

ТРУДЫ ПЕАНО И ИХ МЕСТО В ИТАЛЬЯНСКОЙ КУЛЬТУРЕ

ЛЮДОВИКО ДЖЕЙМОНАТ [Италия]

Прежде всего хочу попросить прощения за то, что, говоря о Пеано, мне придется часто обращаться к собственным воспоминаниям. Воспоминаниям этим уже больше полувека, и поэтому в них могут вкрасться некоторые неточности. Но мне хотелось бы нарисовать цельную, реалистическую, предельно живую картину культурной жизни того времени. Именно она определила особенности личности и творчества Пеано со всеми их положительными и отрицательными сторонами.

Я начну свой рассказ с эпизода, который имеет лишь косвенное отношение к Пеано. Когда в далеком 1934 г. я отправился в Вену к Шлику с целью углубления моих знаний о неопозитивизме, то привез с собой несколько рекомендательных писем (в том числе и от Гвидо Фубини). Благодаря им я был хорошо принят, и сразу же вокруг меня образовалась доброжелательная атмосфера. Но к моему удивлению, основной причиной этого оказалось то, что в 1930—1931 гг. я был учеником Пеано.

Я позволил себе вспомнить этот малозначительный факт по двум причинам: 1) чтобы подчеркнуть то глубокое уважение, которым пользовался Пеано за пределами Италии даже после своей смерти, и 2) чтобы признаться, что подобно многим молодым людям, выпускникам Туринского университета, я был не в состоянии оценить исключительную значительность человека, на занятиях которого я присутствовал в течение целого учебного года и с которым неоднократно доводилось беседовать вне университетских стен.

Действительно, случилось так, что уже несколько лет великий математик и логик занимал особое положение на факультете точных наук: он был отстранен от своего основного курса — преподавания анализа бесконечно малых — и был как бы «сослан» на преподавание второстепенных математических дисциплин. Эта мера была вызвана серьезными педагогическими соображениями, но глубоко уязвила Пеано ограниченным и односторонним мнением о нем его факультетских коллег. И это мешало нам, студентам, осознать все величие этого человека как ученого и личности. Но в действительности эта атмосфера, сложившаяся в Туринском университете в 1929/30, 1930/31, 1931/32 гг., была лишь отражением того отношения к трудам Пеано, которое сложилось во всей Италии в последние годы его жизни. В начале века судьба его складывалась совершенно по-иному. Но даже в то время было нечто такое в его идеях, что мешало им влиять как на итальянскую культуру, философию, так и на точные науки в той мере, в какой эти идеи, несомненно, заслуживали, с нашей, теперешней точки зрения.

Рассмотрим философский аспект вопроса. Главнейшим направлением итальянской философии конца XIX в. стал позитивизм. Он был философией окрепшего класса буржуазии, либеральной, верившей в прогресс человечества, основанный на развитии науки и техники. В нашей же стране интерес вызывали не все науки, а лишь некоторые, в особенности биология и психология¹, которые открывали большие возможности для обобщения и сопоставления с философскими концепциями прошлого. Известно, например, что глава итальянской школы позитивистов Роберто Ардиццо часто обращался к метафизическим системам так называемых натурфилософов Возрождения. И совершенно очевидно, что в такой ситуации даже лучшие представители итальянского позитивизма не проявили никакого интереса к проблеме основ новых геометрических теорий, которые разрабатывали такие крупные исследователи, как Бельтрами, Веронезе, Коррадо, Сегре и др. И вполне естественно, что ни аксиоматизация арифметики и геометрии Пеано, ни его символическая логика, которые в еще большей мере требовали изысканной строгости, не привлекали к себе внимания. В результате идеи Пеано не встретили никакого отклика среди сторонников позитивизма, невзирая на их частые заявления о любви к науке.

Известно, что в тот период Пеано серьезно интересовался философией. Подтверждением тому явилось его участие в 1900 г. в Париже в Международном философском

¹ В определенной мере это объясняется значительным влиянием, которым пользовались в Италии эволюционные теории Дарвина и Спенсера.

