Историография истории науки

8—14 сентября 1986 г. в Ташкенте проходил Первый Всемирный конгресс Общества им. Бернулли, входящего в состав Международного статистического института. Конгресс был организован АН СССР, АН УзССР и Ташкентским государственным университетом им. В. И. Ленина. В нем приняло участие около 1100 ученых, из них 450 иностранных специалистов из 50 стран. Было заслушано почти 300 докладов. Программный комитет принял решение заслушать на заключительном пленарном заседании несколько докладов по истории математики: 1) С. Х. Сираждинов. О жизни и творчестве выдающегося советского ученого В. И. Романовского, положившего начало работам в области теории вероятностей и математической статистики в Узбекской ССР; 2) Б. В. Гнеденко. Из истории начального периода теории вероятностей; 3) А. П. Юшкевич. О первом издании «Искусства предположений» Якоба Бернулли; 4) Н. С. Ермолаева. Об одном неопубликованном курсе теории вероятностей П. Л. Чебышева; 5) Т. В. Рябушкин и В. М. Симчера. Развитие методов математической статистики в работах Международного статистического института.

Ниже публикуются доклады об основном для теории вероятностей трактате Я. Бернулли и курсе лекций основателя русской и советской школы теории вероятностей П. Л. Чебышева.

Мне лично представляется целесообразным включать исторические доклады в программы международных (и национальных) конгрессов, посвященных другим областям математики, как это делается на общих международных конгрессах, на которых всегда работает секция истории математики.

Акад. Ю. В. Прохоров, председатель
Первого Всемирного конгресса Общества
им. Бернулли

О ПЕРВОМ ИЗДАНИИ «ИСКУССТВА ПРЕДПОЛОЖЕНИЙ» Я. БЕРНУЛЛИ.

[К 300-летию закона больших чисел]

А. П. ЮШКЕВИЧ

До недавнего времени имелось мало сведений о подготовке и издании основополагающего в развитии теории вероятностей труда «Искусство предположений» профессора Базельского университета Якоба Бернулли (1654—1705), опубликованного в 1713 г., через 8 лет после его смерти [1]¹. Издание III тома сочинений Я. Бернулли [2], в котором сочинение [1] воспроизведено на с. 107—259 и собраны многие важные

¹ Ссылки на русский текст 4-й части этого труда и комментарии к нему даются по второму изданию его перевода, указанному ниже. Существует точная перепечатка издания 1713 г.: Vauxelles, 1968. На немецкий язык «Искусство предположений» переведено Р. Гауснером (с пропуском письма Хр. Гюйгенса Фр. ван Схоутену и предисловия Н. Бернулли): Bernoulli J. Wahrscheinlichkeitsrechnung, I—II. Leipzig, 1899. Недавно вышел комментированный итальянский перевод П. Дюпона и К. С. Рокко I части этого труда в: Memorie della Accademia delle scienze di Torino. Ser. V. V. 8. 1984. В русском переводе Я. В. Успенского имеется IV часть «Искусства предположений» (СПб., 1913), переизданная с рядом дополнений в прошлом году. См. Бернулли Я. О законе больших чисел/Пер. с лат. Успенского Я. В. Под ред. и с предисл. Маркова А. А. С приложением юбилейной речи А. А. Маркова, предисловия А. Н. Колмогорова и комментариев. Под общей ред. Ю. В. Прохорова. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. Комментарии в этом издании принадлежат О. Б. Шейнину и Ю. В. Прохорову.

дополнительные — частью печатные, частью архивные — материалы, проливает новый свет на историю его создания и на первый этап распространения содержащихся в нем идей. Большую исследовательскую работу провели при этом редактор [2] Б. Л. ван дер Варден, а также К. Коли и Ю. Хенни.

Предпосылками возникновения теории вероятностей как науки явились: 1) восходящие к древности и долгое время весьма нечеткие представления о случайных, необходимых и вероятных событиях; 2) усилившийся в средние века сбор статистических (в частности, демографических) материалов, обусловленный потребностями экономического прогресса и запросами государственной деятельности; 3) развитие различных видов страхования; 4) расчеты, производимые при организации лотерей, приносящих значительные доходы казне; 5) математический анализ различных азартных игр и 6) успехи комбинаторики, в большой мере связанные с этим анализом.

