его бóльшую, именно безобидный раздел требует, чтобы каждый игрок получил часть внесенной суммы, пропорциональную вероятности своего выигрыша. Итак, нужно найти эту вероятность. Паскаль нашел ее, а потом вопрос де Мере предложил Ферма. Последний немедленно нашел решение и даже для более сложного случая, когда игра происходит не между двумя только, а между произвольным числом игроков.

Замечательно, что имя кавалера де Мере, человека светского и не имевшего никакого преуспевания на поприще математических наук, остается навсегда в истории этих наук».

Но еще более замечательно то, что роль Паскаля и Ферма в возникновении теории вероятностей и в формировании основного ее понятия — вероятности случайного события — в изложении Остроградского несколько преувеличена. Дело в том, что ни у того, ни у другого ученого понятие вероятности не встречается, оба они оперируют лишь с понятием числа благоприятствующих событию шансов. Понятия вероятности случайного события, как числа, заключенного между нулем и единицей, нет ни у них, ни в более поздней работе Х. Гюйгенса. В этом можно легко убедиться, познакомившись с содержанием переписки Паскаля и Ферма или же с книгой Гюйгенса «О расчетах в азартных играх» (см. [2—4]).

В указанных трех книгах обстоятельно изложены работы ученых, решавших отдельные задачи по подсчету благоприятствующих тому или иному случайному событию шансов. Изложение начинается с задач Данте, Тарталья, Кардано, Луки Пачиоло, Галилея. Однако ни один из них, так же как Паскаль, Ферма и Гюйгенс, не подошли к идее рассмотрения отношения числа благоприятствующих шансов к числу всех равновозможных шансов, т. е. не подошли к введению понятия классической вероятности.

Сейчас трудно себе представить, что такая простая и для нас вполне естественная мысль, как рассмотрение отношения числа благоприятствующих событию шансов к числу всех возможных, не пришла в голову столь выдающимся умам. Ведь если бы они рассмотрели более сложные задачи, при решении которых следовало бы изучать различные множества элементарных событий, необходимость введения классического понятия вероятности стала бы очевидной. Во всех же рассмотренных ими примерах было совершенно достаточно сравнения чисел благоприятствующих событиям шансов.

В связи с только что сказанным на память приходят слова одного из выдающихся математиков: когда мы читаем труды математика прошлых времен, то нередко воспринимаем их с современных позиций и нам часто кажется, что до формулировки окончательного результата ему оставался всего один шаг. В действительности же до этого результата было еще очень далеко, поскольку человечество не подошло к нужной ступени развития. Каждый шаг научного прогресса дается огромным трудом, и часто то, что сегодня нам кажется привычным и само собой разумеющимся, еще вчера было совсем новым и труднодоступным. Вот почему так важно при изложении проблем истории науки проникнуться концепциями и идеями той эпохи, которую мы изучаем, и не приписывать ученым того времени точки зрения и методы наших дней.

Зачастую же происходит нечто иное: при изложении исторических фактов мы используем терминологию и способы передачи сведений, которые свойственны нашим дням. При этом теряется своеобразие той эпохи, о которой ведется рассказ, теряется истинное представление о том, что тогда уже знали и что было неизвестно представителям того времени. Такого рода изложение до некоторой степени свойственно книгам

Л. Е. Майстрова. Даже при внимательном их чтении трудно отделить то, что действительно принадлежит Паскалю и Ферма и что излагается на базе современной терминологии. Слишком современно им используется понятие вероятности и правила вычисления вероятностей.

Внимательное изучение трактата Гюйгенса показывает, что он еще не употребляет понятия вероятности. В книге же Я. Бернулли «Искусство предположений» это понятие, пусть еще в несовершенной форме, уже используется [1]. В главе I четвертой части книги «Ars Conjectandi» им дается следующее определение вероятности [2]: «Вероятность есть степень достоверности и отличается от нее, как часть от целого». Далее приводится пояснение сказанного на примере, который показывает, что Бернулли в эту формулировку вкладывает тот же смысл, какой и теперь мы вкладываем в классическое определение вероятности. Вот что следует в книге Я. Бернулли непосредственно за приведенным определением: «Именно, если полная и безусловная достоверность, обозначаемая нами буквой α или единицей 1, будет, для примера, предположена состоящей из пяти вероятностей, как бы частей, из которых три благоприятствуют существованию или осуществлению какого-либо события, остальные же не благоприятствуют, то будет сказано, что это событие имеет $3/5\ \alpha$ или 3/5 достоверности».

Конечно, приведенное определение еще несовершенно: в нем отсутствует требование равновероятности «частей», т. е. рассматриваемых элементарных событий; дается не общее определение, а иллюстрация на частном примере. Однако определение уже появилось, и позднее в работах последующих авторов оно совершенствовалось.

При формулировке главного предложения в главе V четвертой части Я. Бернулли вновь писал об отношении числа благоприятствующих случаев к числу всех возможных. Но вновь он не оговаривает, а предполагает само собой разумеющимся, что все эти случаи должны быть равновероятными.