конгрессе, давшем возможность Бертралу Расселу лично познакомиться с Пеано и иметь с ним длительную беседу. И, как пишет английский ученый в своей автобиографии, эта встреча стала «крутым поворотом» в его жизни.

Ученик Пеано Джованни Вайлати, признаваемый сейчас всеми одним из самых острых умов начала века, лучше других сумел понять и развить философские идеи своего учителя. Но его преждевременная кончина (в 1909 г. в возрасте 46 лет), а также ошибки группировки прагматиков (среди них был и Папини), к которой он примкнул, помешали ему занять достойное место в области культуры; таким образом, и этот мост между Пеано и итальянской философией неожиданно был разрушен.

В то время в Италии успешно развивался неогегельянский идеализм Кроче и Джентиле, который выдвигал совершенно иные проблемы. Суждения, высказанные этими двумя известными философами о Пеано и его школе, были крайне суровы и пренебрежительны. Например, Кроче писал, что логика Пеано «смехотворна». Джентиле решительно утверждал, что Вайлати «нет места в истории философской мысли». Я был рядом с Пеано в последние годы его жизни. Могу заверить, что, даже зная о том, что я закончил философский факультет, Пеано никогда не рассказывал мне о подобных суждениях. Он не хотел ни опровергать их, ни вникать в причины их возникновения. Но я уверен, что в глубине души он страдал и в особенности от того, что его не понимали. Его ироническое молчание по отношению к итальянским философам (он склонен был обобщать мнение Кроче и Джентиле, перенося его почти на всех итальянских философов) было вполне красноречивым. Он шутливо замечал, что ничего не понимает в философии и поэтому не хочет принимать участие в этих дебатах. Это было молчаливым и горьким признанием того факта, что он был полностью отстранен от итальянской философской культуры.

Но больше всего его удручало то, что он был почти полностью отстранен и от математической культуры того времени. Об этом свидетельствует отношение к нему его коллег по туринскому факультету точных наук (о котором мы уже говорили выше).

Это отстранение произошло, во-первых, потому, что работы Пеано по математике во многом были связаны с его исследованиями в области логики и выражались при помощи его символики, которая в конце прошлого и в первые годы нашего века вызвала огромный интерес, а в наши дни, по-видимому, потеряла его почти целиком. Немало математиков, отчасти по убеждению, отчасти из-за кокетства, начали высказывать свое полное согласие с Кроче. Впрочем, Кроче, высказавший мнение о «философской ничтожности» Пеано, затем начал сомневаться и в научной полезности его идей. Вот, что он писал по поводу неаполитанского философа: «Эти хитросплетения (символы логики Пеано) были выставлены на продажу; но всегда их находили слишком дорогими и сложными. До теперешнего момента они не нашли себе применения. Может, они будут использоваться в будущем? Это кажется маловероятным». Но, сказать по правде, и сам Пеано способствовал распространению этих сомнений, сводя саму символическую логику просто к инструменту, облегчающему восприятие излагаемых обычных математических теорий, а потому терялся интерес (по крайней мере внешне) к развитию логики как самостоятельной науки у других авторов. Вот красноречивый отрывок из написанной им в 1913 г. рецензии на «*latino sine flexione*» (язык без флексий) к первому тому «*Principia Mathematica*» Уайтхеда и Рассела:

«...Математическая логика представляет собой средство для выражения и толкования предложений обычной математики, а не самостоятельный предмет. Там на 16 страницах объясняется, что такое математическая логика, и часа изучения достаточно, чтобы узнать все необходимое для применения этой новой науки к математике. В книге же наших авторов математическая логика рассматривается как самостоятельная наука с ее приложениями к теории трансфинитных чисел различных порядков. Но это требует значительно более сложной символики».

