вой Земли (я в этом убежден теперь больше, чем тогда), так еще и не найден...» [11, с. 146, 147]. Эти слова П. А. Кропоткина могут свидетельствовать о приоритете его в предсказании Северной Земли, открытой экспедицией Б. А. Вилькицкого в 1913 г. (см. [3, с. 200]).

Именем Н. Г. Шиллинга в 1900 г. Русская полярная экспедиция Э. В. Толля назвала мыс в заливе Миддендорфа в Карском море; на географической карте морей Советской Арктики можно также найти Мыс Шиллинга: на западе острова Вильчека, Земля Франца-Иосифа (назван советскими картографами в 50-е годы) [12, с. 126, 188].

Литература

1. Морской сборник № 5, май 1865, СПб.
2. *Пайер Ю.* 725 дней во льдах Арктики. Изд-во Главсевморпути. Л., 1928.
3. *Визе В. Ю.* Моря советской Арктики. Изд-во Главсевморпути. М.— Л., 1948.
4. *Боднарский М. С.* Великий северный морской путь. Историко-географический очерк открытий Северо-восточного прохода. ГИЗ, 1926.
5. *Берг Л. С.* Географические зоны Советского Союза. М., 1952, т. 2.
6. *Анисимов С.* Путешествия П. А. Кропоткина. М., 1943.
7. *Есипов В. К.* Земля Франца-Иосифа. Архангельск, 1935.
8. *Кремер Б. А.* Как было предсказано существование Земли Франца-Иосифа. Летопись Севера. Том 2. Географгиз.
9. *Белов М. И.* Географическое изучение Советской Арктики и Северный морской путь. Советская Арктика. Наука, 1970.
10. *Каневский Зиновий.* Льды и Судьбы. М.: Знание, 1980.
11. *Кропоткин П. А.* Записки революционера. Академия, 1933.
12. *Попов С. В., Троицкий В. А.* Топонимика морей Советской Арктики. Ленинград, 1972.

МЕТОД ИНТЕГРАЛОВ ПО ТРАЕКТОРИЯМ
(очерк истории и методологии)

О. С. РАЗУМОВСКИЙ, В. А. ФИРСОВ (Новосибирск)

Нобелевские премии по физике в 1965 г. были присуждены за работы в области квантовой электродинамики трем видным физикам-теоретикам. Этой высокой награды были удостоены Син-Итиро Томонага, Юлиан Швингер, Ричард Фейнман. Созданная тремя учеными теория дает возможность подходить к проблемам квантовой электродинамики на основе принципов квантовой механики и специальной теории относительности, охватывающих обширные области физической реальности (за исключением лишь гравитационного и ядерного взаимодействий). Выводы Томонаги — Швингера — Фейнмана проверялись экспериментами и были подтверждены с высокой степенью точности.

Каждый из трех нобелевских лауреатов шел к конечной цели своим путем. Особый интерес представляет фейнмановский подход к проблеме. «Подход Фейнмана,— пишет Ф. Дайсон,— к решению проблемы был самым оригинальным: он не пожелал воспользоваться готовыми рецептами, а потому был вынужден реконструировать все здание квантовой механики и электродинамики по своим чертежам. Он вывел простые правила для непосредственного подсчета физически наблюдаемых величин. Изобретение «фейнмановских диаграмм» и «фейнмановских интегралов» сделало возможным применение теории к решению конкретных проблем. Фейнмановская расчетная методика стала стандартным приемом в теоретических анализах, причем не только в квантовой электродинамике, но и во всей физике высоких энергий». Общая же оценка Дайсона такова: «Томонага, Швингер и Фейнман обошлись без фундаментальных нововведений. В этом смысле их победа — это победа консерватизма. Они полностью сохранили физические основы теории, заложенные Дираком, изменив только математическую надстройку. Доведя до совершенства формальный математический аппарат, они сумели показать, что теория предсказывает разумные результаты для всех регистрируемых величин» [1, с. 73].