Ряд выдающихся математиков — от Кардано до Б. Паскаля и П. Ферма — внес значительный вклад в разработку первых теоретико-вероятностных понятий и методов. В переписке между Паскалем и Ферма 1654 г. обсуждалось решение задачи о справедливом разделе ставки между двумя игроками при заранее обусловленном числе партий, если игра прекращается на каком-либо ходу и известно число партий, выигранных к этому моменту каждым из игроков. Переписка эта была опубликована только четверть века спустя, но уже в 1655 г. о ней узнал, будучи в Париже, Хр. Гюйгенс (правильнее: Хойхенс), вскоре написавший на голландском языке сочинение «О расчетах в азартной игре», увидевшее свет в латинском переводе Фр. ван Схоутена в 1657 г. и через 3 года — на языке оригинала.

В этом сочинении, содержащем несколько вариантов решения аналогичных задач и постановку новых, решенных впоследствии Я. Бернулли, нет ни определения понятия «вероятности», ни такого термина. Работал Гюйгенс, как и его предшественники, с понятием, равносильным нашему понятию «математическое ожидание», но и этого термина у него не было: он выразил его в терминах понятия «азартных игр», пользуясь еще словом kans (или kansse), т. е. шанс, возможность, количественно его не выражая и употребляя в различных случаях в несколько различных смыслах. Схоутен в латинском переводе передал этот термин Гюйгенса словом expectatio (ожидание) и говорил о «значении», или «цене», «стоимости» ожидания — *valor expectationis*². Регулярным употреблением термина «вероятность» (*probabilitas*) мы обязаны Я. Бернулли.

Все задачи Гюйгенса — из области случайных игр, которые долгое время служили основными моделями вероятностных проблем, разрешимых с помощью комбинаторных методов. Вместе с тем Гюйгенс понимал, как он писал в обращении к Схоутену, предпосланном переводе его сочинения, что тот, кто глубже с ним познакомится, несомненно поймет, что в нем идет речь не просто о вещах для забавы, но заложены основания прекрасных и весьма тонких изысканий. Задачи, подобные тем, что он рассмотрел, Гюйгенс считает заслуживающими не менее глубокого анализа, чем содержащиеся в книгах Диофанта [2, с. 109]. Сочинение Гюйгенса явилось отправным пунктом фундаментальных теоретико-вероятностных исследований Я. Бернулли, которые он вел на протяжении почти 20 лет, преследуя при этом цель разработать не только общую теорию, но и ее конкретные приложения.

С 1677 г. Я. Бернулли вел научный дневник «Размышления» — *Meditationes*, в который заносил многие свои идеи, задачи и их решения. Именно этот дневник, хранящийся в Библиотеке Базельского университета, позволил издателям [2] не только воссоздать историю написания «Искусства предположений», но и точно оценить влияние, оказанное Я. Бернулли на его ученика и племянника Николая I Бернулли (1687—1759) и некоторых других математиков еще до выхода в свет «Искусства предположений»; обширные выдержки из «Размышлений» Я. Бернулли опубликованы в [2, с. 22—106, 353—383], значительная часть их использована в «Искусстве предположений», а также в докторской диссертации Н. I Бернулли, о которой говорится далее.

Судя по «Размышлениям», Я. Бернулли начал исследования по теории вероятностей примерно с 1684 г. и занимался ими до самой смерти. Вскоре от задач, в которых

² Детальный анализ терминологии Гюйгенса и Схоутена см. в [3, с. 113—117; 4, с. 78—80]; изложение этого вопроса — в [5, с. 61; 6, с. 62] поверхностно. См. также [7, с. 234—260].

вероятности рассматриваемых событий даны заранее, априори, он перешел к проблемам, в которых оценка вероятностей может быть произведена только на основании наблюдаемой частоты событий, т. е. к вероятностям апостериори. Именно этот путь привел его к теореме, которую мы вслед за С. Д. Пуассоном (1835) называем законом больших чисел Я. Бернулли. Анализируя дневники Я. Бернулли, ван дер Варден сделал вывод, что этот закон, который в «Искусстве предположений» называется «Главным предложением», был им строго доказан между 1687 и 1689 гг., хотя известен был уже примерно с 1685 г. [2, с. 385—389]. Такая датировка подкрепляется сделанным в 1704 г. Я. Бернулли в «Искусстве предположений» заявлением, что он владел решением этой задачи уже в течение 20 лет [1, с. 44]³.