Несмотря на это внешнее безразличие к дальнейшему развитию исследований в области логики, некоторые из учеников Пеано (например, Падоа) пришли к интересным выводам, как раз благодаря логике, воспринимаемой как «наука в себе». Но чрезмерное преклонение перед заслугами (действительными) учителя привело учеников Пеано к тому, что его школа оказалась изолированной от более жизненной школы логиков, быстро развивавшейся в других странах. Слова последнего «пеанианца» (в уз-

ком смысле этого термина) Уго Кассины красноречиво говорят об этом слепом клонении: «Некоторые почитатели современной символической и так называемой новой логики считают, что в области логики труды Пеано имеют лишь историческое значение. Но эти утверждения свидетельствуют лишь о том, что данные авторы имеют смутное представление о работах Пеано <...>. Все это сводится к сегодняшней тенденции как в науке, так и в искусстве — стремлению рассматривать произведения „predecessori“² с позиций „tabula rasa“³ и желанию все начать „ab ovo“⁴. До небес превозносится фальшивое, примитивное искусство и мрачные, противоестественные произведения современных художников и скульпторов. Современные отрицатели классической логики занимаются самовосхвалениями, гордясь тем, что в своих рассуждениях они не используют „инструменты разума“ и спрятались за многословным, неточным языком символов. Этот язык так же похож на язык Пеано, как кубистская или сюрреалистическая картина Пикассо на „Спящую“ Тициана в галерее Уффици во Флоренции или на „Даная“ Корреджо».

Конечно же, мы не должны упрекать Пеано за заблуждения «пеаннандцев». Но нужно честно признаться, что их изоляция лишь способствовала росту недоверия к ним со стороны более живых и открытых культурных кругов как математиков, так и философов.

Но кроме математических трудов, тесно связанных с логикой (пять изданий «Formulario»⁵), Пеано написал и другие работы по анализу и геометрии, имеющие огромное научное значение. Об этом писали многие иностранные ученые, например американец Хубер Кеннеди в работе, посвященной трудам Пеано, вышедшей в издательстве Рейдела в 1980 г., а также советский ученый Ф. А. Медведев в его статьях (на русском языке) о фундаментальном вкладе Пеано в теорию функций множеств (речь идет о распространении на эту теорию понятий производной и интеграла, а также о сопоставлении этого интеграла с интегралами Лебега и Стильбеса). В журнале «Вопросы истории естествознания и техники» (1981, № 4) была опубликована рецензия Медведева, в которой он критикует упомянутую книгу Кеннеди как раз за то, что в ней не придано должного значения вкладу Пеано в теорию функций множеств. Как же могло случиться, что Пеано, добившийся таких значительных результатов именно в области чистой математики, оказался отстраненным от итальянской математической культуры?

Дело в том, что, отдавая должное его работам и рассматривая их как неотъемлемую часть научного достояния, лучшие из итальянских математиков не считали целесообразным обращаться к ним и предпочитали заниматься более техническими и специализированными исследованиями. Действительно, даже чисто математические работы Пеано всегда были посвящены принципиальным, так сказать, философским проблемам, что шло вразрез со стремлением к специализации, характерным для нового времени. И в такой ситуации Пеано выглядел ученым, время которого прошло, а проблемы уже не актуальны.

Желая спасти заслуги Пеано в области математики, некоторые пытались четко разделить его творчество на два периода, которые, по их мнению, соответствовали бы двум этапам его жизни (как известно, так же пытались поступить с немецким ученым Гильбертом). В первом периоде Пеано считался значительным математиком, тогда как во втором (стадия упадка) — деятельность его свелась к изучению символической логики, а затем к занятию лингвистическими проблемами (поискам универсального языка, чем до него уже занимался Лейбниц). Задачу эту он считал возможной разрешить с помощью своего «*latino sine flexione*».

Примерно такой была мысль Фубини, главного противника Пеано по Туринскому университету, выдвинутая в его докладе на математическом семинаре университета в 1930 г. еще при жизни Пеано. Но эта конференция не смогла примирить позиции Пеано и Фубини, так как Пеано не мог согласиться (и был прав) с разделением его долгого творческого пути ученого (математика, логика и философа) на два отдельных и в некотором смысле противоположных периода. Он полностью отдавал себе отчет

² Предшественников (лат.).