Сегодня, через 21 год после присуждения премии этим ученым, мы можем высказать некоторые обобщения и выводы о развитии этого аппарата теоретической физики, о его методологической роли, а также его связи с определенными естественнонаучными и философскими идеями.

Как это нередко случалось в истории науки, разработка нового математического аппарата физической теории — интегралов по траекториям произошла независимо от введения в 20-х годах Н. Винером подобного аппарата в математику. В математике метод интегралов по траекториям был использован при решении задач броуновского движения в тепловой диффузии [2, 3]. Р. Фейнман же пришел к открытию этого метода в 1942 г. занимаясь квантовой электродинамикой. Он заинтересовался проблемой бесконечности некоторых физических величин в квантовой теории поля. Затем, продолжая разрабатывать эту проблему, исследователь сформулировал основные физические и математические идеи нового подхода. Эти идеи были сгруппированы Фейнманом вокруг некоторого «принципа наименьшего действия», при помощи которого была тогда решена проблема расходимостей в классической электродинамике. Первоначальное оформление эта идея получила в защищенной ученым в 1942 г. диссертации о роли принципа наименьшего действия в квантовой механике [4]. Представление об интегралах по траекториям как способе описания движения микрочастиц в нерелятивистской квантовой механике было дано в статье, написанной в 1948 г. [5]. Годом позже вышла статья, в которой этим же методом излагалась релятивистская квантовая электродинамика [6].

Возможно, Дайсон и прав в том, что физические основы квантовой электродинамики после разработки и применения Фейнманом нового математического аппарата остались без изменения. Эта теория в ее, так сказать, первоначальном изложении базировалась на прямом применении методов квантовой механики к уравнениям Максвелла и была заложена П. Дираком, В. Гейзенбергом, В. Паули и Э. Ферми в конце 20-х годов. Однако полное количественное описание процессов излучения данному подходу было не под силу. В теории возникали физически бессмысленные бесконечные значения ряда физических величин (проблема «расходимостей»). Конечно, Фейнман, решая эту проблему, не затронул физических основ квантовой электродинамики, в частности, «святая святых» квантовой физики — принципиально-вероятностный характер описания физических явлений.

Фейнман был сторонником ставшей к тому времени ортодоксальной вероятностной интерпретации квантовой механики, хотя и был знаком с иными, детерминистскими истолкованиями этой теории (см., например, [8]).

Возможно, «иммунитет» Фейнмана против детерминистской трактовки квантовой мехники был связан еще и с тем, что теория де Бройля была отвергнута большинством физиков на Сольвеевском конгрессе в октябре 1927 г. Конечно, со стороны Фейнмана отказ от классического метода не был догматическим следованием общепринятому мнению. Он понимал всю сложность проблемы интерпретации квантовой механики. «Существует несколько проблем,— писал Фейнман в 1965 г.,— связанных с интерпретацией φ, над которыми можно было бы поработать. Эти проблемы трудно изложить, пока они еще не полностью разработаны. Одна из них — это доказать, что вероятностная интерпретация функции φ является единственной последовательной интерпретацией этой величины» [9, с. 35]. Однако Фейнман не углублялся в эту проблему ни во время создания новой формулировки квантовой механики, ни позже. Правда, в 1951 г. ученый опубликовал статью «Концепция вероятности в квантовой механике» [10]. Он считал, что неопределенность «возникает из необходимости усиливать эффекты одиночных атомных событий до уровня, доступного наблюдению с помощью больших систем», и принимал как постулат, «что у нас есть последовательная интерпретация функции и что она, *почти несомненно* (курсив наш.— *О. Р., В. Ф.*), является единственной» [9, с. 35].

Тем не менее фейнмановская формулировка квантовой механики преемственно связана и с классической механикой. Фейнман искал такую форму представления квантовой механики, которая бы переходила в классическую механику в предельном случае, при $\hbar \to 0$. Поэтому он пытался связать такие классические понятия механики, как лагранжиан или действие с квантовомеханическим описанием. Чем привлекали его эти понятия? По-видимому, тем, что принцип наименьшего действия, играющий в классической механике огромную роль, формулировался с помощью этих понятий. Согласно представлениям классической механики, материальная точка движется вдоль так называемой классической траектории, определяемой принципом наименьшего действия. По классическим представлениям точку, из которой выходит частица, и точку, в которую приходит частица, соединяет одна и только одна траектория. На этой траектории некоторая величина S, называемая действием, принимает экстремальное значение. Форма траектории определяется исходя из вариационных методов и использования условия экстремальности по отношению к действию, т. е. из того, что S в первом приближении не изменится, если незначительно отступить от классической траектории [9, с. 38—40].