Вот первые, еще не отделанные формулировки «Главного предложения» в «Размышлениях»: «Я могу менее отклониться от истинного отношения, если буду наблюдать чаще, чем если реже» и «Можно сделать столько наблюдений, чтобы стало вероятнее любой данной вероятности, что отношение числа игр, в которых победит тот или другой из обоих игроков, попадет между данными сколь угодно тесными пределами, чем вне их» [2, с. 75—76, 377—379]. Здесь еще сохраняется терминология, применявшаяся при решении задач об азартных играх.

Математически четкая формулировка «Главного предложения» в V главе IV части «Искусства предположений» [1, с. 56] от такой терминологии совершенно свободна. Здесь говорится не об играх, а о каких-либо событиях вообще, о числах случаев, в которых испытания оказываются благоприятными или неблагоприятными, и об отношениях этих чисел, а также о поведении разности между априорной (классической) и апостериорной (статистической) вероятностями при достаточно большом числе испытаний. Эти отношения в формулировке «Главного предложения» не называются вероятностями, и вообще полного определения классической вероятности Бернулли не высказал, или, точнее, не высказал до конца. В I главе IV части своего труда он заявил только, что вероятность есть степень достоверности и отличается от нее, как часть от целого, сопровождая эти слова примером, в котором достоверность, обозначенная α или 1, состоит из пяти вероятностей, причем три благоприятствуют, а две не благоприятствуют наступлению какого-либо события: в этом случае говорят, что событие имеет $3/5 \alpha$, или $3/5$ достоверности [1, с. 24]⁴.

В I главе IV части Я. Бернулли сам указал на ход мыслей, который привел его и к абстрактному определению априорной вероятности как некоторого числового отношения, и к его «Главному предположению». Отправным пунктом были наблюдаемые частоты различных событий, т. е. опять-таки отношения; этими событиями являлись различные заболевания, смертность среди однородной группы людей, климатические изменения в той или иной местности, победы при состязаниях и т. д. Узнать все скрытые причины того или иного исхода событий в подобных случаях практически невозможно, но «то, что не дано вывести априори, то, по крайней мере, можно получить апостериори, т. е. из многократного наблюдения результатов в подобных примерах» [1, с. 41]. Возможно, Я. Бернулли располагал некоторыми сведениями по демографической статистике, но вряд ли они сыграли решающую роль: о демографической работе Дж. Граунта (1662) он знал только по рецензии в «Journal des Savants» за 1666 г. [2, с. 367—368]; меморандум Я. де Витта о пожизненных рентах (1671) был ему неизвестен, и он нигде не упоминает сочинение У. Петти, содержащее сравнительный анализ смертности в Лондоне и Париже, изданное в 1676—1677 гг. [8].

Однако Бернулли не спешил с опубликованием чисто математических результатов, упорно работая над приложением теории к вопросам практической жизни. Своего младшего брата Иоганна Бернулли (1667—1748) он познакомил с «Главным предложением» и его доказательством не позднее, чем в 1691 г., как это видно из письма Я. Бернулли Г. Лейбницу от 20 апреля 1704 г. [9, т. 3, с. 88].

³ Именно эти обстоятельства позволяют — с некоторым приближением — говорить о трехсотлетии закона больших чисел Я. Бернулли.

⁴ Добавим, что во II главе IV части Я. Бернулли определил искусство предположений, или, в греческой терминологии, стохастику, как «искусство возможно точнее измерять вероятности вещей», с тем чтобы судить и действовать наилучшим и самым разумным образом [1, с. 27].