³ Чистая доска (лат.).

⁴ С яйца (лат.).

⁵ «Сборник формул» (лат.).

в ценности своих трудов, всех их, включая также и математику, имеющую у него не только специальное, но и универсальное значение.

В то время жил и другой великий математик, несколько моложе его, способный понять неразрывные связи, существующие между математикой и философией. Им был Федерико Энриквес. Но различие складов ума помешало Пеано и Энриквесу установить плодотворное сотрудничество. Энриквеса прежде всего интересовало развитие математики: ее история, психология ее главных представителей, связи, существующие между математикой, живописью и музыкой и т. д. Подобно многим другим он считал, что усилия Пеано, направленные на уточнение логической структуры математических теорий с помощью символов, лишь вводили от истины.

Непонимание, возникшее между двумя учеными, было следствием полной противоположности их взглядов: логически формалистических у Пеано и интуитивно-психологических у Энриквеса. И их несложившееся сотрудничество стало одной из главных причин постепенного раскола между математикой и философией, который произошел в Италии в первой половине нашего века.

В статье под названием «Пеано об основах математики и „философские“ возражения Рассела» в сборнике «Памяти Джузеппе Пеано» (изд. Кунео, 1955 г.) я высказал мысль, которую сейчас позволю себе напомнить.

Возражения Рассела Пеано хорошо известны: знаменитые пять арифметических аксиом Пеано нельзя принять за неясные определения основных понятий арифметики — нуля, натурального числа и следования. Этим аксиомам могут удовлетворять разные интерпретации, так что не получается однозначного понятия числа, как это принято в обычном языке. Отсюда вытекает проблема связи между точным, но условным научным языком и обычным языком, неточным, но лишенным необоснованных условностей. Пеано хорошо понимает философское значение этой проблемы, но именно поэтому отказывается обсудить ее более детально, признавая себя, как уже говорилось, некомпетентным в области философии.

Свою статью я заканчивал замечанием, что вопреки только что сказанному было бы поверхностным объяснять неуверенность Пеано в этом вопросе его неспособностью найти в нем философское зерно. «Мне кажется более верным, наоборот, признать,— писал я,— самокритичность и серьезность этого человека, которые объяснялись его излишней осторожностью. И, может быть, легкий, иронический тон, свойственный ему в разговорах о философских дискуссиях, был лишь ширмой, за которой он укрывался от соблазна поверхностных философских теорий».

Я и сегодня совершенно согласен с тем, о чем я написал в 1955 г. Но должен честно признаться, что в моей тогдашней статье я ограничился лишь анализом философских возражений Рассела и был далек от того, чтобы дать читателю полное представление о значении трудов Пеано в области философии. Его произведения замечательны тем, что предупреждают философов и математиков об опасности, таящейся в неточной и неясной речи. Особенно строг был Пеано к высказываниям подобного типа: «очевидно, что...»; «интуиция мне подсказывает, что...»; «несомненно, что...» и др. По его мнению, эти выражения скрывали лишь неумение аргументировать и мешали углублению исследований.

Пеано же, наоборот, считал, что это углубление исследований никогда не прерывается, потому что даже самые сложные задачи можно решить с помощью рационального анализа. И если прав Рассел, утверждая, что Пеано обладал редким «инмунитетом» к ошибкам, то сам Пеано никогда не признался бы, что эта счастливая особенность была у него благодаря его чутью и интуиции. По мнению Пеано, этот «инмунитет» целиком зависел от способности выразить изучаемую проблему с помощью точных логических терминов. Но то, как он применял этот точный логический анализ, может вызвать в наши дни некоторое замешательство: в математических теориях он систематически использовал довольно простую символику, которую он сам придумал для своих работ. Часто в этой символике видят саму логику Пеано (что, с моей точки зрения, неверно). В других же теориях применение логики Пеано выражалось в их изложении на искусственном языке, имеющем свою собственную структуру, что, по его мнению, могло разрешить давнишнюю проблему «*caracteristica universalis*»⁶, выдвинутую Лейбницем.