Между тем, оставаясь на позициях вероятностной интерпретации, Фейнман в 1947 г. предложил иное толкование амплитуды вероятности в квантовой механике, основываясь на некоторых замечаниях Дирака (1933 г.) о роли лагранжиана в квантовой механике [12]. Фейнман связал амплитуду вероятности не просто с координатами частицы в данный момент времени, а скорее со всем ее движением, рассматриваемым как функция времени [5, с. 367]. При вероятностном описании получалась уже не одна классическая траектория движения частицы из одной точки в другую, а множество траекторий, каждая из которых вносит свой вклад в амплитуду вероятности перехода. Вычисление общей амплитуды перехода основывается на постулате, сформулированном Фейнманом: «Все траектории вносят вклад одинаковый по абсолютной величине; фаза каждого действия представляет собой (выраженное в единицах $\hbar$) классическое действие, т. е. взятый вдоль данной траектории интеграл от функции Лагранжа по времени» [5, с. 371]. Вклад отдельной траектории в амплитуду перехода при учете фазы, пропорциональной действию S, выглядит следующим образом [9, с. 41]:

$$\varphi[x(t)] = \text{const}\, e^{(i/\hbar)S[x(t)]}.$$

Окончательная запись для амплитуды перехода, носящая название интеграла по траекториям, имеет вид [9, с. 48]

$$K(b, a) = \int\limits_a^b e^{(i/\hbar)S[b,a]}\, Dx(t).$$

Связь принципа наименьшего действия с квантовой механикой, как мы уже упоминали, была подсказана Р. Фейнману работами Дирака[1]. Дирак указывал на величину, имеющую исключительно важное значение в квантовой механике и равную экспоненте от лагранжиана системы, помноженного на $i\varepsilon$. Эта величина, как предполагал он, могла бы переводить значение волновой функции в один момент времени в некоторое ее значение в другой момент времени, отстоящий на интервал ε от первого. В результате Фейнман получил значение классического действия S в форме экспоненты, поскольку провел интегрирование лагранжиана по времени на конечном временном интервале, разбитом на бесконечно малые значения ε. Отсюда в записанном выше интеграле по траекториям суммирование уже ведется только по траекториям, а не по времени.

Данная трактовка квантовой механики, оставаясь эквивалентной формулировкам Гейзенберга и Шредингера, имеет большое методологическое значение. Благодаря такой формулировке не вызывает трудностей обоснование единственности траектории в классической механике: единственность обусловливается тем, что в классическом случае величина действия S значительно превышает значение постоянной Планка $\hbar$. Поскольку близлежащие по классическим понятиям траектории имеют близкие значения амплитуды, но различные фазы (так как незначительные по классическим понятиям изменения действия S будут значительными изменениями в отношении очень малой величины $\hbar$, а отношение $S/\hbar$ как раз и определяет фазу), то вклады от этих траекторий взаимно уничтожаются. Лишь траектории, лежащие в непосредственной близости к траектории с минимальным значением действия, друг друга не гасят, а усиливают.

Таким образом, объясняется классическое движение по единственной траектории. В пределах же соизмеримости величин действия S и постоянной Планка $\hbar$ классическая траектория становится неопределенной.

Фейнмановский формализм делает более «безболезненным», т. е. более понятным, переход от описания движения частицы в классической механике к описанию в квантовой механике. Эту черту метода Фейнмана подчеркнул Г. В. Рязанов, который отметил, что благодаря данному методу появляется возможность мысленно следить за движением частицы, причем это движение оказывается частным случаем стохастического процесса Маркова, а пространственно-временное описание процесса обходится без операторов. Еще одно важное преимущество метода — связь с принципом наименьшего действия, благодаря которой формула вероятности перехода как бы дает нам значение вероятности тех виртуальных траекторий, которые фигурируют в формулировке принципа наименьшего действия [14, с. 1437].