Затем о занятиях Я. Бернулли узнал, по-видимому, Лейбниц, которому И. Бернулли 16.IX.1697 г. сообщил, что его брат работает над трудом, который называет искусством предположений и в котором математически трактует не только различные игры, но и вычисляет вероятности всяческих встречающихся в жизни вещей (там же, с. 367). Впрочем, сам Лейбниц в письме к Я. Бернулли от 3.XII.1703 г. утверждал, что впервые услышал об этом не от его младшего брата, а от кого-то другого (там же, с. 83). Незадолго до того, 3.X.1703 г., Я. Бернулли писал Лейбницу, что уже закончил большую часть своего труда и кратко изложил основную идею «Главного предложения», однако работа еще не закончена, так как не написан раздел о приложениях теории к «гражданским, моральным и экономическим» вопросам (там же, с. 77—78). Основная идея «Главного предложения» изложена при этом в выражениях, близких к тем, какие имеются в IV главе IV части «Искусства предположений» [1, с. 42—43], но именно она и вызвала со стороны Лейбница ряд возражений, подробно изложенных в его письме от 3.XII.1703 г. [3, т. 3, с. 81—82]. Я. Бернулли ответил на замечания Лейбница 20.IV.1704 г. [9, т. 3, с. 87—89] и внес соответствующие добавления в конце IV главы своего труда [1, с. 44—45]. Это доказывает, что весной 1704 г. он еще работал над рукописью книги. Однако работа шла медленно. В письме от 3.X.1703 г. Я. Бернулли жаловался Лейбницу на присущую ему вялость и плохое здоровье, мешающие его работе (он долгие годы болел подагрой), а 16.VIII.1705 г. он скончался, оставив вполне законченную рукопись трех частей своей книги и пяти глав теоретического раздела незавершенной четвертой части. По-видимому, теоретические главы IV части были автором полностью закончены, но он не успел показать те приложения, которые, по крайней мере отчасти, уже были собраны в «Размышлениях» и о которых говорится в развернутом заглавии IV части: «Четвертая часть „Искусства предположений“, трактующая об употреблении и приложении предшествующего учения к гражданским, моральным и экономическим делам» [2, с. 239].

Хотя Я. Бернулли избегал разглашения сведений о своих исследованиях по теории вероятностей, они получили довольно широкую известность еще при его жизни. О них кое-что знали не только И. Бернулли и Г. Лейбниц. С рукописями Я. Бернулли были, несомненно, знакомы Н. I Бернулли и другой его ученик Я. Герман (в 1725—1730 гг. — член Петербургской Академии наук). Кое-что слышали о них и в других местах, отчасти потому, что Я. Бернулли опубликовал две небольшие заметки об азартных играх в парижском «Journal des Savants» (1685) и лейпцигских «Acta eruditiorum» (1691). Кроме того, он упомянул о приложении теории вероятностей к одной демографической задаче в публичном диспуте 1685 г., а в речи «О комбинаторном искусстве», произнесенной при вступлении в должность декана философского факультета в 1692 г., среди многих приложений комбинаторики указано, что с ее помощью можно оценивать вероятность предположений и будущих событий [2, с. 106]. Однако еще важнее было устное и письменное распространение соответствующей более подробной информации.

Я. Герман, в частности, по просьбе наследников Я. Бернулли, его жены и сына Николая, по профессии художника, внимательно изучил и привел в порядок оставшиеся после покойного научные бумаги и кратко изложил содержание всех четырех частей «Искусства предположений» Лейбницу в письме от 28.X.1705 г., указав, что первая содержит текст трактата Гюйгенса с важными замечаниями самого автора, вторая — комбинаторику, третья — решения различных азартных игр, а в четвертой речь идет о приложениях предшествующих учений к гражданским, моральным и экономическим вопросам (что не соответствовало действительности, хотя именно так озаглавлена эта часть). По-видимому, за 2 месяца, прошедших со дня смерти Я. Бернулли, Герман сперва лишь бегло ознакомился с его рукописями, в том числе с IV частью «Искусства предположений». Так или иначе, он не упомянул здесь о «Главном предположении», которому сам автор придавал столь большое значение, о чем Герман узнал из «Размышлений» (это видно из составленного им некролога Бернулли, посланного Лейбницу вместе с только что цитированным письмом).

Дело в том, что, закончив в «Размышлениях» вывод своей знаменитой теоремы, Я. Бернулли записал: «Это открытие я считаю более важным, чем если бы произвел квадратуру круга; если бы я и нашел ее совершенно точно, польза от этого была бы незначительной» [2, с. 88 и 389]. Но когда Герман писал некролог, он более внима-

тельно отнесся к этому открытию, подчеркнув в конце своего текста, что Я. Бернулли ценил это открытие по полезности и трудности гораздо больше квадратуры круга [9, т. 4, с. 292]. Однако Лейбниц, пересылая некролог редактору «Acta eruditorum», переделал его заключительную часть, вкратце описав вклад Я. Бернулли в «лейбнищев», как он сам выразился, анализ бесконечно малых и исключив всякое упоминание «Искусства предположений» (там же, с. 292—293). Выше говорилось о расхождении мнений Лейбница и Бернулли в оценке закона больших чисел. В таком виде некролог и был напечатан в «Acta eruditorum» за 1706 г. Впрочем, позднее Лейбниц более высоко оценил вклад Бернулли в теорию вероятностей. Все же пассаж об «Искусстве предположений», исключенный Лейбницем из некролога, был включен в похвальное слово Я. Бернулли, произнесенное вскоре после его смерти и напечатанное в том же 1705 г. базельским профессором красноречия И. Э. Баттье [2, с. 394].