Заслуживает упоминания еще одно обстоятельство: Бернулли указывал и на другую возможность характеризовать меру случайности другим отношением, а именно отношением числа благоприятных случаев к числу неблагоприятных. Ему казалось, что оба вводимых им отношения равноправны. Однако в науке прижилось только первое из них, второе же полностью забыто.

Интересно отметить те общие положения теории вероятностей, которые сумел заметить Я. Бернулли. В главе III четвертой части имеется точная формулировка теоремы о вероятности противоположного события. Она ничем не отличается от современной, только Бернулли использует усложненный символический язык для записи этого результата.

В IV главе четвертой части своей работы Я. Бернулли задается вопросом: как определить вероятность случайного события, если у нас нет возможности подсчитать число всех возможных и число благоприятствующих ему шансов? На этот вопрос он отвечает: «Но здесь нам открывается другая дорога для достижения искомого. И то, что не дано вывести á priori, то, по крайней мере, можно получить á posteriori, т. е. из многократного наблюдения результатов в подобных примерах... Ибо, если, например, при наблюдениях, сделанных некогда над тремя сотнями людей того же возраста и сложения, в каких теперь находится Тит, было замечено, что из них двести до истечения десяти лет умерли, а остальные остались в живых и дальше, то можно заключить с достаточным основанием, что имеется вдвое больше случаев Титу умереть в течение ближайшего десятилетия, чем остаться в живых по истечении этого срока... Этот опытный способ определения числа случаев по наблюдениям не нов и не необычен».

Важно сейчас подчеркнуть, что в высказанном отрывке достаточно четко прослеживается мысль о статистическом определении вероятности.

Таким образом, в работе Я. Бернулли присутствуют две концепции вероятности — классическая и статистическая. Обе они изложены не очень четко, опираются на рассмотрение частных случаев, но они уже имеются. Следовательно, был сделан важный шаг вперед — введено понятие вероятности случайного события, как числа, заключенного на отрезке (0,1). Кроме того, было отмечено, что определить это число можно двумя различными способами: путем подсчета равновероятных исходов, благоприятствующих на-

---

[1] Это обстоятельство отмечено в статье О. Б. Шейнина [5, с. 137].

[2] Все цитаты из книги Я. Бернулли «Искусство предположения» даются по изданию [6].

ступлению изучаемого события, и всех возможных и последующего вычисления их отношения. Второй способ состоит в проведении большого числа независимых испытаний и подсчета частоты. С этого момента можно считать, что теория вероятностей начала свою историю. До него же протекала ее предыстория, которая подготовила почву для формирования ее основных задач и понятий. Классическое понятие вероятности после работы Я. Бернулли вошло во всеобщее употребление.

Теперь естественно выяснить, что произошло за те десятилетия, которые отделяют книги Х. Гюйгенса и Я. Бернулли? Что привело к введению классического определения вероятности?

Несомненно, что формулировка закона больших чисел по Бернулли сама по себе является достаточным для этого основанием. Однако имеется и другое соображение, которое, несомненно, оказало влияние на ход мысли Я. Бернулли. Мы имеем в виду замечательные исследования Джона Граунта (1620—1675), Вильяма Петти (1623—1687), Эдмунта Галлея (1656—1742) по вопросам «политической арифметики», в первую очередь демографии. Эти произведения оказали сильнейшее воздействие на лучшие умы того времени и практически все мало-мальски крупные математики того периода изучали их произведения и стремились использовать содержащиеся в них идеи в других ситуациях. Этого влияния не избежал и Я. Бернулли. Работы Граунта и Петти убедительно показали, что представительные статистические наблюдения позволяют получать серьезные выводы относительно изучаемых явлений, но для этого необходимо изучать не численности событий, а частоты, т. е. отношения числа наблюдений, обладающих определенным свойством, к числу всех проведенных наблюдений.

В 1662 г. была опубликована небольшая книга Д. Граунта «Естественные и политические наблюдения, перечисленные в прилагаемом оглавлении и сделанные над бюллетенями смертности...», с которой начинается жизнь статистики как особой науки. Идея статистического метода исследования привлекла внимание ученых и быстро стала использоваться в разных вопросах. Основная задача, которая была поставлена Граунтом,— устновление возрастного состава населения по наблюдениям за возрастом умерших. С этой целью им были проанализированы книги регистрации умерших в Лондоне за 20 лет. Всего смертей было зарегистрировано 229 250; из них 71 124 смертей детей от различных причин, которые были Граунтом тщательно перечислены. Важно отметить следующее: Граунт указал специально, что приблизительно $^1/_3$ умерших приходится на детский возраст от 4 до 6 лет (точнее 71124/229250). Тем самым Граунт ввел в рассмотрение частоту события. Очень существенно замечание Граунта относительно устойчивости частот: «...Мы хотели бы заметить, что некоторые из случайностей имеют постоянное отношение к числу всех похорон...» [7, с. 16].