В последовательном выявлении и формализации связи между классической и квантовой механикой большую роль сыграл особый способ анализа рассматриваемых явлений, получивший у Фейнмана название пространственно-временного подхода. О том, насколько большое значение придавал Фейнман этому методу, можно судить хотя бы

[1] История этого вопроса изложена в Нобелевской лекции Р. Фейнмана [13, с. 38—39].

по тому, что первые основополагающие работы ученого были связаны с этим методом [2].

Новый пространственно-временной подход существенно отличается от общепринятого гамильтонова метода тем, что если последний задает непрерывное развитие будущего из прошлого, то первый — сразу всю последовательность процесса в пространстве и во времени. Такой подход аналогичен в случае рассеяния методу S-матрицы Гейзенберга, где не учитывается временной порядок хода процесса рассеяния, отражаемый дифференциальными уравнениями Гамильтона [15, с. 749].

Фейнмановский метод стал новой формулировкой уже известных идей — такой формулировкой, которая в ряде случаев более других пригодна для расчетных задач. Глубокая связь метода с исследуемыми физическими процессами подчеркивается многими физиками. Принципиальное отличие нового подхода заключается в его глобальном, интегральном характере. Так, Ю. Швингер в своей Нобелевской лекции говорит о разных формулировках квантовой механики (в сравнении с фейнмановской), которые «можно определить соответственно как дифференциальную и интегральную формулировки» [16, с. 49]. На Международной конференции по математическим проблемам квантовой теории поля и квантовой статистике, проведенной в Москве в 1972 г. К. де-Витт-Моритт охарактеризовала фейнмановский метод интегралов по траекториям как фундаментально-глобальную теорию в противоположность теориям, которые покоятся на дифференциальных уравнениях и являются теориями локальными, требующими для полного описания явлений знания граничных условий, симметрии волновых функций и т. п. [17, с. 116]. Этот глобальный характер фейнмановского подхода де-Витт-Моритт определила как сквозной, или всеохватывающий, анализ физических явлений и подчеркнула, что обычно глобальный характер интегралов по траекториям скрывается за их первоначальной формулировкой, представленной в терминах бесконечно малых временны́х интервалов [17, с. 115].

Вместе с тем фейнмановский метод интегралов по траекториям сталкивается с некоторыми математическими трудностями. Поэтому де-Витт-Моритт с позиций строгого математического подхода определила фейнмановский метод как математический нонсенс [17, с. 115]. Прежде всего фейнмановские интегралы по траекториям вводятся на эвристическом уровне и используют комплексный аналог вероятностной меры (в пространстве непрерывных функций). По сравнению с ними интегралы Винера, например, определены более строго и имеют положительную, не комплексную меру.

По этой причине в связи с фейнмановскими интегралами по траекториям возникла двойная задача. Во-первых, потребовалось рассмотреть границы применения разработанного математического аппарата к различным областям физических явлений и, во-вторых, провести строгое математическое обоснование каждой физической интерпретации данного метода.

Достоен внимания тот факт, что до 1954 г. новый математический метод в физических исследованиях из всех физиков-теоретиков применял лишь сам его автор. Такое положение складывалось, по-видимому, из-за особых интуитивных по сути эвристических приемов, используемых в конкретных задачах. Поэтому после появления в 1942 г. в диссертации Фейнмана основных идей нового метода его дальнейшая разработка в течение десятилетия осуществлялась лишь усилиями математиков. Речь идет прежде всего о работах М. Каца, непосредственно примыкающих к идеям фейнмановской диссертации [18, 19]. В своих работах в противоположность Фейнману Кац опирался на строгое математическое определение меры Винера в пространстве непрерывных функций. Связь между вероятностными теориями и интегрированием в функциональном пространстве была установлена М. Кацем в 1951 г. [19]. Сходные идеи развивались в это же время многими учеными из разных стран. Некоторые вопросы, касающиеся меры Винера в функциональном пространстве, разрабатываемые с 1944 г. Р. Камероном и В. Мартином соприкоснулись с идеями Каца в начале 50-х годов (см. библ. к [22]).