Почти одновременно с этими некрологами появились еще два, в которых «Искусству предположений» было отведено достаточно почетное место. Первым из них явилось похвальное слово Я. Бернулли как иностранному члену Парижской Академии наук, произнесенное 14.XI.1705 г. ее Непременным секретарем Б. де Фонтенелем и напечатанное в очередном томе «Histoire de l'Académie royale des sciences» (1705) в следующем году. Впрочем, содержание «Искусства предположений» и «Главного предложения» Фонтенель передал нечетко [2, с. 392—393], хотя располагал специально по ятно, тот же меморандум был использован в некрологе, написанном математиком Ж. Сореном, впоследствии парижским академиком. Некролог был напечатан в «Journal des Savants» за 1706 г. Здесь сведения о содержании «Искусства предположения» гораздо более точны и закон больших чисел передан в форме, близкой к его описанию у самого Бернулли. «Основанием этой последней части,— писал Сорен,— является одна важная проблема, которую он (т. е. Я. Бернулли.— А. Ю.) решил и решению которой придавал больше значения, чем квадратуре круга. Нужно определить, будет ли при увеличении числа наблюдений какого-либо события соответственно увеличиваться также степень вероятности⁵ найти истинное отношение между числом случаев, когда событие может произойти, и числом случаев, когда оно не может произойти; так что в конце концов можно притти к степени вероятности, превосходящей любую данную степень, т. е. которая была бы настоящей достоверностью» [2, с. 395; ср. 1, с. 42—43].

Естественно возникал вопрос об издании «Искусства предположений». Такое пожелание высказал, в частности, Сорен, добавляя, что было бы хорошо, если бы кто-либо, например, И. Бернулли, дополнил прикладные разделы четвертой части, которые не успел написать сам автор [2, с. 395]. Об этом же писали в 1706—1709 гг. И. Бернуллично опубликовать «Размышления» [9, т. 3, с. 835—836].

Ожидать этой публикации пришлось два с половиной столетия.

Между тем издание «Искусства предположений» наталкивалось на серьезные затруднения. Дело в том, что между Я. и И. Бернулли еще за несколько лет до кончины старшего из братьев произошел полный разрыв отношений после ряда ссор на почве приоритетных вопросов. Сам Я. Бернулли выразил желание, чтобы—в случае его смерти—его рукописи отвез в Париж сын Николай и там постарался опубликовать те, которые сочтет достойными известный французский математик и механик академик П. Вариньон (см. письмо Германа Лейбницу от 17.VII.1706 г. в [9, т. 4, с. 301]).

Встреча Николая Бернулли с Вариньоном состоялась, но оказалась безрезультатной⁶. Для издания рукописи «Искусства предположений» желательно было, чтобы какой-либо математик прочитал ее перед сдачей в набор, а затем и корректуру. Но из-за семейных неладов и следуя воле покойного, наследники Я. Бернулли—его вдова и сын—после первого просмотра оставшихся рукописей Германом, не допускали к ним ни И. Бернулли, ни Н. И. Бернулли, который стал после смерти своего первого

⁵ Сорен говорит: probabilité ou arragemente (видимость); оба эти слова естественно можно перевести как «вероятность».

⁶ Неизвестно, привез ли молодой художник рукопись отца в Париж, где Вариньон оказал ему радушный прием.

руководителя учеником И. Бернулли, занявшего в Базельском университете кафедру своего брата. Герман между тем в 1707 г. уехал в Павию, где получил кафедру в местном университете. Наследники отклонили также предложение издать книгу в Париже, поступившее от занимавшегося теорией азартных игр французского математика П. Р. де Монмора (1678—1719), позднее, в 1716 г., избранного членом Парижской Академии наук. Несомненно, наследники опасались — и не без основания — что результаты, содержащиеся в рукописном наследии Я. Бернулли, могут быть использованы другими лицами. Поэтому издание «Искусства предположений» задерживалось.