⁶ Универсальной характеристики (лат.).

Итак, наши сомнения возникают по двум причинам: 1) символизм Пеано, более простой и гибкий, чем у других авторов (например, у Гильберта), все же в отличие от других символизмов не годится для передачи концепций и доказательств высшей математики; 2) поиски универсального письменного языка, упорно проводившиеся Пеано, полностью соответствовали культурным нуждам XVII в., эпохе Лейбница, в наш же век они потеряли свою актуальность.

И именно поэтому теперешние исследования в области логики в Италии лишь косвенно связаны с трудами Пеано. Говоря «косвенно», я имею в виду то, что связь эта осуществляется в основном посредством работ иностранных авторов (например, Рассела). Эти ученые использовали многие из идей Пеано, ясно понимая, что любая из них с полным правом может считаться одним из важнейших этапов в истории современной логики.

Однако сегодня мы можем более глубоко понять труды Пеано, не ограничивая их лишь областью логики. При более внимательном анализе всех его творений, начиная с математики и кончая лингвистикой, можно обнаружить их главную особенность — постоянную и упорную защиту могущества разума от всех форм, даже самых коварных, иррационализма. В настоящее время иррационализм проникает не только в философию, но и в математику, и поэтому мы придерживаемся мнения, что непримиримая борьба Пеано за разум, правильность и четкость является неоценимым вкладом в дело спасения и развития нашей культуры.

Перевод с итальянского М. А. МИГДАЛ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АТОМИЗМ НА СРЕДНЕВЕКОВОМ ВОСТОКЕ

С. Т. ТЛЕУБЕРДИЕВ (Джамбул)

Математический атомизм зародился в древней Греции. Пифагорейцы, например, считали, что фигуры и тела состоят из конечного числа непротяженных точек. По Демокриту, фигуры и тела состояли из большого числа чувственно не воспринимаемых малых «амер», атомов пространства, имеющих конечные размеры и принципиально неделимых. Во времена Зенона Элейского атомистическое представление о пространстве и о его неограниченной делимости было равноправно: из четырех апорий Зенона, опровергающих возможность движения, две («Дихотомия» и «Ахиллес») исходят из неограниченной делимости пространства, другие две («Стрела» и «Стадион») — из атомистического строения пространства и времени. Многие средневековые авторы относили к числу атомистов и Платона. Представление Архимеда о том, что цилиндр, шар и конус можно «заполнить» кругами, восходит к идеям Демокрита, однако множество кругов, «заполняющих» тело вращения, по Архимеду, не конечно, а уже бесконечно (здесь можно усмотреть и связь с идеями Платона). С другой стороны, Аристотель отвергал как все виды математического атомизма, так и учение об актуальной бесконечности.

На средневековом Востоке с учением о математическом атомизме мы встречаемся как у мусульманских теологов — мутазилитов и мутакаллимов, так и у светских философов, в частности у продолжателя материалистической линии учения Демокрита Абу Бакра ар-Рази (865—925 гг.) и представителей неопифагорейской школы «Братьев чистоты и друзей верности» (X в.) [1]. Среди мутазилитов были сторонники математического атомизма как демокритовского (Абу-л-Хашим ал-Джуббаи, 890—933 гг.), так и пифагорейского типов (Абу-л-Касим ал-Ка'би, жил до 932 г.), самое имя которого — ал-Ка'би («кубический»), видимо, закрепилось за ним вследствие того, что существенную роль в своей системе он придавал расположению атомов в пространстве в виде узлов кубической решетки. Споры между ал-Джуббаи и ал-Ка'би посвящена специальная книга Абу Рашида ан-Найсабури «Спорные вопросы между басрийцами и багдадцами» [2]. Ар-Рази полемизировал по вопросу об атомистическом строении пространства и времени с ал-Ка'би в сочинении «О том, что имело место