---

[2] Это нашло отражение в названиях соответствующих работ: «Пространственно-временной подход к нерелятивистской квантовой механике» (1948); «Пространственно-временна́я трактовка квантовой электродинамики» (1949).

Начиная с 50-х годов метод интегралов по траекториям стал широко применяться и в квантовой теории поля. Первыми исследованиями такого рода стали работы С. Эдвардса и Р. Пайерлса в США [20] и И. М. Гельфанда и Р. А. Минлоса в СССР [21]. Интересно, что авторы указанных статей использовали аппарат функционального интегрирования по иным причинам, чем Фейнман. Они применили его при решении дифференциальных уравнений в бесконечномерном пространстве квантовой теории поля, которые носят название уравнений Швингера. Вскоре появился еще ряд аналогичных статей, в которых решались задачи квантовой теории поля с помощью этого математического метода. Можно считать, что только с 1955 г. усилия физиков и математиков в отношении к методу интегралов по траекториям стали сближаться. На 3-м Всесоюзном совещании по теории вероятностей и ее применениям (1955) И. М. Гельфандом и А. М. Ягломом был представлен доклад «Методы теории случайных процессов в квантовой физике». В 1956 г. ими был опубликован обзорный доклад, в название которого были включены еще непривычные для физиков-теоретиков того времени математические термины («Интегрирование в функциональных пространствах и его применение в квантовой физике») [22]. В этой работе обсуждались параллельные исследования физиков и математиков, что способствовало выработке комплексного подхода к новому методу.

В 60-е годы область применения метода интегралов по траекториям по-прежнему расширяется и продолжается разработка и самой математической теории фейнмановских интегралов (хотя и более медленная по сравнению с ее применением). Вполне естественно, первый процесс имел более высокие темпы, так как новый математический аппарат приносил убедительные доказательства своей эффективности в различных областях физики, а потому проблемы его строгого математического обоснования отходили на задний план.

Математические проблемы интегралов по траекториям представлены в эти годы вопросами связи осцилляторных интегралов и интегральных операторов Фурье с интегралами по траекториям Фейнмана (см., например, [23]).

Благодаря этой связи, используя метод стационарной фазы, можно проследить переход от детального описания движения частицы в классической механике, где характер движения определяется фундаментальным вариационным принципом, к столь же детальному описанию движения в квантовой динамике. Такой путь отвечает первоначальным намерениям Дирака, Фейнмана, Паули, Швингера и Маслова — попыткам свести классическую механику к предельному случаю квантовой механики (на основе принципа наименьшего действия при $\hbar \to 0$). Первыми работами в этом направлении были исследования К. Ито в конце 60-х годов [24] и К. де-Витт-Моритта [25]. Подобный подход получил развитие в начале 70-х годов в работах С. Албэверио, А. Трумэна и др. (см. библ. к [29]). В результате выяснилось, что метод интегралов по траекториям, облаченный в форму процедуры квантования, тесно связан с многими другими методами квантования (см. подробнее в [28]).

Вернемся, однако, к вопросу применения метода. В 60-е годы новой областью применения интегралов по траекториям стали исследования по квантованию полей Янга — Миллса и гравитационного поля, т. е. калибровочных полей. Применение обычных методов приводило к нарушению унитарности теории. Эта трудность была отмечена в начале 60-х годов Фейнманом; им же были сделаны первые шаги в ее устранении. Решение же проблемы на основе метода интегралов по траекториям было дано в 1967 г. Б. де-Виттом и советскими учеными Л. Д. Фадеевым и В. Н. Поповым (см. библ. к [27, с. 5—6]). Применение при квантовании калибровочных полей метода континуальных интегралов (в советской литературе — синоним метода интегралов по траекториям) Л. Д. Фадеевым и В. Н. Поповым получило широкое международное признание и дальнейшую разработку в трудах советских и зарубежных ученых (см. [30]).