Интересные примеры использования понятия частоты встречаются в произведениях Петти. Так, в небольшой книге «Два очерка по политической арифметике, относящиеся к людям, зданиям, больницам в Лондоне и Париже» [8], вышедшей в 1782 г. в Лондоне и через четыре года в Париже, получены сравнительные выводы о смертности в госпиталях шарите[3] Лондона и Парижа. Оказалось, что из 2647 больных одного из госпиталей Парижа в течение года скончалось 338, а в Лондоне в двух беднейших больницах из 3281 больного умерли 461. Частоты этих событий равны соответственно 0,136 и 0,140. Петти оба эти числа считал приближенно равными $^1/_8$ и при этом не пользовался десятичными дробями. Еще более страшный процент смертности оказался для парижского госпиталя «Божий дом» (L'Hotél Dieu). В нем на 21 591 больного пришлось 5630 смертей. Таким образом, для этого госпиталя частота выписки больного на кладбище оказалась равной 5630/21491, т. е. приблизительно 0,262. Петти приблизительно принимал ее равной $^1/_4$.

Таким образом, работы Граунта и Петти подготовили почву не только для понимания важности понятия частоты события, но также и открыли путь к введению классического понятия вероятности. Исключительно важна констатация Граунтом устойчивости частоты для некоторых событий. На нее следует смотреть как на первый шаг в формулировке закона больших чисел, поскольку именно он дает возможность выяснить условия, при которых имеет место устойчивость частот.

---

[3] La charité — милосердие. Так назывались больницы, организованные церковью для бедных.

Классическое понятие вероятности случайного события, введенное в обиход Я. Бернулли, быстро стало использоваться всеми учеными, работающими в области теории вероятностей. Одновременно ими вводились уточнения в определение, данное Я. Бернулли, а также начали дискутироваться вопросы, связанные с понятием равновозможности или равновероятности отдельных шансов.

Вопрос о происхождении основных понятий теории вероятностей был недавно поставлен одним из авторов в брошюре [9] и частично в ней освещен.

Почти современное определение классической вероятности было дано Ж. Лагранжем (1736—1813) в мемуаре 1768 г. В данном им определении отсутствовало только указание о равновероятности элементарных событий (случаев). Позднее в мемуаре 1774 г. Лаплас повторил определение Лагранжа, но добавил к нему требование равновероятности всех рассматриваемых случаев. Затем он почти дословно повторил это определение в знаменитой «Аналитической теории вероятностей» [10, с. 178].

Итак, в XVIII столетии классическое понятие вероятности зародилось и оформилось в ныне действующее определение. Однако в том же столетии выявилась недостаточность этого понятия и пришлось искать другие возможности числовой характеристики случайных событий: появились представления о геометрических вероятностях, было дано статистическое определение вероятности. На этом развитие понятия вероятности не остановилось, и уже в нашем столетии его точному определению на базе теории множеств, теории структур и пр. уделялось и уделяется большое внимание.

Литература

1. *Сачков Ю. В.* Введение в вероятностный мир. М.: Наука, 1971.
2. *Todhanter I.* A history of the mathematical theory of probability. N. Y.: Chelsea publishing C°, 1949.
3. *Майстров Л. Е.* Теория вероятностей: Исторический очерк. М.: Наука, 1967.
4. *Майстров Л. Е.* Развитие понятия вероятности. М.: Наука, 1980.
5. *Sheynin O. B.* On the prehistory of the theory of probability.— Arch. Hist. Ex. Sci., 1974, 12, № 2.
6. *Бернулли Я.* Часть четвертая сочинения Якова Бернулли «Искусство рассуждений». Спб., 1913.
7. *Graunt J.* Natural and Political observationed made upon the Bills of Mortality. Baltimore: The Jonns Hopkins Press, 1939.
8. *Петти В.* Экономические и статистические работы. Т. 1—2. М.: Соцэкгиз, 1940.
9. *Гнеденко Б. В.* Из истории науки о случайном. М.: Знание, 1981.
10. *Laplace P.* Theori analitique des probabilitées. P., 1812à.

ПОЛУЧЕНИЕ А. И. БРОДСКИМ ПЕРВЫХ ЛАБОРАТОРНЫХ КОЛИЧЕСТВ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ТЯЖЕЛОЙ ВОДЫ. (К 50-летию начала производства тяжелой воды в СССР)

В. А. ВОЛКОВ, Д. Н. ТРИФОНОВ

В 1932 г. был открыт тяжелый изотоп водорода — дейтерий с массовым числом 2 (легкий изотоп стали именовать протием). Это — единственный случай, когда изотопы одного элемента имеют собственные имена [1].

Спустя некоторое время после открытия дейтерия Г. Юри и Е. Уошборн обнаружили, что в ходе электролиза воды может быть достигнуто частичное разделение изотопов водорода. Действительно, вода, взятая из промышленного электролизера, имела значительно бо́льшую величину плотности, чем обычная вода. Этот факт Юри и Уошборн объясняли избытком молекул окиси дейтерия.

Тогда же возникла проблема: как добиться того, чтобы в ходе электролиза получить тяжелую воду в максимальной концентрации? Этого можно было достичь только путем длительного электролиза. Такому электролизу и подвергали остаток воды

[1] Интересно, и это мало известный факт, что Э. Резерфорд предлагал другие названия: гаплоген и диплоген, от греческих слов, означающих соответственно «один» и «двойной». Но эти названия не привились.