

В. С. КИРСАНОВ

РАННИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И. НЬЮТОНА О ТЯГОТЕНИИ (1665—1669 гг.)

Введение

Общеизвестно, что Ньютон впервые занялся проблемой тяготения еще в годы учебы в Кембридже. Летом 1665 г. Англию постигло страшное бедствие — эпидемия чумы. Осенью правительство запретило ярмарки, а немного раньше, 7 августа, были прекращены занятия в Тринити-колледже и закрыт университет. Кембридж, как и многие другие города Англии, опустел. Люди стремились укрыться от эпидемии в деревнях и на хуторах, находившихся в безопасной изоляции; студенты, как правило, уезжали вместе со своими тьюторами, чтобы продолжать учебу вне стен университета. Однако Ньютон не поехал со своим тьютором — Пуллейном: их интересы разошлись и Пуллейн ничему уже не мог его научить. (Напомним, что зимой 1665 г. университетский сенат присвоил Ньютону степень бакалавра искусств и он формально считался закончившим университет, но окончание университета не означало конца учебы: Ньютон оставался стипендиатом колледжа и ему еще предстояло получить степень магистра.) Ньютон отправился в Вулсторп, к матери, и провел там почти два года, не считая поездок в Кембридж весной 1666 г.

Эти два года оказались для него удивительно плодотворными. В конце своей жизни он так вспоминал об этом:

В течение 1665 и 1666 гг. я постепенно разрабатывал метод [флюксий]. В начале 1665 г. я открыл метод приближенных рядов и правило сведения любой степени любого бинома к таким рядам. В мае того же года я нашел метод касательных Грегори и Слюза, а в ноябре — прямой метод флюксий, в следующем году, в январе, — теорию цветов, а позже, в мае, имел в распоряжении обратный метод флюксий. В том же году я начал думать о тяготении, простирающемся до орбиты Луны (я нашел, как вычислить силу, с которой шар, обращающийся внутри сферы, давит на ее поверхность); из кеплеровского правила, согласно которому периоды планет находятся в полукорневом отношении к расстояниям от центра их орбит, я вывел, что силы, удерживающие планеты на орбитах, должны быть обратно пропорциональны квадратам их расстояний от центра, вокруг которого они обращаются. В связи с этим я сравнил силу, потребную, чтобы удержать Луну на орбите, с силой тяжести на поверхности Земли и нашел их почти совпадающими (found them answer pretty nearly). Все это произошло в два чумных 1665—1666 гг. Ибо в то время я находился в наилучшем для открытий возрасте и думал о математике и философии больше, чем когда-либо потом. То, что м-р Гюйгенс опубликовал с тех пор относительно центробежных сил, мне кажется, я нашел раньше него. В течение зимы 1676—1677 г. я получил предложение, что благодаря центробежной силе, обратно пропорциональной квадрату расстояния, планета должна обращаться по эллипсу вокруг центра силы, расположенного в нижнем фокусе эллипса, и что радиус, проведенный к этому центру, должен описывать площади, пропорциональные временам. А зимой 1683—1684 гг. это предложение вместе с его доказательством было включено в регистрационную книгу Королевского общества.

С помощью метода [флюксий] в 1679 г. я открыл доказательство кеплеровского предложения, а в течение 1684, 1685 и 1686 гг. — почти все остальные наиболее трудные предложения книги «Начал» [1; 2, т. 5, с. 123—124].

Этот довольно часто цитируемый текст содержит поразительный перечень результатов, которых удалось достичь Ньютону за время вулсторпского уединения, но вместе с тем может создаться впечатление, что все то, что составляет славу Ньютона в науке, а именно: изобретение дифференциального и интегрального исчисления, а также открытие закона всемирного тяготения, — было сделано им в молодые годы, а затем еще долгие десятилетия ждало своего опубликования. На самом деле, как мы увидим, эти годы знаменуют собой лишь возникновение

идеи (что особенно существенно для представления о всемирном тяготении), которая только впоследствии оформилась в строгую теорию.

Сегодня, к счастью, мы располагаем двумя документами, написанными Ньютоном во второй половине 1660-х гг. Из их анализа можно с большой степенью точности определить, что в действительности было сделано Ньютоном для решения проблемы тяготения в рассматриваемый период. Настоящая статья и посвящена такому анализу.

Документ 1665—1666 годов

Документ [3] был обнаружен среди рукописей Ньютона, хранящихся в библиотеке Кембриджского университета, отрывки из него были впервые опубликованы А. Р. Холлом в 1957 г. (см. [4, с. 70]), а полностью текст появился в 1961 г. в третьем томе «Переписки И. Ньютона» [2, т. 3, с. 46—54].

Документ представляет собой лист пергамента, содержащий договор об аренде. На его обороте Ньютон производил многочисленные вычисления. Лист испещрен записями операций сложения, вычитания, деления, извлечения корня и т. п., которые иногда сопровождаются чертежами и пояснениями. Согласно авторам публикации и комментариев, все эти записи следует отнести ко времени 1665 или 1666 г. (см. [2, т. 3, р. 51]).

Посмотрим теперь, что нового может нам дать рассмотрение указанных записей. Начнем с первой:

56) 196 000(3500. 7 000 = диам. 22 000 итальянских миль = окружн. земли.

17280)51840000(3000 локтей = итальянской миле.