Последствие этих еще не изданных рукописей и немногих сведений о них, появившихся вскоре после смерти Я. Бернулли, оказалось тем не менее значительным. Уже в 1709 г. вышла из печати диссертация Н. И Бернулли [10], давшая ему степень доктора юриспруденции, в девяти главах которой методы Я. Бернулли были применены ко многим задачам демографической статистики, страхового дела, пожизненных рент, лотерей и т. д. Теоретическая ценность этой работы, воспроизведенной и прокомментированной в [2, с. 287—326; 541—556], невелика, но она справедливо вызвала интерес современников как первый серьезный опыт теоретико-вероятностного анализа большой области социальных проблем, а не только азартных игр. (Впрочем, «Главное предложение» Я. Бернулли здесь не фигурирует вообще.) В своей диссертации Н. Бернулли до некоторой степени осуществил замысел своего дяди приложить «Искусство предположений» к гражданским, моральным (в том числе юридическим) и экономическим вопросам. При этом были щедро использованы «Размышления» Я. Бернулли, к которым Н. Бернулли имел доступ при его жизни, но добавлено и кое-что свое, и все скомпоновано весьма удачно. Актуальность выбранной Н. Бернулли проблематики была несомненной, и дальнейшую ее разработку продолжили многочисленные ученые XVIII в. В 1786 г. Ж. А. де Кондорсе, оставивший яркий след как в разных областях знания (с 1769 г. он — академик Парижской АН), так и в политической жизни Франции, разрабатывая начала, по его выражению, «социальной математики», оценил диссертацию Н. Бернулли следующим образом: «Этот труд заслуженно сделал эпоху в истории наук, быть может, в меньшей мере благодаря приему решения задач, чем потому, что в нем была впервые выражена идея такого приложения вычислений к юридическим вопросам и особенно потому, что в нем вместе с тем показано, сколь грубые ошибки допускали юристы, желая решить эти же вопросы, не применяя вычислений. — урок, который было полезно им преподать» [11, с. 497]⁷.

За год до диссертации Н. Бернулли была напечатана книга по теории случайных игр П. Монмора [12], значительно более богатая по составу задач, чем труд Гюйгенса. Некоторые неточности автора были указаны ему И. Бернулли и затем исправлены во 2-м издании книги. Книга Монмора имела большой успех и была тщательно изучена Н. Бернулли [2, с. 457—506].

Для дальнейшего прогресса теории вероятностей большое значение приобрели поездки Н. Бернулли во Францию, Голландию и Англию, продолжавшиеся с лета 1710 до весны 1712 г. Постоянно вращаясь в среде ученых, молодой Бернулли завел множество полезных знакомств. В Париже, в частности, он подружился с Монмором, в Лондоне — с А. де Муавром и с обоими состоял затем в переписке. Интенсивный обмен научной информацией, в том числе обсуждение известных Н. Бернулли результатов Я. Бернулли, существенно содействовали прогрессу теории вероятностей. Здесь достаточно отметить, что несколько первых месяцев 1713 г. Н. Бернулли провел в обществе Монмора, с которым перед тем переписывался из Лондона; Н. Бернулли оказал Монмору большую помощь при подготовке значительно дополненного и улучшенного второго издания книги [12], в которое Монмор включил и свою очень интересную переписку с Н. Бернулли по вопросам теории вероятностей. Особенно важно письмо Бернулли от 23.I.1713 г., в котором он, анализируя данные о числе рождений (точнее говоря: крещений) мальчиков и девочек в Лондоне с 1629 по 1710 г., близко подошел, сам того не заметив, к локальной предельной теореме Муавра — Лапласа. Это письмо оказало стимулирующее влияние на последующие изыскания Муавра [13—16].

⁷ На эту оценку диссертации Н. Бернулли обратил мое внимание П. Крепель (P. Stérel), любезно познакомивший меня с рукописью своей работы, посвященной анализу финансово-статистических исследований Кондорсе, творчество которого изучает в настоящее время большая группа французских ученых.