Метод интегралов по траекториям к калибровочным полям нашел ряд приложений, в частности при построении единой теории электромагнитных и слабых взаимодействий (начало 70-х годов). В последние годы калибровочные поля стали интенсивно изучать методом рассмотрения асимптотического поведения фейнмановских интегралов в окрестности классических решений.

В период 1963—1964 гг. развивается исследование связи фейнмановских интегралов с интегралами, описывающими стохастические процессы. Благодаря этой связи за счет аналитического продолжения решений соответствующих диффузионных уравнений получают решения уравнения Шредингера. Такого рода «обходной» путь, когда на основе положительной меры Винера и дальнейшего аналитического продолжения получают фейнмановские интегралы, привлек внимание К. Симанзика, указавшего на возможность чисто евклидовского подхода в квантовой теории поля [3]. Суть метода заключается в переходе к мнимому времени, а на основании этого перехода осуществляется замена метрики Минковского метрикой Евклида. Рассмотрением функций Грина в области мнимого времени занимались еще до К. Симанзика (в 1958—1959 гг.) Ю. Швингер, Т. Накано, Е. Фрадкин. Предложенная в конце 60-х годов Симанзиком интерпретация евклидова квантового поля как обобщенного случайного поля дала возможность Э. Нельсону в 1973 г. дать строгую математическую формулировку евклидовой теории бозонного поля, используя свойство марковости, характерное для этих случайных полей. Работа в области бозонных полей на основе направления, созданного Э. Нельсоном, показала богатую аналогию в построении и изучении квантовых полей и гиббсовских состояний (например, наличие фазовых переходов в квантовой теории поля). К. Остервальдер, один из ученых, занимающихся разработкой теории евклидова квантового поля, считает, что строгий математический смысл знаменитому интегралу Фейнмана можно придать лишь в рамках этой теории [26, с. 48].

В монографии В. Н. Попова рассматривается построение математического формализма интегралов по траекториям в квантовой механике, квантовой теории поля и статистической физике, обсуждаются проблемы создания единой теории слабых и электромагнитных взаимодействий, излагаются методы описания возбуждений, подобных квантовым вихрям в статистической физике, в релятивистской квантовой теории поля. Все это осуществляется с использованием метода континуального интегрирования. При помощи этого же метода развивается подход к асимптотическим расчетам в квантовой теории поля. В общем, заключает автор, «континуальное интегрирование — один из наиболее мощных методов современной теоретической физики, позволяющий упростить, ускорить и сделать более наглядным процесс аналитической работы теоретика» [27, с. 5].

Последнее десятилетие вполне оправдывает эту характеристику метода. Число публикаций, посвященных разработке метода интегралов по траекториям и его применению, неуклонно растет. Примечательным событием в этом отношении являются изданные в 1979 г. доклады Международного коллоквиума, проведенного годом раньше в Марселе и посвященного фейнмановским интегралам по траекториям [28]. Статьи этого сборника отражают всю современную проблематику этого метода теоретической физики.

Глобальный характер метода интегралов по траекториям позволил связать фейнмановский подход со статической концепцией времени. Ранее (и поныне) физическим основанием такой концепции выступала специальная теория относительности. Этим не исчерпываются философские аспекты метода интегралов по траекториям. К их числу относятся также проблема направленности движения и критика телеологии в физике и др. Но это особая тема, выходящая за рамки нашей статьи.

Литература

1. Дайсон, Томонага, Швингер и Фейнман — лауреаты Нобелевской премии по физике. УФН, 1967, т. 91. Вып. 1.
2. *Wiener N.* Differential space, Journ. of Mathem. and Physics, Massachusetts Institute of Technology, 1923, V. 2, № 3.
3. *Wiener N.* The average value of functional, Proc. Lond. Math. Soc., 1924, V. 22, № 6.
4. *Feynman R. P.* The principle of least action in quantum mechanics, Ph. D. thesis, Princeton University, 1942.
5. *Feynman R. P.* Space-time approach to non-relativistic quantum mechanics, Rev. Mod. Phys., 1948, V. 20, №. 2.
6. *Feynman R. P.* Space-time approach to quantum electrodynamics, Phys. Rev., 1949, V. 76, № 6.
7. *Борн М.* Состояние идей в физике и перспективы их дальнейшего развития. В кн.: Вопросы причинности в квантовой механике. М.: ИЛ, 1955.