Во-первых, последовательная запись чисел с использованием круглых скобок есть не что иное, как запись операции деления, аналогичная нашему «делению углом»: число между скобками — это делимое, число перед первой скобкой — делитель, а число после второй скобки — частное. Таким образом, Ньютон в первой строчке делит 196 000 на 56 и получает 3 500, а во второй делит 51 840 000 на 17 280 и получает 3 000.

Во-вторых, эта запись дает нам однозначный ответ, что за книга лежала перед Ньютоном во время этих вычислений и с какой целью он их производил. Чтобы прояснить его, приведем цитату из книги Галилея «Диалог о двух главнейших системах мира»:

...положим, что мы собираемся произвести вычисление относительно чугунного ядра в сто фунтов, которое, как показывают повторные опыты, падает с высоты ста локтей в пять секунд. Поскольку, как я вам уже сказал, пространства, отмериваемые падающим телом, возрастают в двойном отношении, т. е. соответственно квадратам времени, и поскольку минута в двенадцать раз больше промежутка в пять секунд, то, если мы умножим сто локтей на квадрат двенадцати, т. е. на сто сорок четыре, мы получим 14 400; это будет число локтей, которое данное движущееся тело пройдет в одну минуту. Будем дальше придерживаться того же правила. Поскольку в часе 60 минут, умножая 14 400, т. е. число локтей, проходимых в одну минуту, на квадрат 60, т. е. на 3 600, мы получим 51 840 000 — число локтей, проходимых в один час, что составит 17 280 миль. Если мы пожелаем узнать, какое пространство будет пройдено за четыре часа, то умножим 17 280 на 16 (т. е. на квадрат четырех) и получим 276 480 миль, каковое число значительно больше расстояния от лунного свода до центра Земли, равного 196 000 миль, принимая расстояние от свода в 56 земных полудиаметра, как это и делает современный автор, а полудиаметр Земли в 3 500 миль по 3 000 локтей каждая, каковы наши итальянские мили. [5, т. 1, с. 323—324]

После знакомства с этим отрывком становится ясно, что перед Ньютоном во время его вычислений лежала книга Галилея «Диалог о двух главнейших системах мира». Нетрудно видеть также, что читал он ее внимательно, проверяя каждую цифру с карандашом в руках.

Ньютон не знал итальянского языка, и вероятнее всего он читал не оригинал

нальное издание 1632 года [6], а английский перевод Томаса Салюсбери, опубликованном в 1661 году [7].

Из книги Галилея он хотел узнать размеры Земли (ее радиус и длину окружности по экватору), а также радиус лунной орбиты и ускорение свободного падения, точнее говоря, путь, проходимый падающим телом за данное время. Для чего ему все это понадобилось, мы обсудим ниже.

Мы видим, что Ньютон, как и Галилей, принимает радиус Земли равным 3 500 итальянским милям и, используя значение $\pi = \frac{22}{7}$, известное со времен античности, получает значение длины окружности Земли, равное 22 000 итальянским милям. Затем — поскольку Галилей употребляет в своих расчетах то мили, то локти — Ньютон проверяет утверждение, что в одной миле содержится 3 000 локтей — (это вторая строчка вычислений Ньютона, где он делит 51 840 000 на 17 280). Средний радиус орбиты Луны равен, по Галилею, 196 000 миль.

Заметим (в дальнейшем нам это понадобится), что, как указывает Салюсбери в примечании к своему переводу, одна итальянская миля равна 1000/1054 английской мили, а это, в свою очередь, означает, что один локоть равен 20 дюймам. Однако, как указал Джон Херивел [2, т. 3, с. 52], Ньютон в записной книжке 1661—1665 гг. приводит несколько иное соотношение между итальянским локтем (*braccia*) и английским дюймом (*inch*):

Согласно Галилею, железный шар в 100 флорентинских фунтов падает на 100 флорентинских брасов [*braces*] или локтей [*cubits*] (или 49,01 эллов, что приблизительно равно 66 ярдам [*yards*] за 5 часовых секунд [Там же]).

Это означает, что 1 локоть равняется приблизительно 24 дюймам.

Рассмотрим следующую запись:

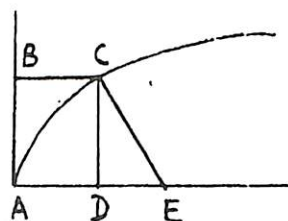
[Тяжелое тело] падает на 100 локтей за 5".

$$yu = rx$$

$$ab = y. \quad bc = x. \quad a = 1''. \quad b = \text{локтя}.$$

$$25a^2 = 100br,$$

$$\frac{25aax}{100b} = yu = \frac{aax}{4b}, \dots$$



В этом месте Ньютон при помощи параболы $yu = rx$, которая представляет собой иную запись закона падения Галилея $s = \frac{1}{2}gt^2$, проверяет его расчеты.

В уравнении $yu = \frac{aax}{4b}$, a и b обозначают масштабы осей, а так как Ньютон выбирает их равными единице, вид уравнения упрощается, поэтому несколькими строчками ниже он записывает:

$$yu = \frac{1}{4}x.$$

Таким образом, получающееся значение ускорения свободного падения оказывается равным 8 локтям/с², что почти вдвое меньше действительного значения (считая, что 1 локоть = 24 дюймам, а 1 дюйм = 2,5 см, получаем $g = 480 \text{ см/с}^2$). В дальнейшем, как мы увидим, Ньютон не удовлетворился этим значением и провел собственные эксперименты для его определения. Но пока ему это не особенно и нужно, ибо задача, которую он поставил перед собой, может быть решена, даже если значение g вдвое меньше истинного.