Тем временем наследники Я. Бернулли, встревоженные, вероятно, столь долгой задержкой издания «Искусства предположений» (о существовании рукописи становилось известно все более широкому кругу ученых), а может быть, и сведениями о подготовке второго издания книги Монмора при участии Н. Бернулли, решили, что далее нельзя медлить и передали рукопись, так и не просмотренную каким-либо компетентным математиком, базельскому издателю Турнэйзену. Н. Бернулли известил 25.X.1712 г. из Лондона Лейбница, что книга уже печатается [9, т. 3, с. 979—981]. Когда в мае 1713 г. Н. Бернулли вернулся в Базель, печатание книги подходило к концу. Только тогда сын Я. Бернулли обратился к своему двоюродному брату за помощью, однако теперь уже не могло быть речи о каких-либо дополнениях, что существенно задержало бы выход книги в свет и тем самым утрату в глазах читателей приоритета Я. Бернулли в ряде вопросов, так как второе издание книги Монмора также находилось в типографии. Н. I Бернулли смог только написать к книге краткое предисловие и составить список опечаток. Это весьма любопытное предисловие воспроизведено в новом издании русского перевода IV части «Искусства предположений» [1, с. 162—164]. В итоге «Искусство предположений» вышло из печати в августе 1713 г. [2, с. 400; 9, т. 3, с. 989], всего за несколько месяцев до книги Монмора. Сказанным и ограничилось участие Н. Бернулли в издании «Искусства предположений». Следует подчеркнуть, что неизменно встречающееся в литературе вопроса утверждение, будто Н. Бернулли было высказано в небольшой заметке о теории вероятностей, помещенной в «Математической лексиконе» известного немецкого философа и ученого Хр. Вольфа (1716), первой статье по этому вопросу в какой-либо математической энциклопедии [17, столб. 1328—1329]. Статья Вольфа содержит краткое определение предмета данной науки по Я. Бернулли и основную литературу вопроса, включая сочинения Гюйгенса, Я. Бернулли и Монмора, но закон больших чисел в ней не упоминается. Значение этой теоремы Вольф оценить не сумел, как и многие другие математики XVIII в., например, Ж.-Ф. Монтюкла, который в своей знаменитой «Истории математики» на странице, отведенной «Искусству предположений», обошел молчанием его «Главное предложение» [18, с. 322].

Литература

1. *Bernoulli Jac.* Ars conjectandi, opus posthumum... Basileae, 1713.
2. Die Werke von Jacob Bernoulli B. 3, bearb. von B. L. van der Waerden. Basel, Birkhäuser, 1975.
3. *Freudenthal H.* Huygens' foundations of probability//Historia mathematica. 7(1980).
4. *Shoemith E.* Expectation and the early probability//Ibid., 10 (1983).
5. *Майстров Л. Е.* Теория вероятностей. Исторический очерк. М., 1967.
6. *Майстров Л. Е.* Развитие понятия вероятностей. М., 1980.
7. *Daston L. J.* Probabilistic expectation and rationality in classical probability theory//HM, 7 (1980). P. 234—260.
8. *Sheynin O. B.* Early history of the theory of probability//Archive of history of exact sciences, 17 (1977). P. 202—259.
9. *Leibniz G. W.* Mathematische Schriften hrsg. von C. I. Gerhardt. B. 1—7. Berlin, Halle, 1848—1963. Перепечатка: Olms Verlag, 1971.
10. *Bernoulli Nic.* Dissertation ... de usu artis conjec in Jura. Basileae, 1709.
11. *Condorcet J.-A.* de Oeuvres. V. I. P., 1847.
12. *Montmort P. R. de.* Essai d'analyse sur les jeux du hasard. P., 1708. 2^e éd. Revue et augmentée de plusieurs lettres. P., 1713.
13. *Шейнин О. Б.* К истории предельных теорем Муавра — Лапласа//История и методология естественных наук. 1970. IX. 199—211.
14. *Hald A.* Nicholas Bernoulli theorem//Intern. Statist. Review. 52. № 1 (1984). P. 93—99.
15. *Юшкевич А. П.* Николай Бернулли и издание «Искусства предположений» Якоба Бернулли//Теория вероятностей и ее применения. 1986. XXXI. № 2. С. 333—352.
16. *Shoemith E.* Nicholas Bernoulli and the argument for Divine Providence//SR. 53. № 3 (1985). P. 255—259.
17. *Wolff Chr.* Stochastice, Ars conjectandi, die Muthmassungskunst: Mathematisches Lexicon. Lpz., 1716. Перепечатка: Olms Verlag, 1965.
18. *Montucla J.-F.* Histoire des mathematiques. Nouvelle édition. T. 3. P. An X (mai 1802).