---

[3] Библиографию, связанную с изложенным ниже евклидовым подходом, см., например, в [26].

8. *de Broglie L.* La mécanique ondulatoire et la structure atomique de la matière et du rayonnement, Journ. de Phys. Rad., 1927, T. 8, № 5.
9. *Фейнман Р., Хиббс А.* Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.: Мир, 1968.
10. *Feynman R. P.* The Concept of Probability in Quantum Mechanis, Berkeley, 1951.
11. *Полак Л. С.* Вариационные принципы механики. Их история и применение в физике.: Физматгиз, 1960.
12. *Dirac P. A. M.* The Lagrangian in Quantum Mechanics, Phys. Zeitschr. d. Sowjetunion, 1933, Bd. 3, H. 1.
13. *Фейнман Р.* Развитие пространственно-временной трактовки квантовой электродинамики. УФН, 1967, т. 91, вып. 1.
14. *Рязанов Г. В.* Сумма по путям для уравнения Дирака, ЖЭТФ, 1957, т. 33, вып. 6(12).
15. *Feynman R. P.* The Theory of Positrons, Phys. Rev., 1949, V. 76, № 6.
16. *Швингер Ю.* Релятивистская квантовая теория поля. УФН, 1967, т. 91, вып. 1.
17. *De-Witt-Morette C.* Feynman's Path Integral, Тр. Математического института им. В. А. Стеклова, 1975, т. 135.
18. *Кас М.* On distributions of certain Wiener functions, Trans. Amer. Math. Soc., 1949, V. 65, № 1.
19. *Кас М.* On some connections between probability thtory and differential and integral equations, Proc. Sec. Berkeley Symp. on Math. Stat. and Prob., 1951.
20. *Edwards S. F., Peirls R. E.* Field equations in functionals form, Proc. Roy. Soc., 1954, A224, № 1156.
21. *Гельфанд И. М., Минлос Р. А.* Решение уравнений квантованных полей. ДАН СССР, 1954, т. 97, № 2.
22. *Гельфанд И. М., Яглом А. М.* Интегрирование в функциональных пространствах и его применение в квантовой физике. Успехи матем. наук, 1956, т. 11, вып. 1(67).
23. *Cameron R. H.* A Family of Integrals serving to connect the Wiener and Feynman Integrals, J. Math. and Phys., 1960, V. 39.
24. *Ito K.* Generalized Uniform Measures in Hilbertian Metric space with their Application to Feynman Path Integral, Proc. Fifth Berkeley Symp. on Math. Stat. and Prob., Univ. California press, 1967, V. 2, pt. 1.
25. a *De-Witt-Morette C.* I. Linear and Affine Techniques, 2. The Feynman-Green Function, Commun. Math. Phys., 1974, V. 37.
    b. *De-Witt-Morette C.* Feynman's Path Integral, Definition without limiting Procedure, Commun. Math. Phys., 1972, V. 28.
26. *Остервальдер К.* Евклидовы функции Грина и обобщенные функции Вайтмана. В кн.: Конструктивная теория поля. М.: Мир, 1977.
27. *Попов В. Н.* Континуальные интегралы в квантовой теории и статистической физике. М.: Атомиздат, 1976.
28. Feynman Path Integral, Proc. Int. Colloq. Marseille, May, 1978, Lect. Notes Phys., 1979, V. 106.
29. *Albeverio S., Hoeg-Krohn. R.* Feynman Path Integrals and the corresponding Method of Stationary Phase, Lect. Notes Phys., 1979, V. 106.
30. *Коноплева Н. П., Попов В. Н.* Калибровочные поля. М.: Атомиздат, 1980.