Ньютон обращается к той же самой задаче, которую обсуждает Галилей во Втором дне «Диалога», а именно, к проблеме суточного движения Земли. Аргумент против его существования, выдвинутый еще Птолемеем, повторяет Симпличио:

Теперь остается возражение, основанное на наблюдении, как быстрое вращение способно

разрушить и рассеять вещества, прикрепленные к вращающейся машине. На этом основании многим, в том числе и Птолемию, казалось, что если бы Земля обращалась вокруг себя самой с такой скоростью, то камни и животные должны были бы быть отброшены к звездам, а здания не могли бы быть прикреплены к фундаментам известкой, достаточно прочной, чтобы не допустить такого разрушения [5, т. 1, с. 287].

Галилей устами Сальвиати пытается опровергнуть это возражение Симплицио, приведя в защиту существования суточного движения Земли несколько аргументов. Первым аргументом является наличие на Земле силы тяжести:

...если бы камень, отброшенный вращающимся с огромной скоростью колесом, имел такую же естественную склонность двигаться к центру этого колеса, с какой он движется к центру Земли, то ему нетрудно было бы вернуться к колесу, или скорее, вовсе не удалиться от него, ибо раз в начале отрыва удаление столь ничтожно из-за бесконечной остроты угла касания, малейшего уклонения по направлению к центру колеса было бы достаточно, чтобы удержать его на окружности [там же, с. 294].

Далее Галилей стремится подкрепить это качественное рассуждение соответствующими количественными характеристиками, которые имеют в своей основе, однако, не физические закономерности, а геометрические свойства линий в круге. Галилей пытается сравнить путь, пройденный телом по касательной к вращающейся сфере, с путем, пройденным им за то же время в свободном падении.

От центра круга можно провести прямую линию до касательной, которая пересечет ее так, что часть касательной между точкой касания и секущей будет в миллион, в два и три миллиона раз больше той части секущей, которая находится между касательной и окружностью; и по мере того как секущая будет приближаться к точке касания, это отношение будет увеличиваться до бесконечности; как бы быстро ни было вращение и как бы медленно ни было движение вниз, нечего опасаться, что пух или другое легкое тело может начать подниматься, ибо всегда склонение книзу превысит быстроту бросания [там же, с. 297].

Конечно, с точки зрения геометрии рассуждения Галилея верны, чего нельзя сказать о них с точки зрения физики. (Галилей затем доказывает соответствующую теорему, к рассмотрению которой мы еще вернемся, когда будем анализировать документ, датированный 1669 г., поскольку в нем Ньютон практически копирует метод доказательства Галилея, получая формулу центробежной силы, чего Галилей сделать, увы, не смог.) Впрочем, Галилей, по-видимому, понимает недостаточность своего доказательства и выдвигает второй аргумент, психологически более эффектный, но уже совершенно неверный. Он говорит, что вращение, при котором полный оборот совершается за 24 часа, является столь медленным, что даже камень не может слететь с колеса, вращающегося с такой скоростью (см. [там же, с. 311 и 317]). Ясно, какую ошибку совершает здесь Галилей, ведь центробежная сила зависит не только от угловой скорости, но и от радиуса.

Не может быть никакого сомнения в том, что Ньютон внимательнейшим образом читал эти страницы «Диалога», а поскольку он уже знал правильный вид зависимости центробежной силы от скорости и радиуса, то ему были ясны как ошибки Галилея, так и истинность основного его утверждения о наличии суточного движения Земли. Более того, он решил пойти в направлении, указанном Галилеем, и сравнить путь, пройденный телом по касательной вследствие вращающейся Земли с путем, пройденным за то же время в свободном падении; и если окажется, что путь, пройденный телом в падении больше, то истина, которую Галилей пытался доказать, но не смог, будет доказана.

Поэтому следующая фраза Ньютона такова:

Сила Земли, направленная от ее центра, продвинет тело за 229,09 минут на расстояние 5 250 000 локтей.

Для того чтобы понять, откуда Ньютон берет эти значения, поясним общий метод, используемый им в данном документе, следуя комментариям на с. 51—52 публикации [2, т. 3].

Обозначив центробежное ускорение на экваторе, возникающее из-за суточного вращения Земли через f , а ускорение силы тяжести, как обычно, через g , получим $f = r\omega^2$, где r — радиус Земли и ω — угловая скорость суточного вращения.

Путь s' , пройденный под действием центробежной силы за время t , будет $s' = \frac{1}{2}ft^2$, а путь s , пройденный за то же время в свободном падении: $s = \frac{1}{2}gt^2$.

Отсюда имеем $g:f = s:s'$.

Выбирая время так, чтобы $\omega t = 1$, Ньютон получает $s' = \frac{1}{2}ft^2 = \frac{1}{2}r\omega^2t^2 = \frac{1}{2}r(\omega t)^2 = \frac{1}{2}r$. Тогда

$$\frac{f}{g} = \frac{r}{2s}. \quad (1)$$

Это и есть основная формула, которой он пользуется. Теперь можно объяснить его вычисления. 229,09 мин — это время, за которое точка на экваторе поворачивается на 1 рад. Поскольку $\omega = \frac{2\pi}{24}$ ч⁻¹ = 0,0436 мин⁻¹, то из соотношения $\omega t = 1$ следует $t = 229,09$ мин. Путь s' , пройденный под действием центробежной силы за 229,09 мин равняется, как было только что установлено, $\frac{1}{2}r$. Мы знаем, что $r = 3500$ итальянских миль, а в одной миле содержится 3000 локтей, поэтому $r = 10\,510\,000$ локтей. Отсюда $s' = \frac{1}{2} \cdot 10\,500\,000 = 5\,250\,000$ локтей.

Итак, центробежная сила, возникающая из-за суточного вращения Земли, продвинет тело на 5 250 000 локтей за 229,09 мин.

Легко предугадать дальнейшие шаги Ньютона: ему нужно найти путь, пройденный телом в свободном падении за то же время, и сравнить обе величины. Так он и поступает. Следующая запись гласит:

Сила тяжести за 229,09 минут продвинет тело на расстояние 755 747 081 локтей.

Для того, чтобы получить это значение, поступим так, как делает Галилей в процитированном выше отрывке. (Ньютон, возможно, пользовался своей формулой параболы, но сейчас это несущественно.) Итак, у Галилея: тело падает на 100 локтей за 5 с, путь пропорционален 25; x локтей тело пройдет за 60 с, путь пропорционален 3 600.

Отсюда $x = 100 \cdot \frac{3600}{25} = 14\,400$ локтей. Это путь, который тело проходит в падении за 1 мин. Аналогично найдем путь, пройденный телом за 229,09 мин: $14\,400 \cdot \frac{(229,09)^2}{1} = 755\,747\,081$ локоть.

Отношение путей равно, по Ньютону, отношению ускорений, поэтому получается, что сила тяжести почти в полтора раза больше центробежной силы на поверхности Земли, что и отмечает Ньютон:

Так что сила Земли, направленная от ее центра относится к силе тяжести, как 1:144 или около того.

Ньютон доказал утверждение Галилея, но при этом хочет уточнить свои результаты, прежде всего, он пытается проверить приведенное Галилеем значение ускорения силы тяжести (вернее, утверждение, что тело падает на 100 локтей за 5 с, что равносильно значению ускорения $g = 8$ локтям/с²).

Отражение этих попыток мы находим в следующей записи:

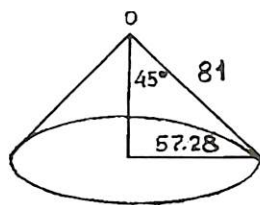
3024 качания маятника за 1 час.

Теперь тяжесть продвинет тело на 28,64 дюйма

за $1/2$ (0,00 012 013 709) часа,

т. е. за $1/2$ (0,0126 082 253) минуты =

= $1/2$ (0,75 43 952) секунды.



Несомненно, эта запись подтверждает тот факт, что Ньютон для нахождения ускорения свободного падения проводил эксперименты с маятником, причем первая строчка относится к опыту с простым маятником, а вторая — с коническим, изображенным на рисунке Ньютона. Длина нити конического маятника составляет 81 дюйм, а угол между образующей конуса и его высотой — 45° . Если обозначить через h нормальное ускорение груза маятника, то при угле 45° $h = g$, а если, как и ранее, принять $\omega t = 1$, получим формулу, аналогичную (1), т. е. $h : g = \frac{1}{2}r : s$.

С другой стороны, Ньютон знал, что простой маятник с длиной нити, равной единице, эквивалентен коническому маятнику с высотой конуса, также равной единице, т.е. периоды таких маятников равны (см. об этом ниже).

Теперь можно реконструировать ход рассуждений Ньютона. Вначале он проводит опыт с простым маятником, длина нити которого равна 57,28 дюйма; из него он получает, что такой маятник совершает 3024 качания, т.е. 1512 полных колебаний за 1 час.

Конический маятник, изображенный на рисунке, совершит за один час 1512 оборотов, т. е. опишет угол $2\pi 1512$ рад. Следовательно, угол в 1 рад он опишет за $\frac{1}{2\pi} \cdot 1512$ ч, т. е. за $\frac{7}{44} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{756}$ ч, или $\frac{1}{2}$ (0,00 021 013 709) ч = $\frac{1}{2}$ (0,0 126 082 253) мин = $\frac{1}{2}$ (0,75 643 952) с. (Множитель $1/2$ появился, по-видимому, потому, что сначала Ньютон в своих расчетах полагал период маятника равным времени одного его качания, а затем, он разделил уже полученный результат на два, чтобы исправить ошибку.)

В данном случае, как и ранее, $s' = \frac{1}{2}r$, где r — радиус основания конуса, т. е. $s' = 28,64$ дюйма. Но для этого маятника Ньютона $h = g$, следовательно, за время, равное $1/2$ (75 643 952) с, «тяжесть продвинет тело на 28,64 дюйма».

Легко видеть, что здесь ускорение силы тяжести не 8 локтей/ c^2 , что соответствовало бы данным Галилея, а вдвое больше — приблизительно 16 локтей/ c^2 . (Точное значение можно найти из простого расчета: $\frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}r$,

$g = \frac{r}{t^2} = 400,41$ дюйм/ c^2 . Учитывая, что 1 локоть = 24 дюймам = 2 футам,

$g = 16,68$ локтя/ $c^2 = 33,36$ футов/ c^2 .)

Поэтому Ньютон ниже записывает:

...если более точно измерить... силу [тяжести], то сила, направленная от центра Земли, будет относиться к силе тяжести как 1:300.

Остальные записи касаются вычислений, аналогичных тем, что были только что рассмотрены, но ничего принципиально важного в них не содержится. Поэтому обратимся теперь ко второму документу.

Документ 1669 года

Сведения о существовании этого документа имеются в Каталоге Портсмутской коллекции рукописей Ньютона, изданном еще в 1888 г. [8, с. 1]. Там он значится в разделе 1 «Ранние статьи Ньютона», нынешний шифр документа — UCL Add. 3958.5, f. 87. Так же, как и первый документ, он был опубликован А. Р. Холлом в 1957 (см. [4, с. 62]), а затем, в 1959 г. вошел в первый том «Переписки И. Ньютона» [2, т. 1, с. 297—303]. Его датировка основывается на

свидетельстве Дэвида Грегори, который утверждал, что в 1694 г. видел эту рукопись, причем, она была написана до 1669 г. (см. [Там же, т. 3, с. 301]). Приведем ее полный текст:

1. Когда тело A вращается по кругу AD в направлении D , его стремление от центра точно такое же, как если бы за время AD (которое я выбираю очень малым) оно прошло путь DB ; так как оно прошло бы это расстояние за данное время, если бы двигалось свободно по касательной AB без вмешательства стремления.

Теперь — так как это стремление, в предположении, что оно действует постоянно по прямой линии, как в случае тяготения, движет тела на расстояния, пропорциональные квадратам времен, — для того, чтобы узнать, какой путь пройден за время одного обращения $ADEA$, я ищу линию, которая так относится к BD , как квадрат окружности к AD^2 . Далее, $BE:BA::BA:BD$ (по книге III Евклидовых «Начал»). А поскольку между BE и DE , а также между BA и DA разница предполагается бесконечно малой, я делаю подстановку и получаю $DE:DA::DA:DB$. Наконец, возводя в квадрат AD^2 (или $DE \cdot DB$) $:ADEA^2 :: DB:ADEA^2/DE$, я получаю искомую линию (а именно, третью пропорциональную в отношении окружности к диаметру), на величину которой стремление, или удаление от центра, если оно будет постоянно приложено вдоль одной и той же прямой, продвинет тело за время одного обращения.

Например, если эта третья пропорциональная равна 19,7392 полудиаметров, и если... стремление [тела] приблизится к центру будет на экваторе столь же велико, как и его стремление удалиться от центра вследствие суточного движения Земли, тогда за один день оно [стремление] продвинет тяжелое тело на $19\frac{1}{2}$ земных полудиаметров, или на 69 087 миль, за один час — на 120 миль, за минуту — на $\frac{1}{36}$ мили или $\frac{100}{3}$ пяди, то есть $\frac{500}{3}$ фута, а в секунду — на $\frac{5}{108}$ фута, или на $\frac{5}{9}$ дюйма.

Но в действительности сила тяжести столь велика, что движет тяжелое тело вниз приблизительно на 16 футов в одну секунду, т. е. приблизительно в 350 раз дальше, чем стремление от центра; и, конечно, сила тяжести во много раз больше той, которая могла бы удерживать тела на поверхности Земли, дабы они не срывались вследствие ее вращения.

2. Королларий. Отсюда для различных «ругов стремления от центров пропорциональны диаметрам, приложенным к квадратам времен обращения, или пропорциональны диаметрам, помноженным на [квадраты] обращений, совершенным за одно и то же время. Так, поскольку Луна обращается за 27 дней, 7 часов 43 минуты, т. е. за 27,3216 дней (квадрат этого числа есть $746\frac{1}{2}$) и отстоит от Земли на 59 или 60 полудиаметров, я умножаю 60 — расстояние до Луны на 1 — квадрат лунного обращения, и 1 — расстояние от центра Земли до ее поверхности, на $746\frac{1}{2}$ — квадрат обращений; отсюда я получаю отношение 60 к $746\frac{1}{2}$, которое есть отношение стремлений удалиться от центра Земли на Луне и на поверхности Земли. Итак, стремление на поверхности Земли, на экваторе, приблизительно в $12\frac{1}{2}$ раз больше, чем стремление Луны удалиться от центра Земли. И сила тяжести в 4 000 и более раз больше, чем стремление Луны удалиться от центра Земли. А если стремление, [направленное] от Земли, приводит к тому, что Луна повернута к Земле всегда одной и той же стороной, то стремление этой системы Луна-Земля удалиться от Солнца должно быть меньше, чем стремление Луны удалиться от Земли, в противном случае Луна была бы повернута к Солнцу, а не к Земле.

Но для того чтобы дать более точную оценку этому, я предполагаю, что расстояние от лунной системы до Солнца равно 100 000, а расстояние от Луны до Земли — u . А так как Луна за сидерический год [проходит путь в] 13 оборотов 4 знака 12 градусов 52 минуты, или 13,369 оборотов (квадрат которых есть 178,73), я умножаю 100 000 — расстояние до Солнца, на единицу — квадрат обращений, и u — расстояние до Луны, на 178,73 — квадрат обращений, и получаю, что 100 000 относится к 178,73 u как сила Земли, истекающая от Солнца, к силе Луны, истекающей от Земли. Отсюда получается, что расстояние от Земли до Луны должно быть [в] $100\,000/178,73$, или $559\frac{1}{2}$ [раз] больше, чем расстояние до Солнца, равное 100 000. Следовательно наибольший солнечный параллакс по отношению к лунной орбите будет не менее 19 минут,

а горизонтальный солнечный параллакс на Земле — 19 секунд, если считать, что Солнце и Луна находятся на расстоянии 90 градусов от своих апогеев. Но пусть параллакс равен 24 секундам, тогда расстояние от Земли до Луны будет равным $706\frac{3}{4}$, а отношение стремления Луны удалиться от Земли к стремлению Земли удалиться от Солнца будет около $\frac{5}{4}$, и конечно, сила тяжести будет в 5 000 раз больше, чем стремление Земли удалиться от Солнца. Пусть 100 000 — полурадиус большой орбиты и x — полурадиус орбиты Земли, а $365\frac{1}{4}x$ (или 132 408) будет [относиться к единице], как стремление человека удалиться от Земли [относится] к его стремлению удалиться от Солнца.

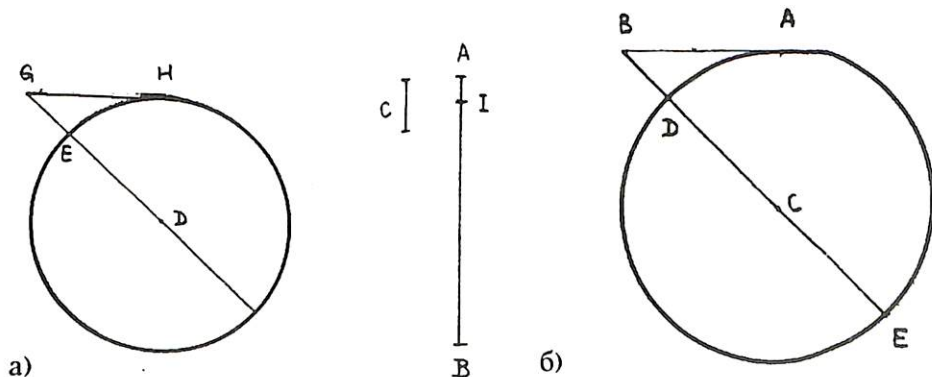
Наконец, для главных планет, — поскольку кубы их расстояний от Солнца обратно пропорциональны квадратам числа их периодов за данное время, — их стремление удалиться от Солнца будет обратно пропорционально квадратам их расстояний от Солнца. Например, для Меркурия, Венеры, Земли, Марса, Юпитера, Сатурна: $\frac{4}{27}, \frac{10}{19}, 1, \frac{25}{16}, 27\frac{1}{8}, 90\frac{5}{6}$; или $1, 3\frac{5}{9}, 6\frac{3}{4}, 15\frac{2}{3}, 183\frac{1}{2}, 614\frac{1}{2}$ обратно пропорционально; или прямо, как 614, 173, 91, 39, $3\frac{1}{3}, 1$.*

3 Вращающийся маятник и маятник, качающийся туда-сюда, возвращаются в одно и то же время, если они подвешены на одной и той же высоте.

4 Если вращающийся маятник и маятник, качающийся туда-сюда, подвешены на одной и той же высоте, дуга колебания, описываемая из перпендикулярного положения, пропорциональна хорде [двойной] дуги, которую вращающийся маятник описывает за то же время.

Мы видим, что основная часть рукописи посвящена вопросу, который в свое время пытался разъяснить Галилей: сравнению действия центробежной силы с действием силы тяжести на поверхности Земли. И поскольку имеется несколько сходных моментов в доказательствах Галилея и Ньютона, вновь приведем отрывок из галилеевского «Диалога»:

Пусть дано отношение BA к C и пусть BA во сколько угодно раз больше C . Пусть дан круг, центром которого является D , откуда надо провести секущую так, чтобы касательная относилась к этой секущей, как BA к C . Найдем третью пропорциональную AI двух линий AB и C , и пусть, как BI и IA , так же относятся друг к другу и диаметр FE и отрезок EG ; из точки G проведем далее касательную GH . Утверждаю, что сделано все, что требовалось, и что, как BA относится к C , так будет относиться и HG к GE . В самом деле, так как FE относится к EC , как BI к IA , то и FG относится к GE как BA к



Чертеж к доказательству: а) Галилея; б) Ньютона

* Поясним, что первая последовательность чисел в этом абзаце означает квадраты расстояний планет от Солнца, если полагать, что расстояние от Солнца до Земли равно единице. Во второй последовательности эти значения нормированы на орбиту Меркурия. Наконец, третья последовательность чисел дает значения центробежной силы, нормированной на ее значение для Юпитера.

AI. Но *C* есть средняя пропорциональная между *BA* и *AI*, а *GH* — средняя пропорциональная между *FG* и *GE* или *HG* к *GE*, что и требовалось доказать [5, т. 1, с. 297].

В этом доказательстве несколько пунктов заслуживают особого внимания. Во-первых, это сам чертеж, который Ньютон повторяет практически без изменений. Во-вторых, это ход доказательств: а) отправной точкой является соотношение, согласно которому отрезок касательной есть среднее пропорциональное между отрезками секущей в круге ($G\dot{H} = FG \cdot GE$); б) третья пропорциональная *AI* строится для отрезков *AB* и *C* (*AI* ищется из пропорции $AB:C = C:AI$).

Из доказательства Галилея следует, что отрезок касательной *GH* может быть во сколько угодно раз больше отрезка секущей *GE*. Как мы уже говорили, он заключает, что «всегда склонение книзу превысит быстроту бросания» [там же]. Этот вывод не вполне понятен, и Ньютон в рукописи 1669 г. использует построение Галилея для получения численных значения, на основании которых можно было бы подтвердить или опровергнуть неопределенный вывод Галилея. Посмотрим, как он это делает.

Чертеж Галилея, который использует Ньютон, изменив лишь обозначения, является для него исходным. Основой доказательства Ньютона, также как и Галилея, служит утверждение, согласно которому отрезок касательной к окружности есть среднее пропорциональное отрезков секущей $BA^2 = BE \cdot BD$. Заменяя отрезки в этом соотношении линиями, бесконечно мало отличающимися от них, Ньютон получает

$$AD^2 = DE \cdot DB. \quad (2)$$

Собственно говоря, он мог бы на этом и остановиться, так как полученное соотношение определяет и зависимость пути от времени, и закон центростремительной силы. Действительно: $AD = vt$, $DE = 2r$, $BD = s$, откуда $s = (v^2/r) (t^2/2)$.

Но Ньютон, следуя галилеевой установке, стремится, в первую очередь, найти расстояние, на которое тело удалится от Земли за данное время, а именно, за время полного оборота Земли вокруг своей оси. Поэтому он составляет пропорцию $x : BD = ADEA^2 : AD^2$, причем длины дуг в этом равенстве играют роль времени. Отсюда легко получить, что за время одного оборота тело продвинется на расстояние $19,7392r$. Для этого поделим соотношение (2) на $ADEA^2$ и получим $AD^2 : ADEA^2 = BD : ADEA^2/DE$.

Если Земля совершает полный оборот, то $BD = ADEA^2/DE$. Тогда $\frac{ADEA^2}{DE} = \frac{(2\pi r)^2}{2r} = 19,7392r = 69\,087$ миль.

Интересно отметить, что Ньютон ищет и получает в качестве искомой линии «третью пропорциональную в отношении окружности к диаметру» (это значит, что x можно определить из пропорции $2r : 2\pi r = 2\pi r : x$) Вспомним, что Галилей для доказательства своей теоремы также искал и строил соответствующую третью пропорциональную.

Короче говоря, этот фрагмент из рукописи Ньютона, безусловно, содержит следы галилеевского влияния (особенно в постановке проблем и методе их решения), хотя, конечно, выводы Ньютона совершенно самостоятельны.

Вычислив расстояние — 69 087 миль, Ньютон легко находит, что за одну секунду тело под действием центростремительной силы продвинется от центра на расстояние $5/108$ фута или $5/9$ дюйма. «Но в действительности, — заключает Ньютон, — сила тяжести столь велика, что движет тяжелое тело вниз приблизительно на 16 футов за одну секунду, т. е. приблизительно в 350 раз дальше, чем стремление от центра; и, конечно, сила тяжести во много раз больше той, которая могла бы удерживать тела на поверхности Земли, дабы они не срывались вследствие ее вращения».

На этом, собственно, главная часть доказательства заканчивается. В следующем за ней королларии формулируется уже известная Ньютону зависимость центростремительной силы от скорости и радиуса: фраза «стремления от центров про-

порциональны диаметрам, приложенным к квадратам времен обращения» означает, что $F_{цб} \sim 2R/T^2 \sim v^2/R$, так как $v = 2\pi R/T$. Эту зависимость Ньютон получил еще в 1665 г., найдя, «как вычислить силу, с которой шар, обращающийся внутри сферы, давит на ее поверхность» (подробнее об этом см. [9, с. 289—290]). Однако его доказательство кажется несколько неуклюжим современными авторам и, возможно, не вполне удовлетворяло самого Ньютона, поэтому он предпринял новую попытку. На этот раз доказательство было более изящным и напоминало вывод этой формулы Гюйгенсом, но на самом деле опиралось на ход мыслей Галилея в рассмотренном выше отрывке из «Диалога». Вполне возможно, что и для Гюйгенса эти мысли Галилея послужили отправной точкой его собственного вывода.

Следующее утверждение, содержащееся в королларии, является попыткой объяснить, почему Луна повернута всегда одной и той же стороной к Земле. По мнению Ньютона, это происходит из-за того, что центробежная сила Луны, возникающая вследствие ее обращения вокруг Земли, во много раз больше, чем центробежная сила системы Земля—Луна, возникающая вследствие обращения Земли вокруг Солнца. Основания для такого утверждения вовсе не очевидны. Впрочем, если допустить, что Ньютон тогда уже догадывался о наличии связи между центробежной силой и тяготением (хотя об этом еще не упоминает), то можно предложить свой вариант соответствующего объяснения. Итак, если существует связь между тяготением и центробежной силой, то сила притяжения Земли, действующая на Луну, больше, чем действующая на нее сила притяжения Солнца. Ньютон тогда еще не знал, что силы притяжения между планетами могут рассматриваться как силы притяжения между их центрами (материальными точками), и поэтому из того, что части Луны, расположенные ближе к Земле, должны притягиваться ею сильнее, чем остальные части Луны, он делает вывод о неизменности взаимного расположения Земли и Луны. Если бы центробежная сила (а следовательно, и сила притяжения), возникающая при движении вокруг Солнца, была бы больше, чем сила, возникающая при движении вокруг Земли, то это привело бы к тому, что неизменным оставалось бы взаимное расположение частей Луны по отношению к Солнцу и «Луна была бы повернута к Солнцу, а не к Земле».

Ньютон не стал давать такого или подобного объяснения своему утверждению, по-видимому, потому что у него еще не сформировалось четкое представление о характере и свойстве сил, удерживающих планеты на их орбитах.

Наконец, в последнем абзаце короллария Ньютон высказывает замечательное правило, гласящее, что для любой планеты Солнечной системы центробежная сила обратно пропорциональна квадрату расстояния планеты от Солнца, так как по закону Кеплера $\omega^{-2} \sim R^3$. Действительно, подставляя это выражение в формулу центробежной силы $F_{цб} \sim R\omega^2$, получаем $F_{цб} \sim 1/R^2$.

В третьем и четвертом пунктах Ньютон формулирует условия эквивалентности простого и конического маятников. Вполне вероятно, что условия эквивалентности были известны ему до написания данной рукописи, а это, в свою очередь, подтверждает правдоподобность той интерпретации, которая дается опытам Ньютона с маятником в предыдущем разделе настоящей статьи.

Заключение

Рассмотрение рукописей Ньютона 1665—1669 гг. позволяет сделать вывод, что его исследования проблемы тяготения были инициированы работами Галилея и были вначале посвящены решению той же задачи, которой занимался Галилей, но которую он не довел до конца: доказательству того, что за одинаковое время тело в свободном падении пройдет значительно больший путь, чем под действием центробежной силы. Вычисления Ньютона показывают его детальное знакомство с «Диалогом» Галилея (по крайней мере, со второй главой книги), откуда

Ньютон берет все необходимые ему для расчета данные и некоторые методы доказательства, что свидетельствует о бесспорном влиянии работ Галилея.

Вместе с тем закон, провозглашающий, что «силы, удерживающие планеты на орбитах, должны быть обратно пропорциональны квадратам их расстояний от центра», найденный согласно позднейшему утверждению Ньютона «в два чумных 1665—1666 гг.», тогда еще не мог быть сформулирован, ибо, как следует из анализа рассматриваемых документов, у Ньютона еще не выкристаллизовалось представление о том, что существование орбиты определяется равенством силы притяжения и центробежной силы, хотя косвенный намек на это можно усмотреть в его объяснении того, что Луна всегда повернута к Земле одной стороной. Можно лишь констатировать, что к 1669 г. он установил, «что для главных планет, — поскольку кубы их расстояний от Солнца обратно пропорциональны квадратам числа их периодов за данное время, — их стремление удалиться от Солнца будет обратно пропорционально квадратам их расстояний от Солнца», т. е. он пришел к мысли о связи между центробежной силой и квадратом расстояния, лишь смутно прозревая в этой зависимости идею всемирного тяготения.

Список литературы

1. University of Cambridge Library (UCL), Add Ms 3968.41, f. 85.
2. The Correspondence of Isaac Newton / ed. H. W. Turnbull. Cambridge, 1961.
3. UCL Add Ms 3958, f. 45.
4. Hall A. R. Newton on the calculation of central forces // *Annals of Science*, 1957, v. 13, p. 60—71.
5. Галилей Г. Избранные труды в 2-х тт. М., 1964.
6. Galilei G. *Dialogo sui massimi sistemi del mondo*. Firenze, 1632.
7. The System of the World in Four Dialogues... By Galileus Galileus Linceus. London, 1661.
8. Catalogue of the Portsmouth Collection, Cambridge, 1888.
9. Кирсанов В. С. Научная революция XVII века. М., 1987.

И. С. ДМИТРИЕВ (Санкт-Петербург)

ОХОТА НА ЗЕЛЕНОГО ЛЬВА (алхимия в творчестве Исаака Ньютона)

Ньютон посвятил алхимическим занятиям около 30 лет своей жизни. Уже в первой половине 1660-х гг. в его записной книжке, известной специалистам под шифром библиотеки Кембриджского университета — Additional MS 3975, появляются алхимические заметки: «О формах и трансмутации», «О солях и сернистых телах, о ртути и металлах» и т. д. Ученый составляет химический словарь, где подробно описывает многие химические операции и, в частности, способы выделения и очистки золота и серебра. К концу 1660-х гг. Ньютон начинает собирать и конспектировать алхимические сочинения*. Бóльшая часть этих рукописей — комментарии ученого к прочитанному. Кроме того, известны и алхимические трактаты самого Ньютона, например «The Regimen», «Clavis», три версии «Index Chemicus». Последний включает обобщающие сведения, полученные из самых разных источников, в нем отражено содержание 144 трактатов около 100 авторов. Библиотека ученого состояла из 138 алхимических сочинений.

* Кстати, лишь 16% книг из личной библиотеки ученого были посвящены проблемам математики, физики и астрономии, тогда как литература по теологии, философии, истории, оккультизму составляла около 70%.